

Математична модель для визначення зони видимості та тривалості сеансу зв'язку між космічними апаратами й наземними комплексами

Іван Горбатий

К. т. н., доцент, Національний університет «Львівська політехніка», вул. С. Бандери, 12, Львів, 79013,
e-mail: giv@polynet.lviv.ua

Запропоновано математичну модель для визначення зон радіовидимості, прямої видимості, видимості з урахуванням рефракції, а також тривалості сеансу зв'язку між космічними апаратами (КА) на еліптичних чи колових орбітах і наземними комплексами (НК). Наведені приклади розрахунку зони радіовидимості та тривалості сеансу зв'язку.

Ключові слова: зона радіовидимості, зона прямої видимості, зона видимості з урахуванням рефракції, тривалість сеансу зв'язку.

Вступ. Упродовж останніх десятиліть активно розвиваються космічні системи, зокрема системи дистанційного зондування Землі (ДЗЗ) з космосу та супутникові системи зв'язку. Постійне зростання об'ємів даних, що передають у таких системах, обумовлює необхідність удосконалення математичного апарату для їх опису. Актуальним залишається питання підвищення ефективності систем ДЗЗ та супутникових систем зв'язку, що вимагає максимального використання усього потенціалу системи. Можливості високошвидкісного передавання даних залежать від енергетичного потенціалу радіоканалу передавання даних, на який впливають потужність передавача, ослаблення сигналу в радіолінії та чутливість приймача. Для радіоліній між КА, що рухається по еліптичній чи коловій орбіті, та НК ослаблення сигналу буде функцією часу.

На ослаблення сигналу в радіолінії, зокрема, впливає взаємне розташування КА та НК у часі, а його точне визначення в кожний момент часу дозволяє підвищити точність математичного моделювання та виявити резерви підвищення ефективності досліджуваної системи. Питання моделювання основних характеристик систем ДЗЗ і супутникових систем зв'язку розглянуті в ряді джерел [1, 2], однак потребують подальшого вивчення. Під час побудови універсальних математичних моделей для дослідження не однієї, а декількох подібних систем, підвищення точності моделювання можна досягнути завдяки врахуванню впливу тих параметрів, які суттєві лише за певних умов або лише для однієї чи декількох досліджуваних систем. До таких параметрів належать, зокрема висота НК над поверхнею океану та висота перешкоди (на шляху між КА та НК) над поверхнею океану. Їх урахування є особливо суттєве під час моделювання радіоканалів між КА та літальним апаратом (ЛА), між двома радіорелейними станціями (РРС)

радіорелейної системи передавання прямої видимості (PPСП ПВ), між двома КА, між двома ЛА або між ЛА і НК.

Метою цієї роботи є розроблення математичної моделі для визначення зони видимості та тривалості сеансу зв'язку між КА на еліптичних чи колових орбітах і НК з урахуванням висот НК та перешкоди над поверхнею океану, що буде придатною для моделювання інших аналогічних систем.

1. Визначення зони видимості

На прикладі системи ДЗЗ чи системи супутникового зв'язку, де складовою частиною є КА, що є штучним супутником Землі, розглянемо розроблену математичну модель для визначення зони радіовидимості та тривалості сеансу зв'язку між НК і КА. Ця модель ураховує висоту НК над поверхнею океану, що необхідно для визначення енергетичного потенціалу радіоканалу КА – НК та інших основних характеристик таких систем.

У загальному випадку КА рухається навколо Землі по еліптичній орбіті. Положення КА в просторі визначають шістьма незалежними координатами: 1) величиною великої півосі еліпса орбіти КА; 2) ексцентриситетом орбіти КА; 3) довготою висхідного вузла; 4) моментом часу проходження КА деякої фіксованої точки орбіти (зазвичай, перигею); 5) нахиленням орбіти КА; 6) кутовою відстанню перигею. Положення КА в площині орбіти однозначно визначають довжиною радіус-вектора КА та значенням істинної аномалії. При цьому довжина радіус-вектора КА дорівнює $r_{KA} = R_3 + h_{KA}$, де R_3 (км) — радіус Землі, h_{KA} (км) — висота КА над поверхнею океану (рис. 1).

Для розрахунку границі зони радіовидимості для КА та ряду інших характеристик системи ДЗЗ, пов'язаних із взаємним розташуванням КА та НК, скористаємося рис. 1. Оскільки НК переважно розташовують на суші, то його місцезнаходження, зазвичай, вище поверхні океану. Тому під час розрахунків слід ураховувати висоту НК над поверхнею океану. Це особливо важливо для забезпечення високої точності обчислень параметрів радіоканалу між КА та ЛА, між двома РРС РРСП ПВ, між двома КА, між двома ЛА або між ЛА і НК.

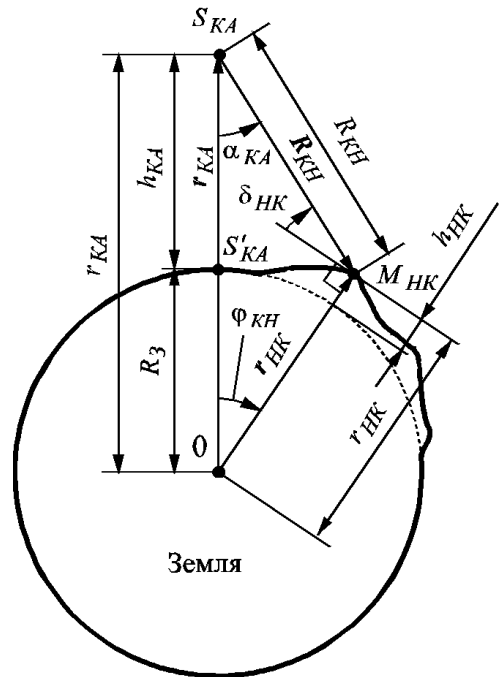


Рис. 1. Геометричне подання розрахунку границі зони радіовидимості для КА

Уведемо поняття довжини радіус-вектора НК (км), що дорівнює $r_{HK} = R_3 + h_{HK}$, де h_{HK} (км) — висота НК над поверхнею океану. Важливими характеристиками радіоканалу КА – НК є похила дальність R_{KH} — відстань між КА і НК, а також кут піднесення антени НК δ_{HK} . Позначимо через R_{KHP} відстань між КА та НК, що знаходиться на границі зони радіовидимості, при цьому кут піднесення антени НК становитиме δ_{HKP} .

З рис. 1 видно, що радіус-вектор КА r_{KA} , радіус-вектор НК r_{HK} та вектор похилої дальності R_{KH} утворюють трикутник із вершинами в точці знаходження КА S_{KA} , точці знаходження НК M_{HK} і центрі Землі O , а також кутами α_{KA} , φ_{KH} і $\delta_{HK} + 90^\circ$. Для такого трикутника в кожний момент часу справедливими є отримані формули для визначення кута φ_{KH} ($^\circ$) і похилої дальності R_{KH} (км) за відомих довжин радіус-векторів r_{KA} (км), r_{HK} (км) та кута δ_{HK} ($^\circ$). Ці формули порівняно з відомими співвідношеннями [3] враховують висоту НК над поверхнею океану h_{HK} як складник r_{HK}

$$\varphi_{KH} = 90^\circ - \delta_{HK} - \arcsin\left(\frac{R_3 + h_{HK}}{R_3 + h_{KA}} \cos\left(\delta_{HK} \frac{\pi}{180}\right)\right) \frac{180}{\pi}, \quad (1)$$

$$R_{KH} = \left[(R_3 + h_{KA})^2 + (R_3 + h_{HK})^2 - 2(R_3 + h_{KA})(R_3 + h_{HK}) \cos\left(\varphi_{KH} \frac{\pi}{180}\right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (2)$$

У виразах (1), (2) та наступних тригонометричні функції оперують з аргументами, вираженими в радіанах.

Якщо НК перебуває на границі зони радіовидимості для КА, то з точки розташування НК буде видно КА під кутом до горизонту δ_{HKP} . Тоді з урахуванням виразів (1) і (2) кутова відстань цієї зони від підсупутникової точки φ_{KHP} ($^\circ$) та похила дальність R_{KHP} (км) відповідно дорівнюють

$$\varphi_{KHP} = 90^\circ - \delta_{HKP} - \arcsin\left[\frac{R_3 + h_{HK}}{R_3 + h_{KA}} \cos\left(\delta_{HKP} \frac{\pi}{180}\right)\right] \frac{180}{\pi}, \quad (3)$$

$$R_{KHP} = \left[(R_3 + h_{KA})^2 + (R_3 + h_{HK})^2 - 2(R_3 + h_{KA})(R_3 + h_{HK}) \cos\left(\varphi_{KHP} \frac{\pi}{180}\right) \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (4)$$

Вирази (3) та (4) дозволяють обчислити значення параметрів радіоканалу КА – НК, що пов'язані з границею зони радіовидимості. Якщо прийняти, що всі точки в зоні радіовидимості мають однакову висоту над поверхнею океану, то границею цієї зони в певний момент часу t_0 є коло з центром у підсупутниковій точці. Геодезичні координати певної точки на границі зони радіовидимості з широтою φ_{PB}

та довготою θ_{PB} зв'язані зі значенням топоцентричного параметра $\cos\left(\varphi_{KHP}(t_0)\frac{\pi}{180}\right)$ і геодезичними координатами (широтою $\phi_{KA}(t_0)$ та довготою $\theta_{KA}(t_0)$) підсупутникової точки так [3]

$$\begin{aligned} \cos\left(\varphi_{KHP}(t_0)\frac{\pi}{180}\right) &= \sin\left(\phi_{KA}(t_0)\frac{\pi}{180}\right)\sin\left(\phi_{PB}\frac{\pi}{180}\right) + \\ &+ \cos\left(\phi_{KA}(t_0)\frac{\pi}{180}\right)\cos\left(\phi_{PB}\frac{\pi}{180}\right)\cos\left[\left(\theta_{KA}(t_0) - \theta_{PB}\right)\frac{\pi}{180}\right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Для знаходження границі зони радіовидимості задають значення широти точок ϕ_{PB} ($^\circ$) на границі зони в межах $\phi_{KA} - \varphi_{KHP}(t_0) \leq \phi_{PB} \leq \phi_{KA} + \varphi_{KHP}(t_0)$ та зі співвідношення (5) знаходять відповідні їм пари значень довготи θ_{PB} . Сукупність точок зі знайденими широтою та довготою будуть утворювати границю зони радіовидимості. Ця методика придатна для застосування, якщо $\phi_{PB} \leq 90^\circ$. Якщо ж підсупутникова точка розташована поблизу Північного або Південного полюса Землі, то координати точок границі такої зони знаходять за складнішими методиками, проте в усіх випадках границею зони радіовидимості буде коло з центром у підсупутникової точці, а точки границі зони віддалені від підсупутникової точки на кут φ_{KHP} . У випадку нерівномірного рельєфу місцевості в зоні радіовидимості розрахунок границі зони ще складніший, при цьому границя буде замкнутою кривою, відмінною від кола.

У ряді випадків для забезпечення системи автосупроводження приймальної антени й обчислення ослаблення сигналу в радіолінії, залежного від часу t , виникає потреба у визначенні похилої дальності $R_{KH}(t)$ та кута піднесення $\delta_{HK}(t)$ приймальної антени. Для цього використовують відомі довжини радіус-векторів $r_{KA}(t)$ та r_{HK} , геодезичні координати підсупутникової точки КА $\phi_{KA}(t)$ ($^\circ$) та $\theta_{KA}(t)$ ($^\circ$), геодезичні координати НК ϕ_{HK} ($^\circ$) та θ_{HK} ($^\circ$) і попередньо обчислюють топоцентричний параметр [3, 4]

$$\begin{aligned} \cos\left(\varphi_{KH}(t)\frac{\pi}{180}\right) &= \sin\left(\phi_{KA}(t)\frac{\pi}{180}\right)\sin\left(\phi_{HK}\frac{\pi}{180}\right) + \\ &+ \cos\left(\phi_{KA}(t)\frac{\pi}{180}\right)\cos\left(\phi_{HK}\frac{\pi}{180}\right)\cos\left[\left(\theta_{KA}(t) - \theta_{HK}\right)\frac{\pi}{180}\right]. \end{aligned} \quad (6)$$

Необхідні для обчислень удосконалені відомі співвідношення [3, 4], що враховують залежність похилої дальності та кута піднесення від часу і висоти НК над поверхнею океану, наведені нижче

$$R_{KH}(t) = \sqrt{\left(r_{KA}(t)\right)^2 + \left(R_3 + h_{HK}\right)^2 - 2r_{KA}(t)\left(R_3 + h_{HK}\right)\cos\left(\varphi_{KH}(t)\frac{\pi}{180}\right)}, \quad (7)$$

$$\delta_{HK}(t) = \arctan \left(\frac{\cos \left(\varphi_{KH}(t) \frac{\pi}{180} \right) - \frac{R_3 + h_{HK}}{r_{KA}(t)}}{\sqrt{1 - \left(\cos \left(\varphi_{KH}(t) \frac{\pi}{180} \right) \right)^2}} \right) \frac{180}{\pi} \quad (8)$$

Зі співвідношення (7) видно, що для моменту часу $t_{зен}$, коли КА знаходиться в зеніті для НК, похила дальність $R_{KH}(t_{зен}) = h_{KA} - h_{HK}$. Для часу $t_{зен}$ можуть виникнути труднощі під час використання виразу (8) для визначення значення кута піднесення засобами обчислювальної техніки, оскільки в такий момент часу аргумент функції $\arctan(x)$ дорівнює $x = \infty$. У такому випадку приймають, що $\delta_{HK}(t_{зен}) = 90^\circ$.

Співвідношення (6)-(8) можна використати під час розрахунку параметрів радіоканалу між КА і НК, між КА і ЛА, між двома РРС у межах прямої видимості, між двома КА, між двома ЛА або між ЛА і НК. Під час дослідження радіоканалу між КА й ЛА вираз $r_{HK} = R_3 + h_{HK}$ замінюють довжиною радіус-вектора ЛА $r_{ЛА}(t) = R_3 + h_{ЛА}(t)$, де $h_{ЛА}(t)$ (км) — залежна від часу висота ЛА над поверхнею океану. У разі дослідження радіоканалу між двома РРС замість r_{KA} та r_{HK} підставляють довжини радіус-векторів першої $r_{PC1} = R_3 + h_{PC1}$ і другої $r_{PC2} = R_3 + h_{PC2}$ станцій, де h_{PC1} (км) та h_{PC2} (км) — висоти першої та другої станцій над поверхнею океану відповідно. При цьому за певного співвідношення висот станцій кут піднесення може бути від'ємний, а зв'язок буде можливий за умови відсутності перешкод у зоні прямої видимості між станціями.

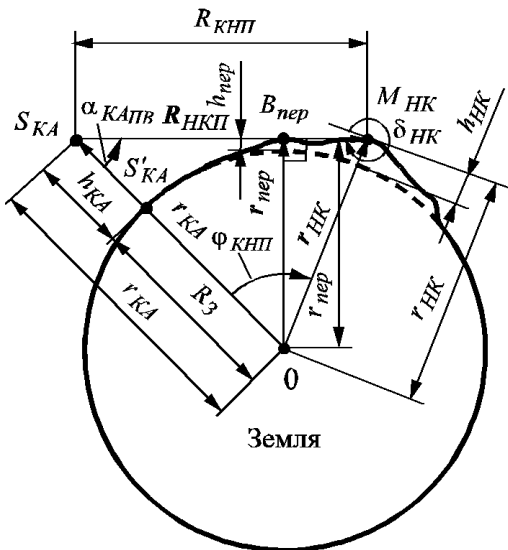


Рис. 2. Геометричне подання задачі розрахунку границі зони прямої видимості для КА

Також виникає потреба у визначенні границі зони прямої видимості. Зокрема, важливо визначити похилу дальність прямої видимості між КА (РРС 1 або ЛА) і НК (РРС 2, КА 2 або ЛА 2) та кут піднесення прямої видимості антени НК (РРС 2, КА 2 або ЛА 2). Особливо це необхідно під час обчислення параметрів радіоканалів РРС 1 – РРС 2, КА 1 – КА 2, ЛА 1 – ЛА 2, ЛА – КА, ЛА – НК. Використовуючи геометричне подання сформульованої задачі (рис. 2), отримано формулу, що, порівняно з відомим співвідношенням [5], урахує висоту перешкоди $h_{пер}$ над поверхнею океану (довжина радіус-вектора перешкоди становить $r_{пер} = R_3 + h_{пер}$)

$$R_{КНП} = \sqrt{(R_3 + h_{КА})^2 - (R_3 + h_{неп})^2} + \sqrt{(R_3 + h_{НК})^2 - (R_3 + h_{неп})^2}, \quad (9)$$

де $h_{КА}$ — висота КА (РРС 1 або ЛА) над поверхнею океану, км; $h_{НК}$ — висота НК (РРС 2, КА 2 або ЛА) над поверхнею океану, км; $h_{неп}$ — висота перешкоди між КА (РРС 1 або ЛА) і НК (РРС 2, КА 2 або ЛА) над поверхнею океану, км.

Використання виразу (9) можливе за умови, що $h_{неп} \leq h_{КА}$ і $h_{неп} \leq h_{НК}$.

Кут піднесення прямої видимості

$$\delta_{НКП} = \arctan \left(\frac{\cos \left(\varphi_{КНП} \frac{\pi}{180} \right) - \frac{r_{НК}}{r_{КА}}}{\sqrt{1 - \left(\cos \left(\varphi_{КНП} \frac{\pi}{180} \right) \right)^2}} \right) \frac{180}{\pi}. \quad (10)$$

Тут

$$\cos \left(\varphi_{КНП} \frac{\pi}{180} \right) = \frac{(r_{КА})^2 + (r_{НК})^2 - (R_{КНП})^2}{2r_{КА}r_{НК}}. \quad (11)$$

Під час розрахунку параметрів радіоканалів РРС 1 – РРС 2 у ряді випадків слід ураховувати вплив рефракції радіохвиль в атмосфері на границю зони видимості. Використовуючи співвідношення (9), отримано такий вираз для визначення похилої дальності з урахуванням рефракції між двома РРС

$$R_{РС12\phi} = \sqrt{(R_3 K_{реф} + h_{РС1})^2 - (R_3 K_{реф} + h_{неп})^2} + \sqrt{(R_3 K_{реф} + h_{РС2})^2 - (R_3 K_{реф} + h_{неп})^2}, \quad (12)$$

де $K_{реф}$ — коефіцієнт, що враховує вплив рефракції, безрозмірна величина.

Значення умовного кута піднесення антени РРС 2 з урахуванням рефракції становить

$$\delta_{РС2\phi} = \arctan \left(\frac{\cos \left(\varphi_{РС12\phi} \frac{\pi}{180} \right) - \frac{r_{РС1}}{r_{РС2}}}{\sqrt{1 - \left(\cos \left(\varphi_{РС12\phi} \frac{\pi}{180} \right) \right)^2}} \right) \frac{180}{\pi}. \quad (13)$$

Тут

$$\cos \left(\varphi_{РС12\phi} \frac{\pi}{180} \right) = \frac{(r_{РС1})^2 + (r_{РС2})^2 - (R_{РС12\phi})^2}{2r_{РС1}r_{РС2}}. \quad (14)$$

Вирази (3)-(5), (9)-(14) використовують під час обчислення ослаблення сигналу в радіолінії на границі зони радіовидимості, зони прямої видимості або зони видимості з урахуванням рефракції.

2. Визначення тривалості сеансу зв'язку між НК і КА

Тривалість сеансу зв'язку $t_{зв}$ — період часу, упродовж якого НК знаходиться в зоні радіовидимості для КА, тобто виконується умова $R_{KH}(t) \leq R_{KHP}$ або $\delta_{HK}(t) \geq \delta_{HKP}$.

Тривалість сеансу зв'язку для КА, що рухається по коловій орбіті та проходить у зеніті НК, буде максимально можливою. Запропоновано обчислювати тривалість сеансу зв'язку для КА в такому випадку згідно співвідношення

$$t_{звз} = 2\varphi_{KHP} \frac{\pi}{180} \frac{R_3 + h_{KA}}{\sqrt{(v_{KA})^2 + (v_{HK})^2 - 2v_{KA}v_{HK} \cos(i_o \pi/180)}}, \quad (15)$$

де v_{KA} — лінійна швидкість руху КА, км/с; v_{HK} — лінійна швидкість руху НК відносно інерційного простору внаслідок обертання Землі навколо своєї осі, км/с; i_o — нахилення орбіти КА, °.

Тривалість сеансу зв'язку, обчислена згідно (15), при $0^\circ < i_o < 90^\circ$ буде дещо більшою порівняно з одержаною при $i_o = 90^\circ$, а при $90^\circ < i_o < 180^\circ$ — дещо меншою.

Для обчислення тривалості сеансу зв'язку в загальному випадку запропоновано шукати мінімум функції

$$\delta_{зв}(t) = |\delta_{HK}(t) - \delta_{HKP}|. \quad (16)$$

Шукане значення часу зв'язку становитиме

$$t_{зв} = |t_{зв1} - t_{зв2}|. \quad (17)$$

Тут $t_{зв1}, t_{зв2}$ — два сусідні моменти часу, що відповідають моментам часу початку та кінця обраного сеансу зв'язку й забезпечують мінімальне значення функції (16).

3. Результати математичного моделювання

Результати математичного моделювання залежностей похилої дальності та кута піднесення від часу для НК із $h_{HK} = 340$ м і КА, що рухається по коловій орбіті з параметрами $h_{KA} = 670$ км, $t_B = 0$ с, $\theta_B = 0^\circ$, $i_o = 98^\circ$, періодом обертання КА навколо Землі $T_{KA} = 5880$ с, а також визначена з їх допомогою тривалість сеансу зв'язку для $R_{KHP} = 2319$ км або $\delta_{HKP} = 7^\circ$ наведені на рис. 3 та 4 відповідно. Одержане значення тривалості сеансу зв'язку в цьому випадку становить $t_{зв} = 617$ с, якщо в момент часу $t_0 = 827$ с КА знаходиться в зеніті НК із координатами $\phi_{KA} = 50^\circ$, $\theta_{KA} = 347^\circ$ та $h_{HK} = 340$ м.

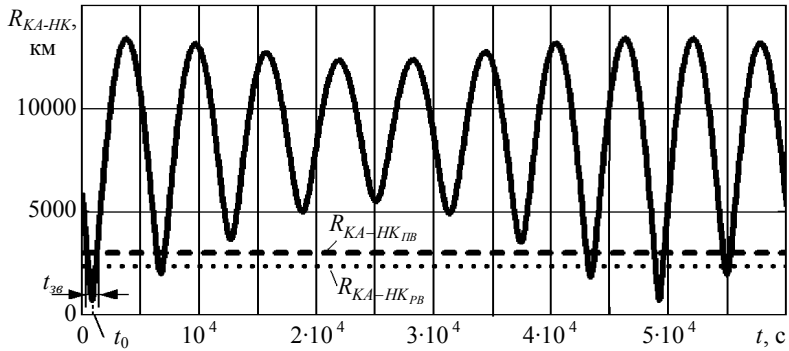


Рис. 3. Залежність похилої дальності до КА, що рухається по коловій орбіті, від часу

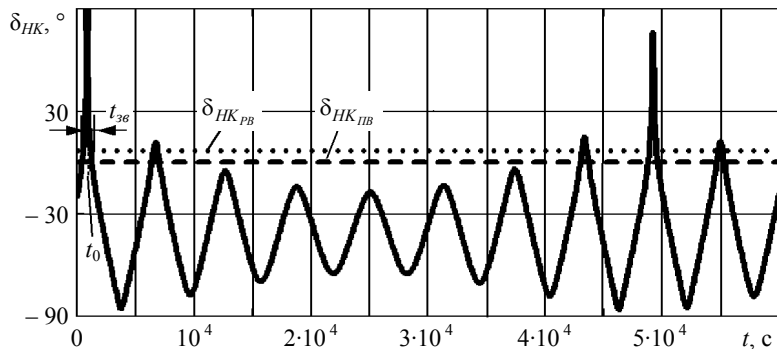


Рис. 4. Залежність кута піднесення в напрямку на КА, що рухається по коловій орбіті, від часу

Висновки. Запропоновано математичну модель для визначення зони радіовидимості, зони прямої видимості, зони видимості з урахуванням рефракції та тривалості сеансу зв'язку між НК і КА з урахуванням висот КА, НК та перешкоди над поверхнею океану. Ця модель забезпечує підвищення точності обчислення енергетичного потенціалу радіоканалів КА – НК систем ДЗЗ, супутникових систем зв'язку, радіоканалу РРС 1 – РРС 2 РРСП ПВ або радіоканалів аналогічних систем. Запропоновану математичну модель можна використати під час проектування чи модернізації таких систем.

Література

- [1] Скляр, Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение: [пер. с англ.]; 2-е изд., испр. / Б. Скляр. — Москва: Издательский дом «Вильямс», 2004. — 1104 с.
- [2] Теория передачи сигналов: учебник для вузов; 2-е изд., перераб. и доп. / А. Г. Зюко, Д. Д. Кловский, М. В. Назаров, Л. М. Финк. — Москва: Радио и связь, 1986. — 304 с.
- [3] Петрович, Н. Т. Космическая радиосвязь; 2-е изд., перераб. и доп.; под ред. Н. Т. Петровича / Н. Т. Петрович, Е. Ф. Камнев, М. В. Каблукова. — Москва: Сов. радио, 1979. — 280 с.

Іван Горбатий

Математична модель для визначення зони видимості та тривалості сеансу зв'язку ...

- [4] Седки, С. Методология оптимального проектирования сетей спутниковой связи [Электронный ресурс] / С. Седки. — 2005. Режим доступа: <http://www.ntcnvg.ru/lekcii/spis.htm>.
- [5] Системы радиосвязи: учебник для вузов; под ред. Н. И. Калашикова / Н. И. Калашиков, Э. И. Крупицкий, И. Л. Дороднов, В. И. Носов. — Москва: Радио и связь, 1988. — 352 с.

Mathematical model for determination of visibility area and duration of telecommunication session between the satellites and ground stations

Ivan Gorbatyy

The mathematical model for determination of radio visibility area, direct visibility area, visibility area considering refraction and duration of a telecommunication session between the satellites (S) on the elliptic or circular orbits and ground stations (GS) have been offered. The examples of calculation of radio visibility area and duration of a telecommunication session have been leaded.

Математическая модель для определения зоны видимости и длительности сеанса связи между космическими аппаратами и наземными комплексами

Иван Горбатый

Предложена математическая модель для определения зоны радиовидимости, зоны прямой видимости, зоны видимости с учетом рефракции и длительности сеанса связи между космическими аппаратами (КА) на эллиптических или круговых орбитах и наземными комплексами (НК). Приведены примеры расчета зоны радиовидимости и длительности сеанса связи.

Представлено доктором технічних наук Я. П'янилом

Отримано 20.02.12