УДК 621.64.029

Математичні моделі неусталеного руху газу в об'єктах газотранспортних систем

Ярослав П'янило[1], Мирослав Притула[2], Назар Притула[3]

[1] к. ф.-м. н., с. н. с., Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дж. Дудаєва, 15, Львів, Україна, 79005, e-mail: prom@cmm.lviv.ua
[2] к. ф.-м. н., с. н. с., Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Дж. Дудаєва, 15, Львів, Україна, 79005, e-mail: prytula@cmm.lviv.ua
[3] аспірант, Львівський національний університет, вул. Університетська, 1, Львів, Україна, 79000, e-mail: prytula@cmm.lviv.ua

У роботі розглянуто основні моделі об'єктів, задіяних у транспортуванні та зберіганні газу. Подано постановки нелінійних задач математичної фізики, які використовуються для розрахунку параметрів руху газу з метою оптимізації роботи газотранспортної системи (ГТС). У випадку моделювання дифузії газу в пористих середовищах запропоновано алгоритм побудови початково-граничних умов на основі дискретних даних у точках зосереджених джерел (свердловин). Побудовано ітераційні схеми розв'язування нелінійних систем взаємозв'язаних диференціальних рівнянь із частинними похідними. При цьому за початкові наближення приймаються розв'язки відповідних лінеаризованих задач при заданих початково-граничних умовах.

Ключові слова: математична модель, методи розв'язування, неусталений рух газу, пористе середовище, газопровід.

Вступ. Вирішення важливих науково-прикладних проблем теорії масоперенесення в трубопроводах і пористих середовищах базується на ефективності існуючих аналітико-числових методів розв'язування відповідних задач математичної фізики й обробки реальних даних із урахуванням апріорної інформації. Так, опис процесу перенесення речовини в пористих середовищах зводиться, як правило, до розв'язування системи взаємозв'язаних параболічних рівнянь другого порядку з джерелами, що пропорційні до шуканих функцій концентрацій. Після приведення до безрозмірної форми ці системи містять малий параметр біля старшої похідної. Характерною особливістю вказаних задач є і те, що в більшості випадків аналітичний вигляд початкових і граничних умов є невідомим. Так, при моделюванні руху газу в пористих середовищах, якими є газоносні пласти підземних газосховищ, дані про температуру та розподіл тиску відомі в нерегулярних точках. Це приводить до формулювання задач математичної фізики, які є некоректними за Тихоновим, і для побудови їхнього розв'язку необхідно використовувати регуляризуючі алгоритми, що опираються на апріорну інформацію, яка відома в неформалізованому вигляді.

Для ефективного використання систем газопостачання необхідно побудувати адаптивну систему контролю та керування за динамічними процесами видобутку, підготовки до транспортування, зберігання та транспортування газу. При цьому слід враховувати особливості, що виникають [1-3]: неповноту інформації про фізичні та геометричні властивості продуктивного пласту газових родовищ і сховищ, технологічний і технічний стан об'єктів газотранспортної системи, залежність технологічних процесів відбору газу від режиму роботи пласту та свердловин, нестаціонарність процесів видобутку, відборів-закачування, транспортування, надходження газу в систему та його відборів споживачами. Основою систем оперативного оптимального керування повинні бути апробовані математичні моделі процесів, які є визначальними під час транспортування газу. Для побудови математичної моделі газотранспортної системи необхідно мати математичні моделі всіх об'єктів, задіяних у транспортуванні газу. Основними об'єктами є: газопроводи, запірна та регулююча арматура, компресорні станції (КС), родовища та підземні сховища газу.

1. Неусталений рух газу в трубопроводах

Лінійні структури газопроводів складаються з послідовності трубопроводів, запірної арматури (кранів), компресорних станцій. У певних місцях вздовж такої структури можуть бути розміщені як джерела, так і споживачі газу, зокрема, одним із споживачів (джерелом) може бути пласт підземного сховища газу (ПСГ).

Рух газу в трубопроводі, що знаходиться в ґрунті, за відповідних початково-крайових умов у нестаціонарному неізотермічному режимі описується нелінійною взаємозв'язаною системою диференціальних рівнянь із частинними похідними [1, 2]

$$\frac{\partial(\rho\upsilon)}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(p+\rho\upsilon^2\right)=-\rho\left(\frac{\lambda\upsilon|\upsilon|}{2D}+g\frac{\partial h}{\partial x}\right),$$
$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\rho\upsilon\right)=0,$$
$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\rho E\right)+\frac{\partial}{\partial x}\left[\rho\upsilon\left(E+\frac{p}{\rho}\right)\right]=\frac{4k(T_{гр}-T)}{D}-\rho\upsilon g\frac{\partial h}{\partial x}, \tag{1}$$

де ρ,υ та p — відповідно густина, швидкість руху та тиск газу; λ — коефіцієнт гідравлічного опору; k — коефіцієнт теплопередачі від труби до ґрунту; T і $T_{гр}$ — температури газу та ґрунту; h — глибина залягання труби; E — повна енергія одиниці маси газу; g — прискорення вільного падіння; D — діаметр трубопроводу; t — час; x, $x\in[0,l]$ — біжуча координата; l — довжина трубопроводу. Густина повної енергії означається виразом

$$E=i-\frac{p}{\rho}+\frac{\upsilon^2}{2},$$

в якому для зміни внутрішньої енергії i справедливе співвідношення

$$di = C_p dT + \left[\frac{1}{\rho} - T \left(\frac{\partial(1/\rho)}{\partial T} \right)_P \right] dp,$$

де C_p — питома теплоємність за сталого тиску. Для замикання системи рівнянь використовується рівняння стану неідеального газу, зокрема

$$p = \rho z R T \,. \tag{2}$$

Тут R — газова стала, z — коефіцієнт стисливості, який характеризує відмінність ідеального газу від реального. Для його обчислення побудовані емпіричні формули, одна з яких має вигляд

$$z = \frac{1}{1 + fp},$$

де $f = (24 - 0{,}2t) \cdot 10^4$ атм$^{-1}$, t — температура газу (за Цельсієм), а p вимірюється в атмосферах.

Для розрахунку стаціонарних режимів використовуються рівняння (без врахування швидкісного напору) [1]

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{0{,}25\sqrt{\pi}\lambda M^2}{\rho F^{5,2}} - \rho g \sin\phi,$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{\lambda k D\left[T_{гр} - T\right]}{C_p M} + \frac{0{,}25\sqrt{\pi}\lambda M^2}{\rho C_p F^{5,2}} \left\{ \frac{1}{\rho} - T\left[\frac{\partial(1/\rho)}{\partial T}\right]_p \right\} - g\rho \sin\phi \frac{\partial(1/\rho)}{\partial T},$$

$$M = F\rho\upsilon = const\,,$$

де ϕ — кут нахилу профілю траси до горизонту, F — площа перерізу труби.

Розв’язування системи (1) пов’язане зі значними обчислювальними труднощами. Тому при дослідженні нестаціонарного руху газу здебільшого використовують систему взаємозв’язаних диференціальних рівнянь із частинними похідними

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \rho\alpha \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\upsilon^2}{2}\right) + \rho g \frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\lambda \upsilon^2}{2D}\rho + \frac{\partial(\rho\upsilon)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial(\rho\upsilon)}{\partial x} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial p}{\partial t} = 0\,. \tag{3}$$

Тут c — швидкість звуку в газі; α — коефіцієнт Коріоліса.

На даний час не існує точних аналітичних способів розв’язування нелінійних задач математичної фізики в загальному випадку. Для знаходження наближеного розв’язку існує декілька підходів [1, 2, 4-7]: вихідні рівняння лінеаризують і визначають їх точний аналітичний розв’язок; будують ітераційні алгоритми; застосовують числові методи. При лінеаризації, як правило, приймають, що характерний параметр задачі $2a = \lambda z/2D$ є сталим, у рівнянні руху нехтують вкладом складової $\rho g\partial h/\partial x$, яка враховує перепад тиску внаслідок зміни профілю траси, а також нехтують силою Коріоліса, бо зміни лінійної швидкості вздовж трубопроводу та сили тертя є незначними. Тоді вихідна система рівнянь спрощується та можна отримати її аналітичний розв’язок за відповідних початково-крайових умов.

Швидкість збіжності ітераційних методів розв'язування нелінійних задач залежить від початкового (нульового) наближення. Як правило, за початкове наближення приймають розв'язок лінеаризованого варіанта задачі.

Лінеаризація системи. Параболічна функціональна залежність $f_2(\upsilon) = \upsilon^2$ апроксимується такою прямою

$$f_2(\upsilon) \approx a\upsilon + b \equiv f_1(\upsilon),$$

де коефіцієнти a та b визначаються згідно критеріїв, приведених у роботах [1, 6, 7]. У даній роботі коефіцієнти a та b вибираються наступним чином.

На практиці, як правило, відомі межі зміни швидкості газу в трубопроводі υ_1 та υ_2, тобто $\upsilon \in [\upsilon_1, \upsilon_2]$. Тоді для прямої $f_1(\upsilon)$, що проходить через точки $(\upsilon_1, f_2(\upsilon_1))$, $(\upsilon_2, f_2(\upsilon_2))$ коефіцієнти $a_{1\upsilon}$ та $b_{1\upsilon}$ будуть $a_{1\upsilon} = (\upsilon_1 + \upsilon_2)$, $b_{1\upsilon} = \upsilon_1\upsilon_2$. Якщо $f_3(\upsilon)$ дотична до кривої $f_2(\upsilon)$ і паралельна до $f_1(\upsilon)$, то $a_{3\upsilon} = \upsilon_1 + \upsilon_2$, $b_{3\upsilon} = -\left(\upsilon_1^2 + \upsilon_2^2\right)/4$. Тоді криву $f_2(\upsilon)$ будемо апроксимувати прямою $f_4(\upsilon)$, яка лежить посередині між $f_1(\upsilon)$ та $f_3(\upsilon)$. За такої лінеаризації $a_\upsilon = \upsilon_1 + \upsilon_2$ та $b_\upsilon = -\upsilon_1\upsilon_2 - (\upsilon_2 - \upsilon_1)^2/8$, тобто

$$f_4(\upsilon) = (\upsilon_1 + \upsilon_2)\upsilon - \upsilon_1\upsilon_2 - \left(\upsilon_2 - \upsilon_1\right)^2/8.$$

Аналіз експериментальних даних показує, що процес руху газу в трубопроводі залежить від відношення p/z, тобто під час розв'язування вихідної системи необхідно враховувати залежність коефіцієнта стисливості від тиску $z = z(p)$. У цьому випадку поряд із нелінійністю за функцією швидкості виникає нелінійність за функцією тиску виду $p(1 + fp)$. Тому покладемо $p(1 + fp) \approx a_p + b_p p$. Тут $p \in [p_1, p_2]$, де p_1 та p_2 — межі зміни тиску, які приймаються відомими. Якщо в системі (3) врахувати введені вище апроксимації, то перше рівняння можна записати у вигляді

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \omega}{\partial t} + b_1 p + b_2\omega + b_3\frac{\partial \omega}{\partial x} = -b_0\frac{a_p}{RT} + \varphi(\rho, \upsilon), \tag{4}$$

де $\omega = \rho\upsilon$ — конвективний потік маси,

$$b_0 = \frac{\lambda a_\upsilon}{2D} + g\frac{\partial h}{\partial x}, \quad b_1 = b_0\frac{b_p}{RT}, \quad b_2 = \frac{\lambda d_\upsilon}{2D}, \quad b_3 = \frac{\alpha\, d_\upsilon}{2},$$

а

$$\varphi(\rho, \upsilon) = \upsilon\frac{\alpha b_\upsilon}{2}\frac{\partial \rho}{\partial x} - \frac{\rho}{2}\left(\alpha\frac{\partial}{\partial x} + \frac{\lambda}{D}\right)\left(\upsilon^2 - a_\upsilon - b_\upsilon\upsilon\right) -$$

$$-\frac{b_0}{RT}\left[p\left(1 + f\ p\right) - a_p - b_p p\right]$$

— нев'язка, що виникає внаслідок лінеаризації. З врахуванням цього вихідна система рівнянь запишеться так

$$\frac{\partial\omega}{\partial t}+\frac{\partial p}{\partial x}+b_1 p+b_2\omega+b_3\frac{\partial\omega}{\partial x}=-b_0\frac{a_p}{RT}+\varphi(\rho,\upsilon),$$
$$\frac{\partial\omega}{\partial x}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial p}{\partial t}=0. \tag{5}$$

Ітераційна схема розв'язування системи рівнянь (5) [4-6]. Нехай $p^j(x, t)$ та $\omega^j(x,t)$ — j-ті ітерації шуканого розв'язку вихідної системи. Тоді $(j + 1)$-ші ітерації визначаються з системи диференціальних рівнянь

$$\frac{\partial\omega^{j+1}}{\partial t}+\frac{\partial p^{j+1}}{\partial x}+b_1 p^{j+1}+b_2\omega^{j+1}+b_3\frac{\partial\omega^{j+1}}{\partial x}=-b_0\frac{a_p}{RT}+\varphi(\rho^j,\upsilon^j),$$
$$\frac{\partial\omega^{j+1}}{\partial x}+\frac{1}{c^2}\frac{\partial p^{j+1}}{\partial t}=0. \tag{6}$$

Для знаходження розв'язку системи (6) необхідно задати узгоджені початкові та граничні умови. При постановці задач для розрахунку ГТС розглядають різні початково-крайові умови, які визначаються, в основному, зміною режиму роботи компресорних станцій (внаслідок чого змінюється в часі об'ємна витрата газу q), необхідністю підтримки сталого тиску на вході (виході) в мережу, зміною режиму споживання і т. п. Як правило, граничні умови визначаються на основі заміряних даних шляхом їх апроксимації відповідними функціями. Оскільки розглядається збурення тиску відносно стаціонарного стану, то за початковий розподіл функції тиску доцільно взяти розв'язок відповідної задачі в стаціонарному випадку. Тоді вихідна система (3) вироджується в рівняння

$$\frac{\partial p}{\partial x}+\rho\alpha\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\upsilon^2}{2}\right)+\rho g\frac{\partial h}{\partial x}+\frac{\lambda\upsilon^2}{2D}\rho=0,$$

розв'язок якого в неявному вигляді у разі постійного вхідного тиску p_0 і середніх значень коефіцієнта стисливості та температури $z = const, T = const$ буде

$$\frac{1}{a_2}\left(\frac{a_1}{2}+a_0a_2\right)\ln\frac{a_1+a_2p_0^2}{a_1+a_2p^2}+2a_0\ln\frac{p}{p_0}=a_1x, \tag{7}$$
$$a_0=\frac{\alpha}{4}RTz\left(\frac{M}{F}\right)^2,\quad a_1=\frac{\lambda}{2D\eta}RTz\left(\frac{M}{F}\right)^2,\quad a_2=\frac{g\Delta h}{zRTl},$$

Аналіз даних роботи КС [1, 2] показує, що характер зміни об'ємних витрат є близьким до експоненціального. Тому граничні умови на об'ємні витрати газу доцільно вибирати у вигляді

$$q_0(t) = q_{0n} + \left(q_0 - q_{0n}\right)e^{-\gamma_0 t}, \tag{8}$$

$$q_l(t) = q_{\ln} + \left(q_l - q_{\ln}\right)e^{-\gamma_l t} \tag{9}$$

відповідно на вході та виході трубопроводу. У даному випадку q_0, q_{0n}, γ_0 — об'ємні витрати газу у вихідному та наступному стаціонарному стані течії газу та параметр, який характеризує швидкість переходу з одного стану в інший на початку трубопроводу, а q_l, q_{ln}, γ_l — аналогічні параметри в кінці трубопроводу. Параметри γ_0 та γ_l визначаються на основі обробки експериментальних даних, або задаються при плануванні режиму роботи КС.

Ітераційна схема розв'язування задачі зводиться до таких кроків.

1. Отримується розв'язок лінеаризованої задачі, який є початковим наближенням ітераційної процедури при заданих початково-граничних умовах і нульовій нев'язці.

2. За знайденим початковим наближенням обчислюється нев'язка $\varphi(\rho, \upsilon)$ і розв'язується система рівнянь (6) за нульових початково-граничних умов.

Процес продовжується доти, поки різниця між двома послідовними наближеннями не стане меншою від заданої величини. Відзначимо, що така ітераційна процедура є збіжною [5].

У роботах [1, 2] запропоновано й інші шляхи лінеаризації системи (3) без урахування сил Коріоліса та перепаду висот для довгих трубопроводів. Відзначено, що для розв'язування практичних задач достатньо обмежитися двочленною апроксимацією нелінійних залежностей, які входять у вихідні рівняння.

Зміна температури газу вздовж трубопроводу $T(x)$ і середня температура газу T_s обчислюються за формулами [5, 6]

$$T(x) = T_{01} + T_{02}e^{-ax},$$

$$T_s = T_0 + \left(1 - \frac{1 - e^{-al}}{al}\right) \cdot \left(T_{гр} - T_0 - D_i \frac{\Delta p}{al} + \frac{g\Upsilon}{aC_p}\right),$$

$$T_{01} = T_{гр} - T_{00}, \quad T_{02} = T_0 - T_{гр} + T_{00}, \quad T_{00} = \frac{1}{al}\left[\Delta p\left(D_i - \frac{1}{C_p \rho_0}\right) + \frac{g\Delta h}{C_p}\right],$$

$$\Upsilon = \frac{\Delta p}{g\rho_0 l}, \quad \Delta p = p_0 - p_l,$$

де D_i — коефіцієнт Джоуля-Томпсона, p_l — тиск у кінці трубопроводу.

2. Розподіл тиску в пласті ПСГ

При розрахунках газотранспортних систем поряд з об'єктами транспортування газу необхідно розглядати також об'єкти, які є джерелами газу — видобуток газу й об'єкти, які можуть бути як джерелами, так і споживачами газу — підземні сховища газу. Складовою частиною як родовища, так і сховища газу є газоносний пласт.

Пласт за своєю природою є пористим середовищем. Розподіл тиску газу $p(x, y, t)$ у пористих середовищах у нестаціонарному випадку описується нелінійним диференціальним рівнянням із частинними похідними [3, 4]

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{k^* h^*}{\mu z}\frac{\partial p^2}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{k^* h^*}{\mu z}\frac{\partial p^2}{\partial y}\right)=2\alpha_n m h^*\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{p}{z}\right)+4mh^* q p_{at}, \tag{10}$$

де k^* — проникність пласту, μ — динамічна в'язкість газу, h^* — приведена товщина пласту, m — пористість пласту, α_n — коефіцієнт газонасичeності, q — густина відбору, p_{at} — значення атмосферного тиску за стандартних умов. Застосовуючи ітераційну схему розв'язування до рівняння (10) на проміжку $p\in[p_1, p_2]$ отримаємо [4, 5]

$$\Delta p_i=\kappa_0\alpha_n\frac{a_2}{a_1}\frac{\partial p_i}{\partial t}+\frac{\kappa_0\Psi(x,y,t)}{a_1}+\theta(p_{i-1}), \tag{11}$$

де $\Delta=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2$, $\quad \Psi(x,y,t)=2\frac{p_{at}}{V}\sum\limits_{i=1}^{I}q_i\delta\left(x-x_i^0\right)\delta\left(y-y_i^0\right)\left[\eta(t-t_{1i})-\eta(t-t_{2i})\right]$,

а нев'язка $\theta(p_i)$ визначається співвідношенням

$$\theta(p_i)=\frac{1}{a_1}\left\{\kappa_0\alpha_n\frac{\partial}{\partial t}\left[f_2(p_i)-\tilde f_2(p_i)\right]-\Delta\left[f_1(p_i)-\tilde f_1(p_i)\right]\right\}. \tag{12}$$

$$\kappa_0=\kappa\frac{a_1}{\alpha_n a_2},\qquad \kappa=k^*/2m\mu,\quad \beta_0=\frac{2p_{at}}{\alpha_n V a_2},$$

$$f_1(p)=p^2+\frac{2}{3}f\,p^3,\qquad f_2(p)=p+f\,p^2,$$

$$a_i=\frac{f_i(p_2)-f_i(p_1)}{p_2-p_1},\qquad b_i=f_i(p_1)-\frac{p_1}{p_2-p_1}\left[f_i(p_2)-f_1(p_1)\right],$$

$\left(x_i^0, y_i^0\right)$ — координати i-ої свердловини, $\delta(x)$ — дельта-функція Діррака, $\eta(t-t_{ji})$ — функція Гевісайда, t_{1i} та t_{2i} — відповідно часи увімкнення та вимкнення i-ої свердловини, V — поровий об'єм сховища. Граничні умови можна вибирати наступним чином.

А) Оскільки пласт ПСГ є обмеженим у просторі, то його можна помістити у прямокутну область, на границі якої значення тиску приймаються нульовими.

В) Зазвичай, ПСГ будують у таких пористих середовищах, у яких немає стоку газу на границі. Тому на границі сховища можна прийняти рівність нулю градієнта тиску за нормаллю.

Початковий розподіл тиску апроксимується таким ортогональним рядом [4]

$$p(\xi,\eta)=\sum_{n,m=0}^{N,M}\frac{P_{n,m}}{r_n r_m}P_n(\xi)P_m(\eta), \tag{13}$$

де $P_n(\xi)$ — многочлени Лежандра, ортогональні на проміжку $\xi \in [-1, 1]$, $r_m = 2/(m+1)$ — нормуючий множник, $P_{n,m}$ — шукані коефіцієнти розкладу за відомими значеннями тиску в координатах свердловин. Для визначення $P_{n,m}$ маємо таку квадратурну формулу [5]

$$P_{n,m} = W_N W_M \sum_{i,j=1}^{N,M} \zeta_{N,i} \zeta_{M,j} P_n(\zeta_i) P_m(\eta_j),$$

де ξ_i та η_j — корені многочленів $P_{N+1}(\xi)$ та $P_{M+1}(\eta)$ відповідно, $W_N = 2(N+1)^{-2}$, $W_M = 2(M+1)^{-2}$, $\zeta_{N,i} = \left(1-\xi_i^2\right) p_f(\xi_i, \eta_i) \left[P_N(\xi_i)\right]^{-2}$, а $p_f(\xi_i, \eta_i)$ — значення тиску в точках (ξ_i, η_i) (свердловинах).

Висновки та зауваження

1. Отримано лінеаризовану систему рівнянь, яка з достатньою точністю описує процеси руху газу в трубопроводах.
2. Вибір розв'язку лінеаризованої системи рівнянь забезпечує швидкозбіжність запропонованої ітераційної процедури (під час проведення числового експерименту вже 3-4 ітерації давали задовільну точність).
3. При побудові початкового розподілу тиску в пласті ПСГ у зонах, у яких відсутні зосереджені джерела (свердловини) доцільно використовувати лінійну апроксимацію функції розподілу тиску.
4. Коефіцієнти лінеаризації забезпечують рівномірне наближення відповідних нелінійних функціональних залежностей на вибраному інтервалі зміни значень, тоді як найістотніший вплив на результати обчислень може мати похибка розв'язку на деякому підінтервалі.
5. Є певна довільність у виборі границь зміни значень нелінійних функціональних залежностей, які лінеаризуються та від яких залежать коефіцієнти лінеаризації.

Література

[1] *Александров А. В., Яковлев Е. И.* Проектирование и эксплуатация систем дальнего транспорта газа. — М.: Недра, 1974. — 443 с.

[2] Трубопроводный транспорт газа / *Бобровский С. А., Щербаков С. Г. Яковлев Е. И.* и др. — М.: Наука, 1976. — 495 с.

[3] *Тетерев И. Г., Шешуков Н. Л., Нанивский Е. М.* Управление процессами добычи газа. — М.: Недра, 1981. — 248 с.

[4] *П'янило Я. Д.* Дослідження неусталеного руху газу в пористих середовищах // Прикл. проблеми мех. і мат. — 2004. — Вип. 2. — С. 178-184.

[5] *П'янило Я. Д., Попович В. С., П'янило А. Я.* Ітераційна схема розв'язування нелінійних крайових задач типу нестаціонарної теплопровідності // Мат. методи і фіз.-мех. поля. — 2004. — Т. 47, № 2. — С. 163-167.

[6] *П'янило Я. Д., Притула М. Г., Землянський Б. В.* Ітераційні методи розв'язування задач про розподіл тиску в трубопроводах // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. — 2005. — Вип. 1. — С. 97-105.

[7] *П'янило Я. Д., Притула М. Г.* Дослідження перехідних процесів при моделюванні руху газу в горизонтальних трубопроводах // Інформаційно-математичне моделювання складних систем. — MIMUZ' 2002. — Львів: Ахіл, 2002. — С. 105-110.

Mathematical Models of Gas Unsteady Flow in Objects of Gas-Transport Systems

Yaroslav P'yanylo, Myroslav Prytula, Nazar Prytula

Primary models of objects are discussed in the work, which take part in transport and storing of gas, problems statements of mathematical physics is offered, which are used for gas flow parameters calculation with the purpose of the gas-transport work optimization. In case of modeling of gas diffusion in porous environments, the algorithm of initial boundary conditions building on the basis of discrete data in concentrated sources is offered. The iterative scheme of solving of nonlinear system of partial differential equations and the method of determination of initial approximation which is taken from the solving of corresponding linear equations with adjusted initial and boundary conditions are built.

Математические модели неустановившегося движение газа в объектах газотранспортных систем

Ярослав Пяныло, Мирослав Притула, Назар Притула

В работе рассмотрены основные модели объектов, которые принимают участие в транспортировке и хранении газа, предложены постановки задач математической физики, которые используются для расчета параметров движения газа с целью оптимизации работы газотранспортной системы (ГТС). При моделировании диффузии газа в пористых средах предложен алгоритм построения начально-краевых условий на основании дискретных данных в сосредоточенных источниках (скважинах). Построены итерационные схемы решения взаимосвязанных нелинейных систем дифференциальных уравнений в частных производных. При этом в качестве начальных приближений принимаются решения соответствующих линеаризированных задач при заданных начальных и краевых условиях.

Отримано 02.10.06