

## МЕТОДИ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

УДК 330.42:336.5

А. С. КОРХІН,  
*професор, доктор фізико-математичних наук,  
професор кафедри економічної кібернетики та інформаційних технологій,*  
О. П. АНТОНЮК,  
*доцент, кандидат економічних наук,  
доцент кафедри економічної кібернетики та інформаційних технологій*

*ДВНЗ Національний гірничий університет  
(Дніпропетровськ)*

### ВИЗНАЧЕННЯ КІЛЬКІСНОЇ ЗАЛЕЖНОСТІ УЗАГАЛЬНЕНОГО ФАКТОРА ПРОДУКТИВНОСТІ ВІД ОБСЯГІВ ФІНАНСУВАННЯ НАУКОВИХ І НАУКОВО-ТЕХНІЧНИХ РОБІТ В УКРАЇНІ

*Знайдено модель залежності узагальненого фактора продуктивності (УФП) від обсягів фінансування наукових і науково-технічних робіт (ННТР) у вигляді рівняння регресії. Наведено формули точкового та інтервального прогнозів УФП.*

**Ключові слова:** узагальнений фактор продуктивності, фінансування наукових та науково-технічних робіт України, розподілений лаг, коефіцієнти лага, прогноз.

---

A. S. KORKHIN,  
*Professor, Doctor of Phys.-Math. Sci.,  
Professor of the Chair of Economic Cybernetics and Informational Technologies,*  
O. P. ANTONYUK,  
*Assoc. Professor, Cand. of Econ. Sci.,  
Assoc. Professor of the Chair of Economic Cybernetics and Informational Technologies*

*National Mining University  
(Dnipropetrovs'k)*

### DETERMINATION OF A QUANTITATIVE DEPENDENCE OF THE TOTAL FACTOR OF PRODUCTIVITY ON THE AMOUNT OF FUNDING FOR THE SCIENTIFIC AND SCIENTIFIC-TECHNICAL WORK IN UKRAINE

*A model of the dependence of the total factor of productivity (TFP) on the funding of scientific-technical work is developed in the form of the equation of regression. The formulas for point and interval TFP forecasts are presented.*

**Keywords:** total productivity factor, financing of the scientific-technical work in Ukraine, distributed lag, lag coefficients, forecast.

---

Корхін Арнольд Самуїлович (Korkhin Arnol'd Samuilovych) — e-mail: korkhin@mail.ru;  
Антонюк Оксана Петрівна (Antonyuk Oksana Petrivna) — e-mail: antonyukok@gmail.com.

Завдяки науково-технічному прогресу (НТП) у ХХ ст. економічне зростання у промислово розвинутих країнах перетворилося на стійку тенденцію. У даний час людство перебуває на п'ятій хвилі НТП, яка може привести до радикальної зміни продуктивних сил сучасного суспільства. У цьому зв'язку особливої актуальності набувають проблеми оцінки внеску НТП у забезпечення економічного зростання і виявлення механізму впливу НТП на приріст реального обсягу виробництва з метою розробки раціональної стратегії реалізації науково-технічного потенціалу для підвищення конкурентоспроможності економіки.

Питаннями визначення шляхів інноваційного розвитку займалися багато вітчизняних та зарубіжних вчених. Значний внесок у теорію інноваційного розвитку України зробив В.М. Геєць [1]. Менш вивченою є ефективність наукових досліджень з даної тематики в Україні (докладна бібліографія у [2]).

У даний час, згідно з оцінкою О.Є. Варшавського [3], можна виокремити два підходи до дослідження ефективності НТП. Перший заснований на визначенні впливу НТП стосовно окремих виробів, технологій з послідовним переходом до рівня підприємства і галузі шляхом агрегування отриманих показників. Цей підхід дозволяє виміряти економічні та соціальні ефекти від створення нових конкретних видів продукції і технологій. Прикладом показника економічної ефективності є витрати на наукові та проектні роботи. Приклад показника соціальної ефективності НТП – скорочення важкої фізичної праці. Для промисловості (візьмемо електроенергетику) показником впливу НТП є питома вага різних електрогенеруючих станцій, а також альтернативних джерел електроенергії. У цілому цей підхід дає можливість прогнозувати виробництво різних видів машин і товарів, проте не дозволяє визначити за допомогою одного показника вплив НТП на кінцевий продукт національної економіки, галузі, регіону і не може його прогнозувати. Ці завдання вирішуються завдяки другому підходу до дослідження економічної ефективності НТП, який полягає у використанні виробничих функцій, в яких як ресурси виступають основні засоби і праця, а також показники, що характеризують його інтенсивність (якщо по них є статистика). Вихідними даними є ряди динаміки згаданих величин. Цей підхід себе практично виправдав для вирішення завдань аналізу та прогнозування макроекономічної динаміки. Хоча він і не показує механізм впливу НТП на економіку, все ж дозволяє визначити вплив НТП у цілому на рівень виробництва в економіці. Це досягається шляхом введення узагальненого фактора продуктивності (УФП), який є темпом зростання НТП (ступенем інноваційності, згідно з [4]). На його важливість для моделювання економічного зростання в Україні звернуто увагу в статті В.В. Калюжного [5]. УФП як ключова міра ефективності розвитку економіки різних країн використовується у звітах Світового банку [6]. УФП також застосовується для аналізу стану галузей економіки, наприклад, сільського господарства.

Щоб зрозуміти сутність УФП, розглянемо залежність ВВП від основних засобів і трудових ресурсів у вигляді виробничої функції Кобба – Дугласа (найчастіше використовується для формалізації зв'язку ВВП з основними факторами, які на нього впливають):

$$V_t = a_t(K_t)^h(L_t)^q \xi_t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

де  $t$  – порядковий номер року на інтервалі спостереження;  $V_t$  – ВВП;  $K_t$  – основні засоби;  $L_t$  – трудові ресурси (усе – у  $t$ -му році);  $a_t$  – деяка функція часу, що харак-

теризує вплив НТП;  $h$  і  $q$  — параметри виробничої функції;  $\xi$  — випадковий вплив, який акумулює вплив на ВВП багатьох факторів, крім  $K$  і  $L$ .

Якщо сучасну економіку розглядати як деяку велику людино-машинну систему (на користь такої точки зору говорять повсюдна комп'ютеризація робочих місць і впровадження глобальних інформаційних технологій), то рівняння (1) являє собою загальну форму обліку НТП для автономного способу його моделювання. Взагалі автономний спосіб передбачає вплив НТП як на основні засоби (підвищення їх якості), так і на працю (підвищення кваліфікації працюючих), що відповідає моделі  $V_t = (\bar{a}_t K_t)^h (\bar{\bar{a}}_t L_t)^q \xi_t$ , де  $\bar{a}_t$  і  $\bar{\bar{a}}_t$  — функції часу, які визначають цей вплив. З огляду на сказане про національну економіку як про людино-машинну систему, остання модель, на нашу думку, є менш реальною і складною, оскільки вимагає оцінювання двох невідомих функцій часу  $\bar{a}_t$  і  $\bar{\bar{a}}_t$ .

Прологарифмувавши обидві частини формули (1), перейдемо від нелінійної до лінійної регресії з невідомими параметрами  $h$ ,  $q$  і функцією  $a_t$ :

$$\ln V_t = w_t + h(\ln K_t) + q(\ln L_t) + \varepsilon_t, \quad t = 1, 2, \dots, \quad (2)$$

де функція  $w_t = \ln a_t \geq 0$ ;  $\varepsilon_t = \ln \xi_t$ ;  $\ln V_t$  — залежна змінна;  $\ln K_t$  і  $\ln L_t$  — незалежні змінні.

Припустимо, що  $w_t = 0$  для всіх  $t$ . Тоді залишки лінійної регресії будуть такими:

$$\hat{\varepsilon}_t = \ln V_t - \hat{h}(\ln K_t) - \hat{q}(\ln L_t), \quad (3)$$

де  $\hat{h}$  і  $\hat{q}$ , які є оцінками, відповідно,  $h$  і  $q$ , міститимуть тренд — функцію  $t$ , яка збігається з точністю до коефіцієнтів з  $w_t$ . Якщо, наприклад,  $w_t$  — лінійна функція  $t$ , то  $\hat{\varepsilon}_t$  матиме лінійний тренд. У цьому випадку отримана регресія не буде адекватною, оскільки одне з основних припущень регресійного аналізу полягає в тому, що  $\varepsilon_t$  (де  $t = 1, 2, \dots$ ) — послідовність незалежних випадкових величин із середнім "нуль", тобто вона не повинна мати тренд. Таким чином, введення  $w_t$  і, отже,  $a_t$  — об'єктивна необхідність. Цей приклад показує, що облік вартості нових основних засобів (включених до  $K$ ) не дозволяє отримати адекватну модель. Щоб зменшити помилку обчислення, потрібно додати ще деяку функцію часу. Це є ще одним аргументом для введення до формули (2) функції  $w_t$ . Дане явище можна проілюструвати таким прикладом. У великому цеху з дорогим устаткуванням введено в дію сучасну автоматизовану і комп'ютеризовану систему управління. Її вартість становить 1% від вартості основних засобів. Однак завдяки їй дохід від реалізації продукції цеху зріс на 10%, оскільки значно підвищились якість продукції та продуктивність устаткування. Для пояснення даного парадокса перетворимо формулу (2): зобразимо  $w_t$  у вигляді суми двох функцій  $w_t = w_{t1} + w_{t2}$ , де  $w_{t1} \geq 0$ ,  $w_{t2} \geq 0$ . Позначимо  $H_t \ln K_t = w_{t1} + h \ln K_t$ ,  $Q_t \ln L_t = w_{t2} + q \ln L_t$ . Тоді маємо  $\ln V_t = H_t(\ln K_t) + Q_t(\ln L_t) + \varepsilon_t$ ,  $t = 1, 2, \dots$ . Звідси отримуємо:

$$V_t = (K_t)^{H_t} (L_t)^{Q_t} \xi_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Таким чином, вплив НТП на ВВП виражається у зміні віддачі від основних засобів і праці. Якщо існує зростання НТП (функції  $w_{t1}$  і  $w_{t2}$  зростають), то віддача від ресурсів збільшується, в іншому випадку — зменшується. У нашому прикладі з автоматизацією зростання доходу пояснюється підвищенням віддачі від устаткування цеху. Зазначимо, що функції  $H_t$ ,  $Q_t$  можна оцінити, використовуючи, припустимо, адаптивні методи. Їх треба застосувати до лінеаризованої регресії рівняння (4) шляхом взяття логарифма від обох його частин.

Економічний сенс моделі (4) є зрозумілим. Однак, виходячи з неї, вплив НТП на ВВП описати одним числом не можна. Тому раціонально оцінювати  $w_t$ , використовуючи формулу (2), оскільки всі невідомі величини в ній, включаючи функцію  $w_t$ , оцінюються простіше. Вид  $w_t$  можна встановити за залишками формули (3). Тим самим визначається УФП, який являє собою параметр функції  $w_t$ . Наприклад, якщо  $w_t = b_0 + b_1 t$  (цей випадок зазвичай розглядається в літературі [5]), то  $b_1$  є УФП.

Параметри функцій  $a_t$  у рівнянні (1) і  $H_t, Q_t$  у рівнянні (4) треба розглядати як величини, які залежать від фінансування. Тому моделі (1) і (4) вже не будуть автономними моделями НТП, оскільки в них функції  $a_t, H_t, Q_t$  не задаються ззовні, а визначаються інвестиціями. УФП, виступаючи, відповідно до сказаного, параметром функції  $a_t$ , характеризує вплив НТП на ВВП і повинен значною мірою залежити від фінансування наукових і науково-технічних робіт (ННТР).

Нам невідомі роботи, спрямовані на отримання кількісного зв'язку між УПФ і факторами, які на нього впливають. На наш погляд, це можна пояснити тим, що раніше були невідомими величини УФП для невеликих відрізків часу, оскільки оцінювання параметрів виробничої функції Кобба – Дугласа в літературі здійснюється з використанням класичного регресійного аналізу. Для нього як вихідні дані необхідно мати достатньо довгі ряди динаміки ВВП і факторів, які на нього впливають. Цю складність нам вдалося подолати, оскільки ми використали величини УФП, отримані методом оцінювання параметрів моделей, що змінюються в часі, який був застосований для моделювання економічного зростання України в трансформаційному періоді [7]. У даній роботі функція  $w_t$  виявилася нелінійною. Вона була апроксимована безперервною кусково-лінійною функцією – лінійним сплайном. Довжина інтервалу часу, на якому вона була лінійною, коливалася від одного до трьох років. Кожному такому інтервалу часу відповідало своє значення УФП.

#### Мета, методи та результати вирішення завдання

**Метою статті** є побудова моделі залежності УФП від обсягу фінансування ННТР стосовно до умов трансформаційної економіки України для подальшої інтерпретації коефіцієнтів моделі і прогнозування значення УФП на 2015 р.

Вихідними даними для побудови зазначеної моделі слугували величини УФП для 1995–2012 рр., взяті з наших попередніх праць [7; 8]. УФП для 2013 р. не можна було визначити через те, що у відповідному щорічнику \* відсутні дані про вартість основних засобів у 2013 р. у необхідних для розрахунку порівнянних цінах. Дані про обсяги фінансування ННТР отримані із статистичних щорічників України \*\*. Цей показник і УФП розглядалися з 1995 р., оскільки, починаючи з цього року, є дані про фінансування ННТР у гривнях. Для отримання порівнянного ряду обсягів фінансування всі його рівні були перераховані в ціни 1995 р., для чого використовувалась інформація про інфляцію в статистичних щорічниках України за 2005 і 2013 рр. Вихідні дані для розрахунків наведено в таблиці 1.

\* Статистичний щорічник України за 2013 рік ; [за ред. О.Г. Осауленка]. – К. : Державна служба статистики, 2014. – 534 с.

\*\* Статистичний щорічник України за 2005 рік ; [за ред. О.Г. Осауленка]. – К. : Державна служба статистики, 2006. – 576 с.; Статистичний щорічник України за 2013 рік ; [за ред. О.Г. Осауленка]. – К. : Державна служба статистики, 2014. – 534 с.

**Побудова моделі зв'язку УФП з фінансуванням ННТР.** Вид залежності був обраний у вигляді кінцевого розподіленого лага, оскільки віддача від ННТР може бути отримана через деякий час після їх завершення.

Таблиця 1

**Вихідні дані для моделі зв'язку УФП з фінансуванням ННТР**

Рік	Порядковий номер року ( $t$ )	Величина УФП ( $Y_t$ ) (%)	Обсяг фінансування ННТР ( $X_t$ ) (млрд. грн.)	Рік	Порядковий номер року ( $t$ )	Величина УФП ( $Y_t$ ) (%)	Обсяг фінансування ННТР ( $X_t$ ) (млрд. грн.)
1995	1	0,59	0,65	2004	10	0,97	1,20
1996	2	0,25	0,50	2005	11	0,97	1,32
1997	3	0,25	0,46	2006	12	1,08	1,18
1998	4	0,22	0,41	2007	13	1,08	1,21
1999	5	0,22	0,42	2008	14	1,08	1,29
2000	6	0,57	0,74	2009	15	0,77	1,12
2001	7	0,57	0,83	2010	16	0,81	1,18
2002	8	0,74	0,83	2011	17	0,88	1,20
2003	9	0,74	1,14	2012	18	0,850	1,33

Для цього випадку маємо таку модель:

$$Y_t = g + \sum_{\tau=0}^N h(\tau)X_{t-\tau} + \varepsilon_t, \quad t = N + 1, \dots, T, \quad (5)$$

де  $g$  – вільний член (вводиться для обліку масштабу);  $h(\tau)$  – коефіцієнт лага;  $N$  – максимальний лаг (невідомо величина);  $\varepsilon_t$  – випадкова величина, яка враховує вплив на УФП інших факторів, крім фінансування ННТР;  $T = 18$ .

Відповідно до формули (5), величина УФП ( $Y_t$ ) залежить не тільки від фінансування ННТР ( $X_t$ ) у період часу  $t$ , але й від фінансування у попередні періоди часу:  $X_t, X_{t-1}, \dots, X_{t-N}$ .

Для визначення максимального лага  $N$  у формулі (5) варіювалося від 0 до 5. Великі значення  $N$  було недоцільно розглядати: так, вже при  $N = 6$ , згідно з формулою (5), втрачалось шість спостережень, тобто третя частина всіх спостережень. Вибір  $N$  полягав у побудові моделей для різних  $N$  та оцінці цих моделей за допомогою інформаційного критерію Акаїке. Для  $N = 0, 1, 2$  будувалися регресії виду (5). Для великих значень  $N = 3, 4, 5$  надмірність даних ставала невеликою. Щоб її збільшити, припустили, що коефіцієнти лага можна описати деяким поліномом другого ступеня (параболою). Тим самим перейшли до окремого випадку поліноміального лага, коефіцієнти якого, згідно з попередніми напрацюваннями [9; 10], задаються виразами

$$h(\tau) = \sum_{i=0}^2 a_i \tau^i, \quad \tau = 0, \dots, N; \quad h(\tau) = 0, \quad \tau > N, \quad (6)$$

де  $a_0, a_1, a_2$  – невідомі коефіцієнти.

Підставивши коефіцієнти лага з формули (6) до формули (5) і привівши подібні члени, отримуємо регресію

$$Y_t = g + a_0 \theta_{t0} + a_1 \theta_{t1} + a_2 \theta_{t2} + \varepsilon_t, \quad t = N, \dots, T, \quad 3 \leq N \leq 5, \quad (7)$$

де  $a_i$  і  $\theta_{it}, i = 0, 1, 2$ , – відповідно, коефіцієнти і незалежні змінні, які визначаються формулами

$$\theta_0(t) = \sum_{\tau=0}^N X_{t-\tau}, \theta_1(t) = \sum_{\tau=0}^N \tau X_{t-\tau}, \theta_2(t) = \sum_{\tau=0}^N \tau^2 X_{t-\tau}. \quad (8)$$

Коефіцієнти лага у формулі (5) і регресії (7) пов'язані співвідношеннями

$$h(0) = a_0, h(1) = a_0 + a_1 + a_2, h(2) = a_0 + 2a_1 + 4a_2, h(3) = a_0 + 3a_1 + 9a_2, \\ h(4) = a_0 + 4a_1 + 16a_2. \quad (9)$$

Коефіцієнт  $h(0)$  відображає вплив на УФП у поточному році фінансування ННТР у цьому самому році,  $h(1)$  – у попередньому році,  $h(2)$  – два роки тому тощо.

Було перевірено і прийнято гіпотези про нормальний розподіл шуму  $\epsilon_t$  у моделях (5) і (7) згідно з критерієм, заснованим на використанні коефіцієнтів асиметрії та ексцесу ряду розподілу залишків (залишок – різниця між фактичним і розрахованим за рівнянням регресії значеннями УФП для деякого спостереження). Потім на основі цього результату було прийнято гіпотезу про те, що  $g = 0$  у рівняннях (5) і (7). Цей факт має чіткий економічний зміст, оскільки за відсутності фінансування УФП повинен дорівнювати нулю.

Інформаційний критерій Акаїке розраховувався за формулою  $AIC = 2(k - l)/2T$ , де  $k$  – число оцінюваних параметрів регресії (залежить від  $N$ ),  $l$  – логарифм функції правдоподібності для нормального розподілу, оскільки було встановлено, що розподіл шуму в регресії нормальний. Виявилось, що для максимального загаювання  $N \geq 2$  всі моделі не можна змістовно тлумачити через наявність у них від'ємних коефіцієнтів лага, що пояснюється мультиколінеарністю незалежних змінних у моделях (5) і (7), тобто їх наближеною лінійною залежністю.

Було визначено, що мінімальна величина  $AIC$  (їй відповідає краща модель) виходить для максимального лага  $N = 4$ . При цьому  $AIC = 2,998$ . Модель описується виразом (7), в якому  $g = 0$ , оцінки коефіцієнтів параболи  $\hat{a}_0 = 4,219$ ;  $\hat{a}_1 = -0,337$ ;  $\hat{a}_2 = -0,339$ . Їм відповідають середній квадратичний відхил (с.к.в.) залишків  $s = 0,986$ , коефіцієнт варіації яких становить 12,2%. Нормальність шуму в регресії дозволила застосувати ряд статистичних критеріїв. Значущість  $F$ -критерію виявилася практично рівною нулю, а коефіцієнт детермінації  $R^2 = 0,989$ . Критерій Дарбіна – Уотсона  $DW = 2,068$ , що говорить про відсутність автокореляції залишків. Отже, на УФП не впливають інші фактори, які регулярно змінюються, крім обсягів фінансування ННТР. Таким чином, отримана модель є адекватною і може бути використана для пояснення поведінки УФП.

Підставивши оцінки  $\hat{a}_i, i = 1, 2, 3$  у вираз (9), отримуємо оцінки коефіцієнтів лага:

$$\hat{h}(0) = 0,4219, \hat{h}(1) = 0,3543, \hat{h}(2) = 0,2189, \hat{h}(3) = 0,0157, \hat{h}(4) = -0,2554. \quad (10)$$

(0,1616)                      (0,0614)                      (0,1216)                      (0,0848)                      (0,1259)

У формулі (10) в дужках вказано с.к.в. оцінок коефіцієнтів лага від їх справжніх значень. З виразу (10) можна побачити, що с.к.в. оцінок коефіцієнтів лага  $\hat{h}(\tau)$ ,  $\tau = 2, 3, 4$  занадто великі, щоб можна було впевнено говорити про їх відмінність від нуля. Ці коефіцієнти не є значущими на 5-процентному рівні, що дозволяє прийняти гіпотезу про рівність нулю їх справжніх величин. Великою величиною с.к.в. пояснюється також неправильний знак оцінки  $\hat{h}(4)$ , що унеможливує правильну інтерпретацію отриманої моделі. Наведені властивості оцінок коефіцієнтів лага пояснюються мультиколінеарністю змінних  $\theta_0(t), \theta_1(t), \theta_2(t)$ , яка впливає з формули (4).

Для отримання невід'ємних оцінок лагових коефіцієнтів розв'язувалася задача оцінювання коефіцієнтів параболи  $a_0, a_1, a_2$  з функцією мети

$$\sum_{t=N+1}^T (Y_t - (a_0\theta_{t,0} + a_1\theta_{t,1} + a_2\theta_{t,2}))^2 \rightarrow \min \quad (11)$$

і обмеженнями на ненадійні оцінки коефіцієнтів лага

$$h(\tau) \geq 0, \tau = 2, 3, 4, \quad (12)$$

де величини  $h(\tau)$  є лінійними функціями (9) шуканих величин –  $a_0, a_1, a_2$ .

Розв'язок задачі (11) і (12) – оцінки  $\hat{a}_0 = 4,680$ ;  $\hat{a}_1 = -2,730$ ;  $\hat{a}_2 = -0,390$ .

Їм відповідають такі оцінки коефіцієнтів лага:

$$\begin{aligned} \hat{h}(0) = 0,4680_{(0,1032)}, \hat{h}(1) = 0,2340_{(0,0373)}, \hat{h}(2) = 0,0780_{(0,0367)}, \hat{h}(3) = 0_{(0,0573)}, \\ \hat{h}(4) = 0_{(0,0844)}. \end{aligned} \quad (13)$$

Сенс позначень у виразі (13) такий самий, як у формулі (10). Характеристики точності оцінок коефіцієнтів лага були розраховані раніше за відповідним алгоритмом [11; 12].

Порівнюючи формули (10) і (13), побачимо, що оцінки коефіцієнтів лага, отримані з урахуванням обмежень-нерівностей, є значно точнішими за оцінки без обмежень: с.к.в. перших трьох коефіцієнтів є приблизно у 1,5–3,3 рази меншими, якщо враховуються обмеження (12). Для останніх двох коефіцієнтів с.к.в. зменшилися приблизно в 1,5 рази.

Результат з виразу (13) слід трактувати так: переважне число робіт впроваджуються не більше ніж за три роки – поточний і два наступних. Тільки невелика частина впроваджується за більший строк. Дане міркування обґрунтовується тим, що рівність нулю оцінок коефіцієнтів лага  $\hat{h}(3)$  і  $\hat{h}(4)$  не говорить, що справжні їх значення нульові. Цілком можливо, що вони – малі, але відмінні від нуля величини.

Визначимо точність моделі, отриманої в результаті розв'язання задачі (11) і (12), використовуючи формулу дисперсії залишків для цього випадку в [11; 13]:

$$S^2 = \sum_{t=N+1}^T (Y_t - \sum_{\tau=0}^N \hat{h}(\tau) X_{t-\tau})^2 / (T - (N - 3) + m_a) = 0,1405/13 = 0,001081,$$

де оцінки коефіцієнтів лага беруться з формули (13); 3 – число коефіцієнтів параболи, які оцінюються;  $m_a$  – число обмежень, які обертаються у рівності у (12); у нашому випадку  $m_a = 2$ .

Таким чином, величина с.к.в. залишків для моделі оцінювання з урахуванням обмежень (12)  $S = 0,104$ . Їй відповідає коефіцієнт варіації 12,85%, який дещо перевищує відповідні величини для моделі без обмежень ( $s = 0,986$ , коефіцієнт варіації – 12,2%). Отже, обидві моделі оцінювання (з обмеженнями і без них) мають приблизно однакову точність обчислення УФП, проте коефіцієнти у другій моделі визначено значно точніше.

**Аналіз отриманої моделі.** Сукупність коефіцієнтів лага  $h(\tau)$ ,  $\tau = 0, \dots, N$  називається його структурою. Вона повністю характеризує лаговий процес, у нашому випадку – вплив фінансування ННТР на УФП. Щоб його вивчити, нормалізуємо структуру лага. З формули (5) отримуємо рівняння регресії  $\bar{Y}_t = \sum_{\tau=0}^N h(\tau) X_{t-\tau}$ ,  $N = 4$ ,

де  $\bar{Y}_t$  – регулярна частина УФП, яка пояснюється обсягом фінансування ННТР. Припустимо, що

$$M = \sum_{\tau=0}^N h(\tau) \geq 0, H(\tau) = h(\tau) / M, \quad (14)$$

де  $M$  – нульовий момент лага;  $0 \leq H(\tau) \leq 1$ ;  $\tau = 0, \dots, N$ .

Тоді формула для  $\bar{Y}_t$  матиме вигляд: 
$$\bar{Y}_t = M \sum_{\tau=0}^N H(\tau) X_{t-\tau}.$$

Величини  $H(\tau)$ ,  $\tau = 0, \dots, N$  являють собою нормалізовану структуру лага. Вона описує динаміку впливу фінансування ННТР на УФП. Величина  $M$  визначає силу цього впливу. Зокрема, величина  $M$  залежить від витрат на ННТР, які не мали практичного виходу через п'ять років після їх завершення.

Структура лага, який описує зв'язок УФП з витратами на ННТР, залежить від стану науково-технічної інфраструктури, кваліфікації наукових кадрів, їх кількості тощо, які багато в чому визначаються капітальними інвестиціями в науку. Водночас ці інвестиції безпосередньо залежать від ВВП, отже, і УФП. Таким чином, між УФП та інвестиціями в науку існує додатний зворотний зв'язок, який реалізує дедалі зростаючий вплив наукових розробок на економічне зростання.

Підставивши до формули (14) замість коефіцієнтів лага їх оцінки з рівняння (13), одержимо оцінки нормалізованої структури лага та його нульового моменту:  $\hat{H}(0) = 0,6$ ,  $\hat{H}(1) = 0,3$ ,  $\hat{H}(2) = 0,1$ ;  $\hat{H}(\tau) = 0$ ,  $\tau = 3, 4$ ;  $\hat{M} = 0,78$  (% УФП / млрд. грн.). Звідси випливає, що із суми фінансування в будь-якому році впроваджується (за вартістю): 60% – у цьому ж році, 30% – у наступному році і 10% – ще через один рік. Сенс  $\hat{M}$ : якщо, наприклад, фінансування ННТР у поточному і попередні йому два роки збільшити на 0,1 млрд. грн., то УФП у поточному році збільшиться на 0,078%.

**Прогнозування УФП.** Крім аналізу впливу фінансування ННТР на УФП, отриману модель можна використовувати для прогнозування УФП. Підставивши до формули (14) замість коефіцієнтів регресії їх оцінки, отримаємо точковий прогноз УФП в  $t$ -му періоді часу:  $\hat{Y}_t = \sum_{\tau=0}^N \hat{h}(\tau) X_{t-\tau}$ ,  $t > T$ . Для обчислення надійного інтервалу для прогнозованої величини УФП (інтервального прогнозу) визначимо дисперсію прогнозу:

$$S_n^2 = \bar{S}_n^2 + S^2, \quad (15)$$

де  $\bar{S}_n^2$  визначається похибкою обчислення оцінок коефіцієнтів лага.

Як приклад розглянемо випадок, коли для деякого року  $t > T$  і попередніх йому років будуть такі обсяги фінансування ННТР:  $X_t = X_{t-1} = X_{t-2} = X_{t-3} = X_{t-4} = 1$  млрд. грн. Для нього, згідно з виразом (15), маємо  $S_n^2 = 0,00091 + 0,104^2 = 0,011726$ . Таким чином, перший доданок у формулі (15) 0,00091 набагато менший за другий доданок 0,01082. Така картина, як показує практика обчислень за формулою (15), матиме місце для різних обсягів фінансування, тому, припустимо,  $S_n^2 \approx S^2 = 0,001082$ . Тоді, через нормальний розподіл випадкової компоненти в рівнянні (5), про що було сказано, помилка прогнозу УФП буде наближено нормально розподіленою. Таким чином, довірчий інтервал для  $Y_t$  буде таким:



$$\hat{Y}_t - t_p(q)S_{\pi} \leq Y_t \leq \hat{Y}_t + t_p(q)S_{\pi}, \quad t > T, \quad (16)$$

де  $t_p(q)$  – 100  $p$ -процентна точка розподілу Стюдента;  $q$  – число ступенів свободи цього розподілу.

Зазвичай обирається  $p = 0,05$ . Тоді довірчий інтервал з формули (16) покриває справжню величину УФП з високою ймовірністю  $1 - p = 0,95$ . Згідно з виразом (16), отримуємо довірчий інтервал для УФП  $0,0551 \leq Y_t \leq 0,101$ , який покриває невідому величину УПФ у  $t$ -му році з ймовірністю 95%.

Використовуючи попередні викладки, обчислимо величини УФП на 2013–2015 рр. на основі прогнозу, оскільки відомі величини УФП закінчуються 2012 р. Вихідні дані для розрахунку представлено в таблиці 2 (третій стовпчик). У ній обсяги фінансування у 2011 і 2012 рр. взято з таблиці 1, у 2013 р. – із статистичного збірника \*, інші значення обсягів фінансування ННТР було обчислено таким чином.

Згідно із статистичними даними, обсяг фінансування ННТР у 2013 р. становив 11,161 млрд. грн. у фактичних цінах. Щоб отримати цю величину у цінах 1995 р., вона була помножена на 0,125 – коефіцієнт, який враховує інфляцію. У результаті одержуємо:  $X_{19} = 1,39$  млрд. грн.

Таблиця 2

Вихідні дані і результати прогнозування

Рік	Порядковий номер року ( $t$ )	Обсяг фінансування ННТР ( $X_t$ ) (млрд. грн.)	Прогнозна величина УФП ( $\hat{Y}_t$ ) (%)	Межі довірчого інтервалу	
				ліва	права
2011	17	1,20			
2012	18	1,33			
2013	19	1,39	1,06	0,83	1,29
2014	20	1,01	0,90	0,678	1,13
2015	21	0,91	0,77	0,54	1,00

У зв'язку з тим, що немає фактичних даних про обсяг фінансування ННТР у 2014 р., був обчислений його плановий обсяг. З цією метою на основі даних про державний бюджет України на 2014 і 2015 рр. \*\* було визначено суму бюджетного фінансування ННТР усіх галузей економіки, яка склала 4,287 млрд. грн. у цінах 2014 р. Було встановлено, що питома вага фінансування з державного бюджету дорівнює 43% від загальної суми \*\*\*. Вважатимемо, що таке співвідношення збереглось у 2014 р., тоді отримаємо загальний обсяг фінансування ННТР у цінах 2014 р., що дорівнює 10,047 млрд. грн. Коефіцієнт зведення до цін 1995 р. =  $8 \times 1,249$  (24,9% – інфляція у 2014 р. порівняно з 2013 р.). Звідси  $X_{20} = 1,01$  млрд. грн.

\* Статистичний щорічник України за 2013 рік ; [за ред. О.Г. Осауленка]. – К. : Державна служба статистики, 2014. – 534 с.

\*\* Про Державний бюджет України на 2014 рік : Закон України від 16.01.2014 р. № 719-VII // Відомості Верховної Ради України. – 2014. – № 9. – ст. 93; проект Закону України "Про Державний бюджет України на 2015 рік" (доопрацьований) від 22.12.2014 р. – Додаток 3 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://w1.c1.rada.gov.ua/pls/zweb2/webproc4\\_1?pf3511=52941](http://w1.c1.rada.gov.ua/pls/zweb2/webproc4_1?pf3511=52941).

\*\*\* Статистичний щорічник України за 2013 рік ; [за ред. О.Г. Осауленка]. – К. : Державна служба статистики, 2014. – 534 с.

Аналогічно була розрахована сума фінансування ННТР у 2015 р., яка дорівнює 10,20 млрд. грн. (сума фінансування цих робіт у всіх галузях економіки з державного бюджету у 2015 р. – 4,092 млрд. грн., що становить 43% від загальної суми їх фінансування). У наведених цінах з урахуванням інфляції у 12,3% порівняно з 2014 р. отримали:  $X_{21} = 0,91$  млрд. грн.

На основі цих вихідних даних за наведеними формулами отримано точкові та інтервальні прогнози УФП на 2013–2015 рр. (див. табл. 2).

#### Висновки

З урахуванням умов трансформаційної економіки, в яких перебуває Україна, запропоновано трактування УФП як інтегрованого показника впливу НТП на величину віддачі від ресурсів, що виражається в зміні в часі показників степенів у цих ресурсів у виробничій функції Кобба – Дугласа. Встановлено, що УФП в основному визначається фінансуванням ННТР, а зв'язок між УФП і фінансуванням ННТР описується моделлю кінцевого розподіленого лага. Максимальний лаг дорівнює чотирьом рокам, причому 90% від суми фінансування ННТР, виділеної на якийсь рік, являють собою вартість робіт, які впроваджуються в найближчі два роки. Таким чином, великі розробки, тривалість створення яких перевищує два роки, досить рідкісні.

Використання апріорних обмежень-нерівностей на оцінки коефіцієнтів лага дозволяє отримати економічно обгрунтовану модель УФП. При цьому точність оцінювання цих коефіцієнтів значно підвищується, що дозволяє прогнозувати УФП з прийнятною точністю.

#### Список використаної літератури

1. *Гесць В.М., Семиноженко В.П.* Інноваційні перспективи України. – Харків : Константа, 2006. – 272 с.
2. *Скворчевський О.Є.* Множинна регресія обсягів науково-технічних розробок від фінансування з державного бюджету та власних коштів підприємств // Вісник НТУ “ХПІ”. – 2013. – № 44 (1017) – С. 145–153.
3. *Варшавский А.Е.* Научно-технический прогресс в моделях экономического развития: методы анализа и оценки. – М. : “Финансы и статистика”, 1984. – 208 с.
4. *Любич А.А., Харазишвили Ю.М., Денисюк В.А.* Формирование критериев и модели оценки инновационности социально-экономического развития // Инновации. – 2009. – № 9 (131). – С. 106–111.
5. *Калюжний В.В.* Вдосконалені та нові методи вимірювання впливу капіталу, праці і продуктивності на зростання ВВП // Економіка України. – 2003. – № 6. – С. 42–48.
6. *Saliola F., Seker M.* Total factor productivity across the developing world // World Bank's Enterprise surveys country note series. – 2011. – № 23.
7. *Корхин А.С.* Моделирование экономического роста в трансформационном периоде (на примере Украины) // Проблемы управления и информатики. – 2013. – № 5. – С. 126–141.
8. *Корхин А.С.* Исследование основных параметров, характеризующих экономическое развитие Украины в переходном периоде // Менеджмент, маркетинг, предпринимательство: содействие устойчивому развитию : матер. Первой междунар. научно-практ. интернет-конф. – Днепропетровск – Котбус : Нацио-

нальний горний університет, Бранденбургський технічний університет, 2014. — С. 112–113.

9. Корхин А.С. Моделирование экономических систем с распределенным лагом. — М.: Финансы и статистика, 1981. — 160 с.

10. Драймз Ф. Распределенные лаги ; [пер. с англ.]. — М. : Финансы и статистика, 1982. — 383 с.

11. Knopov P.S., Korkhin A.S. Regression Analysis Under A Priori Parameter Restrictions : monograph. — NY : Springer Science and Business Media, 2011. — 250 p.

12. Корхин А.С. Оценивание матрицы средних квадратов ошибок оценок параметров линейной регрессии для произвольного числа регрессоров и трех ограничений-неравенств // Кибернетика и системный анализ. — 2006. — № 3. — С. 42–60.

13. Корхин А.С. Линейная регрессия с нестационарными переменными и ограничениями на параметры // Кибернетика и системный анализ. — 2009. — № 3. — С. 50–64.

#### References

1. Heyets V.M., Semynozhenko V.P. *Innovatsiini Perspektyvy Ukrainy* [Ukraine's Innovative Perspectives]. Kharkiv, Konstanta, 2006 [in Ukrainian].

2. Skvorchevs'kyi O.E. *Mnozhyinna regresiya obsyagiv naukovo-tekhnichnykh rozrobok vid finansuvannya z derzhavnogo byudzhetu ta vlasnykh koshtiv pidpnyemstv* [Multiple regression of volumes of scientific-technical developments from the financing from state's budget and own funds of enterprises]. *Visnyk NTU "KhPI" – Bull. NTU "KhPI"*, 2013, No. 44 (1017), pp. 145–153 [in Ukrainian].

3. *Varshavskii A.E. Nauchno-Tekhnicheskii Progress v Modelyakh Ekonomicheskogo Razvitiya: Metody Analiza i Otsenki* [Scientific Technical Progress in Models of Economic Development: Methods of Analysis and Estimates]. Moscow, Finansy i Statistika, 1984 [in Russian].

4. Lyubich A.A., Kharazishvili Yu.M., Denisyuk V.A. *Formirovanie kriteriev i modeli otsenki innovatsionnosti sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiya* [Formation of criteria and the models of estimation of the innovative character of the socio-economic development]. *Innovatsii – Innovations*, 2009, No. 9 (131), pp. 106–111 [in Russian].

5. Kalyuzhnyi V.V. *Vdoskonaleni ta novi metody vymiryuvannya vplyvu kapitalu, pratsi i produktyvnosti na zrostannya VVP* [The improved and new methods of measurements of the influence of capital, labor, and productivity on the GDP growth]. *Ekonomika Ukrainy – Economy of Ukraine*, 2003, No. 6, pp. 42–48 [in Ukrainian].

6. Saliola F., Seker M. Total factor productivity across the developing world. *World Bank's Enterprise Surveys Country Note Series*, 2011, No. 23.

7. Korkhin A.S. *Modelirovanie ekonomicheskogo rosta v transformatsionnom periode (na primere Ukrainy)* [The modeling of economic growth in a transformational period (by the example of Ukraine)]. *Probl. Uprav. i Inform. – Probl. Manag. and Inform.*, 2013, No. 5, pp. 126–141 [in Russian].

8. Korkhin A.S. *Issledovanie osnovnykh parametrov, kharakterizuyushchikh ekonomicheskoe razvitie Ukrainy v perekhodnom periode, v: Menedzhment, Marketing, Predprinimatel'stvo: Sodeistvie Ustoichivomu Razvitiyu. Mater. Pervoi Mezhdunar. Nauchno-Prakt. Internet-Konfer.* [Study of the main parameters characterizing Ukraine's economic development in the transient period, in: Management, Marketing, Business: Support of the Steady Development. Proceed. of the 1-st Internat. Sci.-Pract. Internet-Confer.].

Dnepropetrovsk, Cottbus, National Mining Univ., Brandenburg Techn. Univ., 2014, pp. 112–113 [in Russian].

9. Korkhin A.S. *Modelirovanie Ekonomicheskikh Sistem s Raspredelelynym Lagom* [The Modeling of Economic Systems with Distributed Lag]. Moscow, Finansy i Statistika, 1981 [in Russian].

10. Dhrymes Ph. *Raspredelelynye Lagi* [Distributed Lags: Problems of Estimation and Formulation]. Moscow, Finansy i Statistika, 1982 [in Russian].

11. Knopov P.S., Korkhin A.S. *Regression Analysis under A Priori Parameter Restrictions*. New York, Springer Science and Business Media, 2011.

12. Korkhin A.S. *Otsenivanie matritsy srednikh kvadratov oshibok otsenok parametrov lineinoi regressii dlya proizvol'nogo chisla regressorov i trekh ogranichenii-neravenstv* [Evaluation of the error mean-square matrix for the estimates of parameters of a linear regression for any number of regressors and three restrictions-inequalities]. *Kibern. i Sist. Anal. – Cybern. and Syst. Analysis*, 2006, No. 3, pp. 42–60 [in Russian].

13. Korkhin A.S. *Lineinaya regressiya s nestatsionarnymi peremennymi i ogranicheniyami na parametry* [Linear regression with nonsteady variables and restrictions on parameters]. *Kibern. i Sist. Anal. – Cybern. and Syst. Analysis*, 2009, No. 3, pp. 50–64 [in Russian].

Стаття надійшла до редакції 7 травня 2015 р.

---