

УДК 621.86.017.4

Ю. С. Носов

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра опору матеріалів

АНАЛІЗ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЇ ЩОГЛИ ПІДЙІМАЛЬНОГО ПРИСТРОЮ

© Носов Ю.С., 2013

Проаналізовано вимушені коливання металоконструкції щогли будівельного підйимального пристрою із застосуванням методу скінченних елементів. Амплітудно-частотні характеристики щогли побудовано з використанням теоретичних та експериментальних досліджень коливальних явищ у привідній системі підйимального пристрою.

The analysis of forced vibrations of the mast metal construction of the building lifting device is performed in this article; the finite element method is applied in this process. The amplitude-frequency characteristics of the mast were formed by using theoretical and experimental investigations of oscillatory phenomena in the driving system of the lifting device.

Вступ. Зі зростанням висоти підйимальних пристроїв підвищується небезпека втрати стійкості несівних конструкцій. Особливо небезпечними треба вважати нестационарні осьові навантаження щогл, викликані перехідними режимами роботи приводу, адже під час пуску та гальмування виникають інтенсивні коливання у механічній системі, частота яких може збігатися з власною частотою щогли.

Традиційний підхід до дослідження вільних та гармонічних вимушених коливань щоглових конструкцій ґрунтується на застосуванні розрахункових моделей у вигляді багатопрогонних стрижнів [1–5]. Числова реалізація математичних моделей здійснюється із застосуванням методу початкових параметрів [6–9]. Практичне застосування такого способу потребує розроблення алгоритмів і комп'ютерних програм для проведення розрахунків динамічних процесів. Простішим у практичному застосуванні можна вважати метод скінченних елементів [10–12]. Створення твердотільної моделі щогли підйимального пристрою і подальше дослідження коливальних процесів при цьому виконується за допомогою сучасних обчислювальних систем.

У цій праці розглянуто результати досліджень вимушених коливань щоглової металоконструкції будівельного підйимального пристрою із застосуванням методу скінченних елементів. Розрахунки амплітудно-частотних характеристик щогли виконуємо за допомогою обчислювальної системи Nastran [13], що реалізована у програмному модулі Siemens NX [14].

Виклад основного матеріалу. Щогла підйимального пристрою ПМГ-1-Б (рис. 1) загальною висотою 9 м складається із жорстко з'єднаних між собою чотирьох секцій та вершини. Щогла жорстко кріпиться в основі, а в місці стику першої і другої, а також четвертої та п'ятої секцій – за допомогою спеціальних опорних вузлів.

Поперечний переріз щогли несиметричний. Зварна конструкція секції щогли (рис. 2, а) має габаритні розміри 2000×340×315 мм і складається з вертикальних несівних елементів у вигляді двох пар кутників розмірами 40×40×4 мм та



Рис. 1. Будівельний підйимальний пристрій ПМГ-1-Б

40×63×8 мм, які з'єднані поперечними та діагональними елементами у вигляді кутників розмірами 25×25×4 мм. Конструкція вершини щогли (рис. 2, б) складається з пари вертикальних та пари косих кутників розмірами 40×63×8 мм, які з'єднані між собою кутниками 25×25×4 мм та 63×63×6 мм.

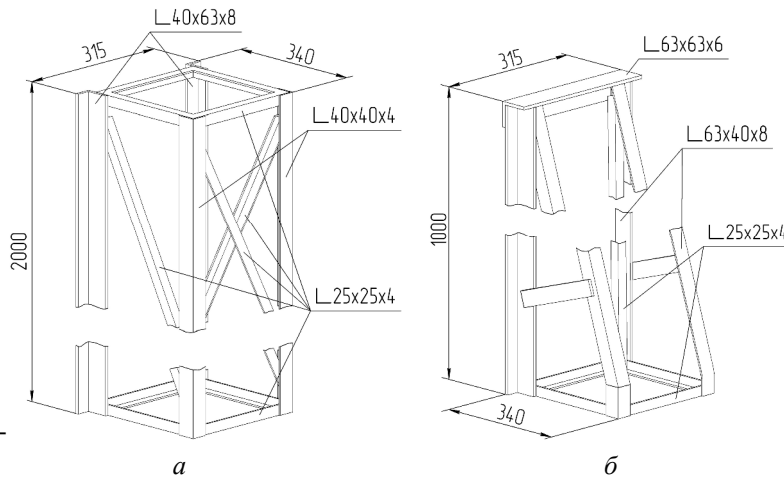


Рис. 2. Диметрії конструкції секції(а) та вершини(б) щогли

при вершині щогли; a, b – відстані центрів мас відповідно ненавантаженої каретки та вантажу до найближчої стінки щогли; c – вертикальна відстань між напрямними каретки; d – відстань між канатом та найближчою стінкою щогли; h – висота розташування каретки над рівнем землі.

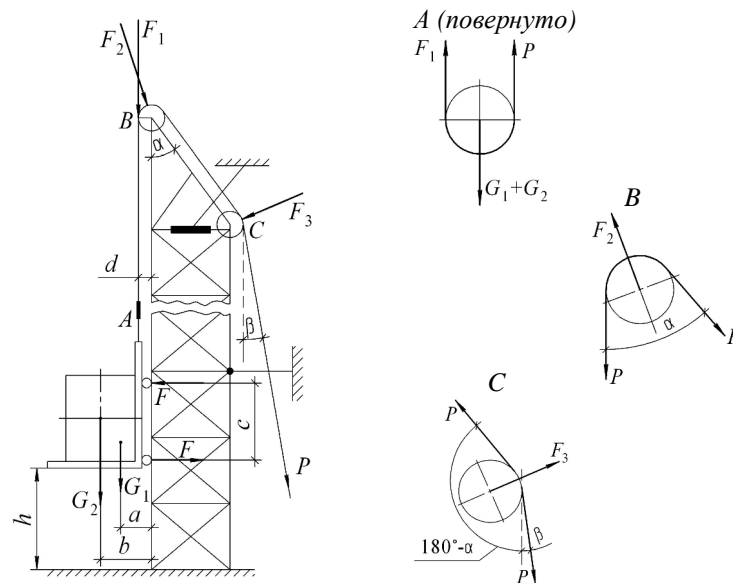


Рис. 3. Схема навантаження щогли

Переміщується каретка пристрою за допомогою каната, один кінець якого намотується на привідний барабан. Для більшої вантажності підйомальної системи канат з'єднано з кареткою через блок, а кінець каната жорстко закріплено на вершині щогли. На вершині щогли також розташовані два канатні блоки. Силу тягового зусилля у канаті, що створюється приводом, визначаємо як

$$P = \frac{G_1 + G_2}{2}, \tag{1}$$

причому

$$G_1 = m_1 g ; \quad G_2 = m_2 g ,$$

де m_1, m_2 – відповідно маса каретки та маса вантажу.

На рис. 3 зображено схему навантаження щогли підйомального пристрою. На схемі прийнято такі позначення: G_1, G_2 – сили ваги відповідно ненавантаженої каретки та вантажу; P – сила натягу каната, що створюється приводним двигуном; F, F_1, F_2, F_3 – сили, що діють на щоглу відповідно у місці контакту з напрямними рухомої каретки, у місці закріплення каната та у зоні розташування осей кронблоків; α, β – кути нахилу каната

Користуючись схемою на рис. 3, запишемо вирази для навантажень на шоглу відповідно від напрямних каретки, від каната у місці його закріплення та у зоні розташування блоків:

$$F = \frac{1}{c}(G_1 a + G_2 b - (G_1 + G_2) d); \quad F_1 = P; \quad F_2 = 2P \cos \frac{\alpha}{2}; \quad F_3 = 2P \cos \frac{180 - \alpha + \beta}{2}. \quad (2)$$

Для спрощення розрахунків виконаємо зведення сил за методом Лемма Пуансо, згідно з яким систему сил, що діють на вершину шогли, замінюємо еквівалентною системою з однією силою, що прикладена до крайньої точки вершини шогли і дорівнює векторній сумі усіх сил, та моментом цих сил відносно вибраного центра приведення. Користуючись схемою, зображеною на рис. 4, визначаємо формули для головного вектора та головного моменту, що прикладені до верхньої точки вершини шогли:

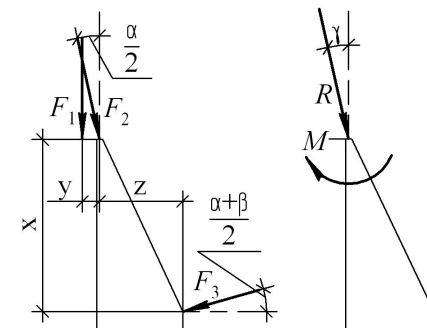


Рис. 4. Схема зведення сил, що діють на вершину шогли

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2} =$$

$$= \frac{G_1 + G_2}{2} \sqrt{\left(\sin \alpha - 2 \cos \frac{180 - \alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \right)^2 + \left(1 + 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + 2 \cos \frac{180 - \alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \right)^2}; \quad (3)$$

$$\gamma = \arctg \frac{R_x}{R_y} = \arctg \frac{\sin \alpha - 2 \cos \frac{180 - \alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}}{1 + 2 \cos^2 \frac{\alpha}{2} + 2 \cos \frac{180 - \alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2}}; \quad (4)$$

$$M = (G_1 + G_2) \left[\cos \frac{180 - \alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot x + \cos \frac{180 - \alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cdot z - \frac{1}{2} \cdot y \right]. \quad (5)$$

Геометричні параметри на рис. 3 та рис. 4 становлять: $a=0,3$ м; $b=0,45$ м; $c=0,84$ м; $d=0,08$ м $\alpha=17,7$ град; $\beta=3,65$ град; $x=1$ м; $y=0,08$ м; $z=0,32$ м. Приймаючи маси каретки та вантажу відповідно $m_1=100$ кг; $m_2=200$ кг, визначаємо силові параметри шогли згідно з формулами (1) – (5): $F=1401,4$ Н; $F_1=1121,1$ Н; $F_2=2908,0$ Н; $F_3=360,0$ Н; $R=4412,5$ Н; $\gamma=1,216$ град; $M=257,3$ Нм. Так визначено амплітуди динамічних навантажень на шоглу. Частоти навантажень визначаємо теоретичним та експериментальним методами.

Теоретичний метод полягає у визначенні частоти навантаження як власної частоти привідного механізму будівельного підйимального пристрою, який розглядаємо як двомасову систему (рис. 5). Механічна система складається з каретки масою m та привідного барабана радіусом r і моментом інерції J . Каретка через блок з'єднана з канатом, один кінець якого жорстко закріплений, а другий – намотується на привідний барабан. Барабан закріплений за допомогою пружної муфти жорсткістю c_B . Координати руху механічної системи: x_1 – вертикальне переміщення каретки; φ – кут повороту барабана.

Жорсткості віток каната від місця закріплення на шоглі до каретки та від каретки до барабана позначаємо відповідно як c_1 , c_2 та знаходимо за формулами:

$$c_1 = \frac{E \cdot A}{l_1}; \quad c_2 = \frac{E \cdot A}{l_2},$$

де l_1, l_2 – довжини відповідних віток каната: $l_1=8-h$; $l_2=l_1+9,1$, м.

Система рівнянь руху механічної системи матиме вигляд

$$\begin{cases} m \ddot{x} + \frac{x}{2} c_1 + c_2 \left(\frac{x}{2} - \varphi r \right) = 0; \\ J \ddot{\varphi} - c_2 \left(\frac{x}{2} - \varphi r \right) + c_B \varphi = 0. \end{cases} \quad (6)$$

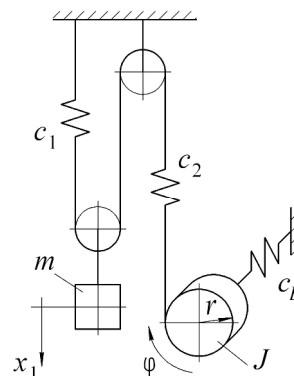


Рис. 5. Схема привідного механізму для визначення його власних частот

Після підстановки у систему (6) її розв'язків-функцій

$$x = X \cos \omega t; \quad \varphi = \Phi \cos \omega t$$

отримаємо

$$\begin{cases} X \left(\frac{c_1 + c_2}{2m} - \omega^2 \right) - \Phi \frac{c_2 r}{m} = 0; \\ X \left(-\frac{c_2}{2J} - \omega^2 \right) + \Phi \frac{c_2 r + c_B}{J} = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Коефіцієнти рівнянь (7) становлять матрицю власних чисел механічної системи, за допомогою якої визначаємо власні частоти коливань підвішеної на канаті каретки. Приймаємо такі вихідні дані: $c_B=320$ Н·м/рад; $J=0,37$ кг·м²; $r=0,15$ м; $E=2 \cdot 10^{11}$ Па; $A=7,754 \cdot 10^{-5}$ м². Обчислення власних частот виконуємо для різних мас каретки з вантажем та різної висоти розташування каретки (табл. 1). Наведені у таблиці значення забезпечують закономірність: зі збільшенням маси каретки та довжини пружної ланки власні частоти механічної системи зменшуються.

Таблиця 1

Власні частоти коливань каретки підйимального пристрою

m, кг	h, м			
	0	2	4	6
100	15,68	18,10	22,17	31,34
200	11,12	12,84	15,73	22,23
300	9,091	10,50	12,85	18,17

У процесі експериментальних досліджень вимушених коливань механічної системи реального підйимального пристрою визначено частоти вимушених коливань підйимальної системи під час пуску та гальмування залежно від маси транспортованого вантажу та напрямку руху каретки (табл. 2). Заміри власних частот виконували, коли каретка містилася посередині між опорами кріплення ($h=5-6$ м). З отриманих значень частот бачимо, що для різних режимів роботи пристрою характерна значна відмінність у частоті збурювальної сили. Більші значення частот під час пуску спричинені інтенсивними коливаннями моменту електродвигуна з частотою 50 Гц у процесі його розгону. Отже, табл. 1 та табл. 2 визначають діапазон частот динамічних навантажень щогли.

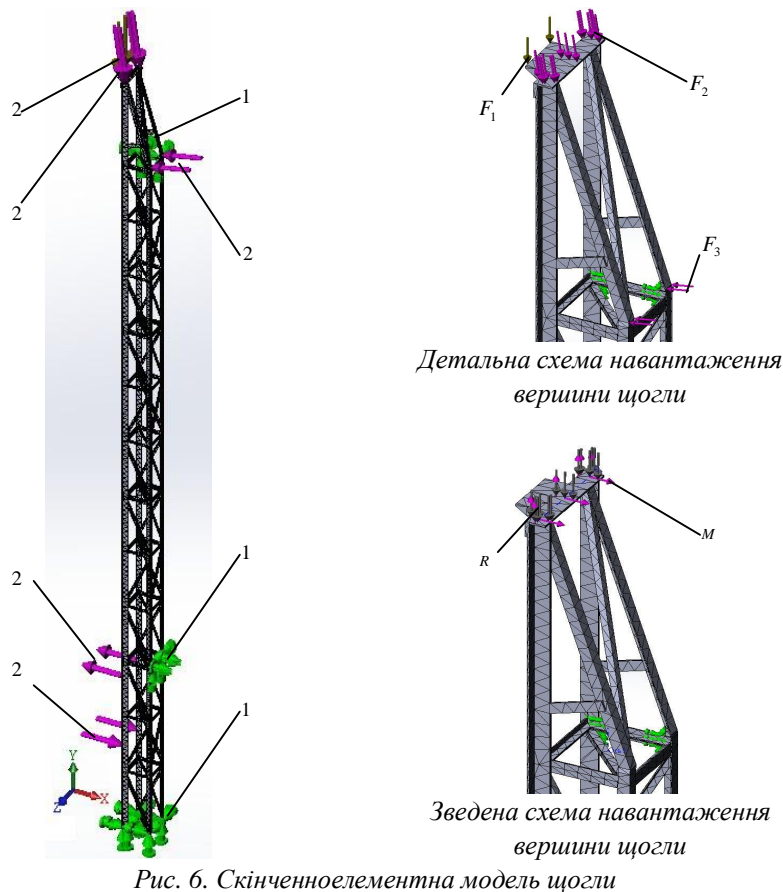
Таблиця 2

Результати експериментального дослідження вимушених коливань металоконструкції щогли

Режим роботи приводу	Напрямок руху каретки	Маса каретки з вантажем, кг		
		100	200	300
пуск	вгору	37,4	30,3	23,7
	вниз	35,1	28,7	20,2
гальмування	вгору	13,7	12,5	11,4
	вниз	12,1	11,1	10,7

Твердотільну модель щогли, ідентичну до щогли реального підйимального пристрою, створювали у середовищі програми Siemens NX, а її розбиття на скінченні елементи та числові розрахунки вимушених коливань виконували із застосуванням обчислювальної системи Nastran. На рис. 6 зображена скінченноелементна модель щогли. Скінченних елементів у моделі 23670, а вузлів – 55182. З'єднання секцій та вершини щогли, а також їх конструктивних елементів приймали як абсолютно жорсткі. У місцях встановлення опорних вузлів (позначення 1) задавали жорстке

закріплення щогли. Позначення 2 на рисунку вказують місця прикладання сил та моментів з відповідними амплітудами, що змінюються за гармонічним законом з частотою у діапазоні 0–100 Гц. Верхню межу частотного діапазону динамічних навантажень спеціально задавали у 2,5 разу більшою за максимальне значення частоти, отримане теоретично й експериментально.



Досліджували дві схеми навантаження вершини щогли: детальну та зведену. У першому випадку у місцях закріплення каната та осей кронблоків прикладали змінні навантаження, амплітуди яких відповідають значенням сил F_1 , F_2 , F_3 . У випадку зведеної схеми до крайньої верхньої горизонтальної площини щогли прикладали змінну силу та момент, амплітуди яких відповідають значенням головного вектора R та головного моменту M . Під час розрахунків задавали коефіцієнт демпфірування 0,05.

У табл. 3 наведено значення перших десяти власних частот скінченноелементної моделі. Форми коливань моделі щогли характеризуються згинними деформаціями її осі у двох взаємно перпендикулярних площинах ZOY та XOY. У результаті аналітичних розрахунків власних частот згинних коливань щогли із застосуванням математичної моделі, що ґрунтується на теорії балок С. Тимошенка та матричному методі початкових параметрів [15], для конструкції щогли, розглянутої у цій праці, отримали такі значення трьох нижчих власних частот щогли 15,47; 30,8 та 43,6 Гц. Порівнюючи ці результати з результатами, одержаними методом скінченних елементів, бачимо, що розбіжність частот не перевищує 15 % і прийнятна для інженерної практики.

Таблиця 3

Значення власних частот металоконструкції щогли

№ частоти	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Значення частоти, Гц	15,35	33,83	37,25	45,20	54,39	56,81	67,59	74,28	89,47	91,30

Для виконання порівняльного аналізу детальної та зведеної схем навантаження вершини щогли у табл. 4 наведено результати визначення її амплітудно-частотних характеристик (АЧХ). У чисельнику вказано значення амплітуд детальної схеми, а в знаменнику – зведеної схеми навантаження. Друга колонка таблиці містить номер найближчої власної частоти щогли. Різниця між значеннями власних та вимушених резонансних частот не перевищує 1,6 %. Аналізуючи амплітуди числових показників АЧХ, визначені за різних схем навантаження, встановили, що їх різниця становить для першої частоти 19,0–21,6 %; третьої – 2,8–17,2 %; четвертої – 8,2–11,7 %; восьмої – 6,9–10,2 %. Тобто для усіх частот, окрім першої, зведення сил прийнятне. Подальші розрахунки у статті виконано із застосуванням детальної схеми навантаження вершини щогли.

Таблиця 4

**Показники АЧХ щогли, визначені із застосуванням детальної (чисельник)
та зведеної (знаменник) схем навантаження вершини щогли**

Значення частоти, Гц	№ частоти	Амплітуди переміщення, швидкості та прискорення щогли		
		x , мм	v , мм/с	a , мм/с ²
15,38	1	0,728 / 0,929	70,13 / 89,30	6757 / 8595
36,65	3	0,214 / 0,243	49,68 / 56,17	11454 / 12860
45,19	4	0,351 / 0,379	96,84 / 107,48	28466 / 30565
75,04	8	0,046 / 0,053	27,75 / 24,48	10303 / 11632

Виконаємо дослідження реакції щогли на гармонічне навантаження постійної частоти. Розглянемо два випадки: коли частота сил дорівнює першій власній частоті щогли (15,35 Гц) та коли частота сил віддалена від власних частот щогли (3 Гц). Амплітуди навантажень для обох випадків задаємо однаковими. Результати розрахунків вимушених коливань показано на рис. 7 у вигляді часових залежностей переміщення, швидкості та пришвидшення точок осі щогли, рівновіддалених від опор кріплення, де підписування a , b , c , d відповідають резонансному навантаженню, а e , f , g , h – навантаженню з нерезонансною частотою.

Як бачимо з отриманих залежностей, амплітуда переміщення щогли за вимушених резонансних коливань приблизно у 7,5 разу більша за амплітуду нерезонансних, амплітуда швидкостей – у 37 разів, амплітуда пришвидшень – у 300 разів. Відношення середніх значень вказаних величин резонансних та нерезонансних коливань становлять відповідно близько 7, 32, 270. Відомо, що зі зменшенням коефіцієнта демпфірування ці відношення прямують до нескінченності.

На рис. 8 зображено залежності амплітуд переміщення, швидкості та пришвидшення щогли від частоти збурювальної сили у точці, що рівновіддалена від опор кріплення. На рисунку прийнято такі позначення: s – амплітуда переміщень щогли, мм; v – амплітуда швидкостей щогли, мм/с; a – амплітуда пришвидшень щогли, мм/с²; f – частота збурювальної сили, Гц.

Як видно з отриманих амплітудно-частотних характеристик, абсциси піків, що відповідають значенням нижчих власних частот, характеризують резонансні явища між вільними коливаннями щогли та збурювальною силою. Максимальні амплітуди переміщень щогли характерні для першої власної частоти, а швидкостей та пришвидшень щогли – для четвертої. Частоти, значення яких більші за 50 Гц, тобто які виходять за межі визначеного теоретично та експериментально діапазону, не становлять небезпеку резонансу, оскільки для них не характерні сильно виражені екстремуми на АЧХ. Визначаючи з отриманих амплітудно-частотних характеристик ширини піків, можна оцінити, на скільки необхідно відходити від тієї чи іншої небезпечної резонансної зони.

На рис. 9 показано АЧХ переміщень щогли у двох взаємно перпендикулярних вертикальних площинах. Бачимо, що для першої власної частоти, окрім переміщень у площині ZOY, характерні також переміщення у площині XOY, решта частот характеризують згинні коливання переважно лише у площині XOY. Така просторовість коливань викликана несиметричністю поперечного перерізу щогли.

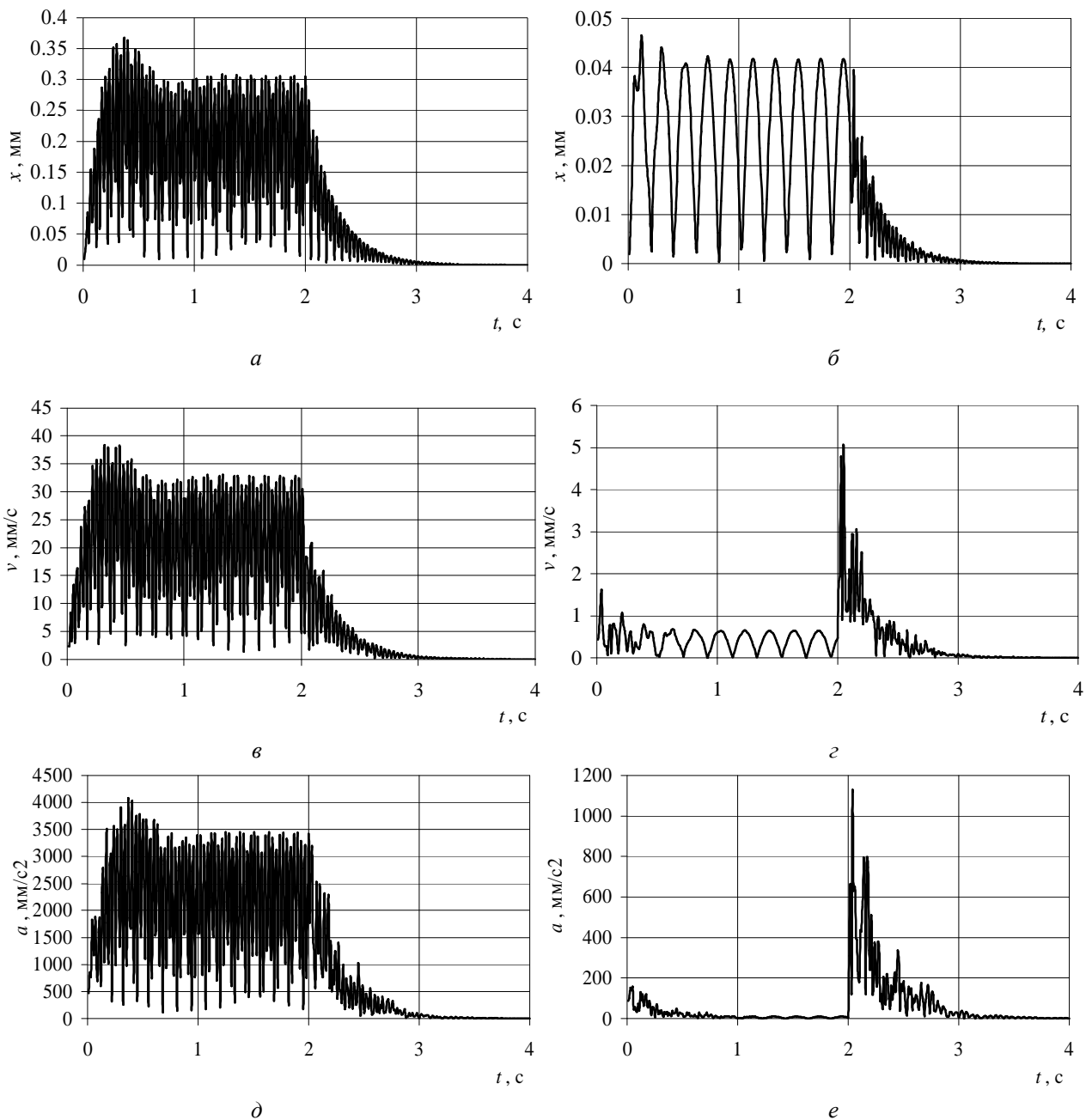


Рис. 7. Часові залежності переміщень (а, б), швидкостей (в, г) та прискорень (д, е) точок осі щогли, рівновіддалених від опор кріплення, внаслідок дії резонансного (а, в, д) та нерезонансного (б, г, е) навантажень

Висновки. Проаналізовано вимушені коливання несівної конструкції будівельного підйомного пристрою із застосуванням методу скінченних елементів. Обґрунтовано вибір схеми навантаження щогли, зокрема, встановлено, що зведення сил не забезпечує достатньої точності для дослідження вимушених коливань конструкції щогли.

Встановлено, що максимальні амплітуди коливань не завжди відповідають першій власній частоті, що є важливою інформацією для зменшення шкідливого впливу резонансних явищ на умови експлуатації підйомальних систем. Побудовані амплітудно-частотні характеристики дають можливість визначити допустимий діапазон частот навантаження на щоглу.

Теоретичні та експериментальні дослідження вимушених коливань несівної конструкції щогли показують, що їх частота значно залежить від маси транспортованого вантажу, висоти розташування каретки та режиму роботи приводу.

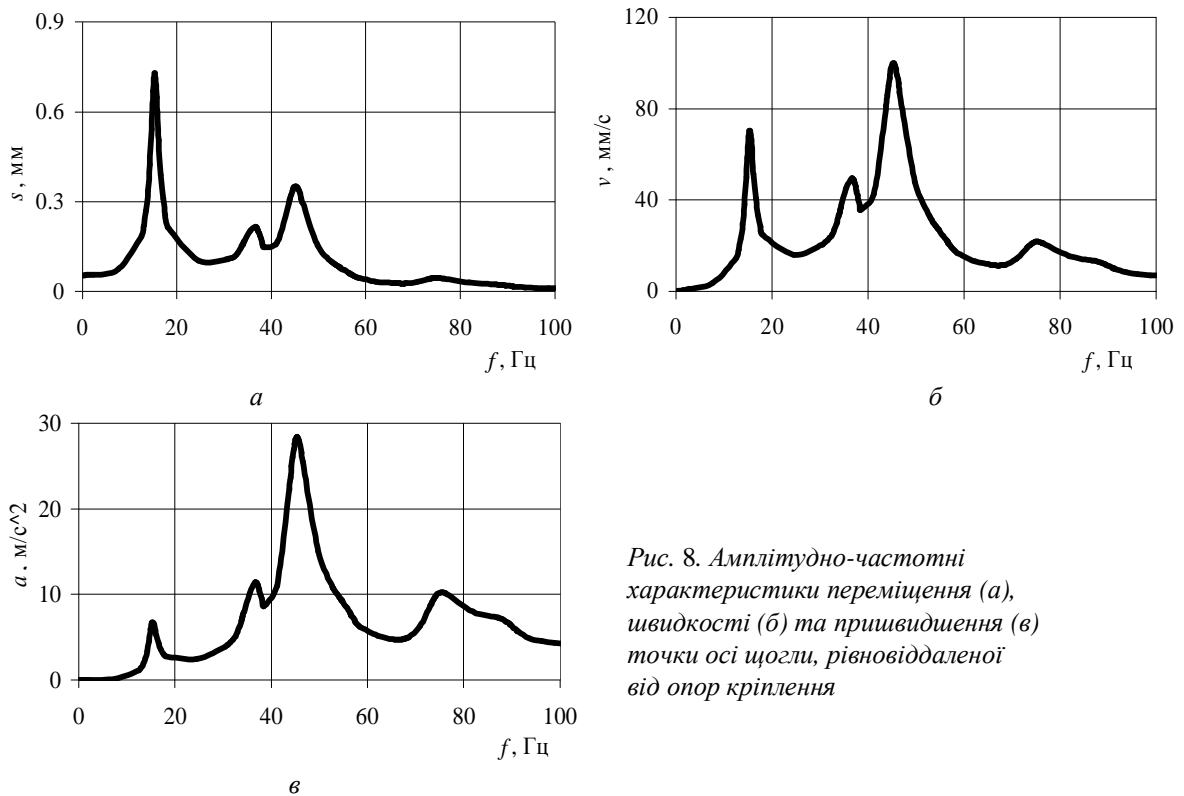


Рис. 8. Амплітудно-частотні характеристики переміщення (а), швидкості (б) та прискорення (в) точки осі щогли, рівновіддаленої від опор кріплення

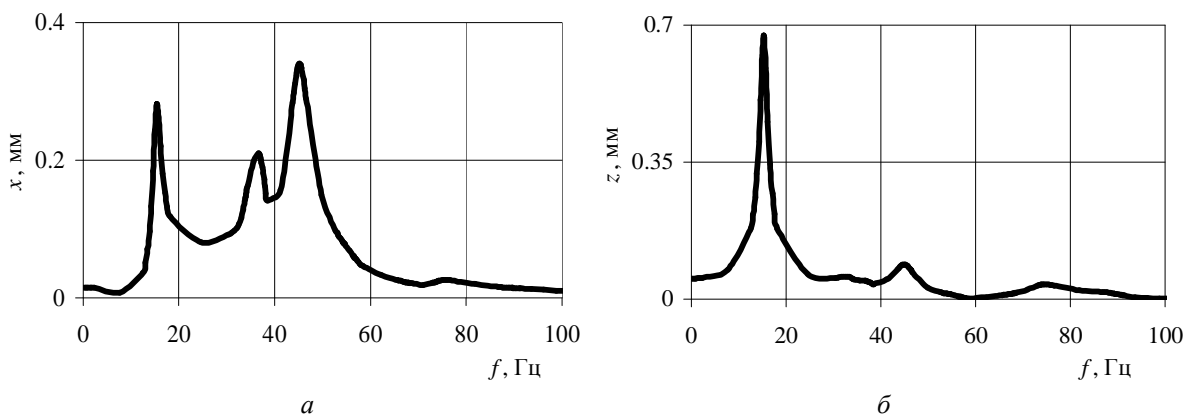


Рис. 9. Амплітудно-частотні характеристики переміщень щогли у площинах XOY та ZOY

Під час пуску та гальмування привідної системи будівельного підйомного пристрою можуть виникати інтенсивні коливальні явища у несівній конструкції щогли, що негативно позначається на її стійкості та довговічності. Їх причиною є накладання власних частот щогли та частот її динамічного навантаження. Для покращення умов експлуатації несівної конструкції можна рекомендувати застосування кронблків на пружному закріпленні, привідних муфт більшої податливості або електродвигунів з покращеними пусковими властивостями, наприклад, з частотно-регульованими характеристиками.

1. Клаф Р., Пензиен Дж. Динамика сооружений: пер. с англ. – М.: Стройиздат, 1979. – 320 с.
 2. Александров А. В. Строительная механика. Тонкостенные пространственные системы: учебник для вузов. – М.: Стройиздат, 1983. – 488 с.
 3. Смирнов А. Ф., Александров А. В., Лащеников Б. Я. и др. Строительная механика. Динамика и устойчивость сооружений / под ред. А. Ф. Смирнова. – М.: Стройиздат, 1984. – 416 с.
 4. Снитко Н. К. Динамика сооружений. – Л.: Госстроиздат, Ленинградское отделение, 1960. – 356 с.
 5. Снитко Н. К. Строительная механика: учебник для вузов. –

3-е изд., перераб. – М.: Высш. школа, 1980. – 431 с. 6. Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. – М.: Высш. шк., 1980. – 408 с. 7. Харченко С. В. Динамические процессы буровых установок. – Львов: Свит, 1991. – 176 с. 8. Пономарев К. К. Составление дифференциальных уравнений. – Минск: Высшая школа, 1973. – 560 с. 9. Ивович В. А. Переходные матрицы в динамике упругих систем: справочник. – 2-е изд., доп. – М.: Машиностроение, 1981. – 183 с. 10. Маденси Е., Гувен И. Конечно-элементный метод и приложения в инженерии с использованием ANSYS. – Springer Science + Business Media, LLC, 2009. – 686 с. 11. Сабонадьер Ж. К., Кулон Ж. Л. Методы конечных элементов и САПР. – М.: Мир, 1989. – 990 с. 12. Шимкович Д. Г. Инженерный анализ методом конечных элементов. – М.: 2008. – 72 с. 13. Шимкович Д. Г. Расчет конструкций в MSC / Nastran for Windows. – М.: ДМК Пресс, 2001. – 448 с. 14. Гончаров П.С. NX для конструктора-машиностроителя + CD. – М.: ДМК Пресс, 2010. – 504 с. 15. Харченко С.В., Носов Ю.С., Демків В.Й. Модальний аналіз щоглової металоконструкції підйимального пристрою з урахуванням положення каретки з вантажем // Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні / Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – № 713. – Львів: Національний університет “Львівська політехніка”, 2011. – С. 113–121.

УДК 517.95+534.1

П.Я. Пукач, І.В. Кузьо, З.М. Нитребич

Національний університет “Львівська політехніка”

МЕТОД ГАЛЬОРКІНА ТА ЯКІСНЕ ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗВ’ЯЗКУ ЗАДАЧІ ПРО НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ НЕОБМЕЖЕНОГО КАНАТА З УРАХУВАННЯМ ОПОРУ

© Пукач П.Я., Кузьо І.В., Нитребич З.М., 2013

Викладено методику якісного дослідження розв’язку в математичній моделі коливань напівнеобмежених пружних тіл. Розглянуте рівняння узагальнює нелінійне хвильове рівняння, що досліджується в теорії коливань. Отримано класи коректності узагальненого розв’язку.

The technique of qualitative solution research in mathematical model of vibrations of semi-infinite elastic bodies is exposed in the article. The equation generalizes the nonlinear wave equation, which is studied in the theory of oscillations. Correctness classes of a generalized solution are obtained.

Вступ. Актуальність проблеми та огляд основних результатів. Проблеми вивчення динамічних процесів у нелінійних коливальних системах, що описують поперечні (поздовжні) коливання під час переміщення вантажів за допомогою конвеєрів стрічкового (канатного) типу, є актуальними проблемами технічної механіки. Дослідження нелінійних коливальних і хвильових явищ у пружних стрижневих конструкціях за дії різного роду збурень (силових, інерційних і кінематичних) – одна із класичних проблем будівельної механіки. Треба зауважити, що проблема вивчення впливу параметрів системи (зокрема, швидкості руху каната) на коливання достатньо досліджена у випадку постійної швидкості руху та лінійного закону пружності матеріалу. Вказане зумовлене тим, що такі ситуації моделюються лінійними диференціальними рівняннями з частинними похідними [1]. Асимптотичні методи нелінійної механіки дали змогу дослідити також широкий клас механічних коливальних систем для випадку квазілінійної залежності амплітуди коливань від вінклерівської сили опору [2, 3]. За нелінійного закону пружності матеріалу, суттєво нелінійної залежності амплітуди коливань від сил опору та змінної швидкості руху каната (стрічки) задача пов’язана з принциповими математичними