

Долінський Л.Б.,

кандидат економічних наук, доцент,
докторант кафедри економіко-математичного моделювання
ДВНЗ “Київський національний економічний університет
імені Вадима Гетьмана”

МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФОЛТІВ ЗА ОБЛІГАЦІЙНИМИ ПОЗИКАМИ

*Розглянуто задачу оцінювання кредитного ризику й надійності облігаційних зобов'язань на під-
ґрунті моделювання дефолтів за облігаційними позиками. З метою визначення ймовірностей
дефолту застосовано логіко-ймовірнісний підхід. Наведено алгоритм прийняття рішень щодо
строку інвестування з урахуванням ймовірності дефолту за облігацією.*

*The problems of credit risk estimation and bonds liability analysis is considered in the article on the
basis of bonds default modeling. The logical-and-probabilistic approach is used to estimate the default
probabilities. The algorithm of decision making on investment term with taking into account bonds
default probability is developed.*

Кредитний бум, який спостерігався в Україні останніми роками, скінчився. Разом із ним припинився й бурхливий розвиток ринку облігаційних позик, що як засіб комерційного кредиту виступали альтернативою до традиційного банківського кредитування для підприємств, котрі активно шукали зовнішні джерела фінансування бізнесу.

Фаза рецесії, яку наразі переживає економіка України, характеризується зокрема, зниженням довіри інвесторів до боргових цінних паперів та, внаслідок цього, зменшенням ліквідності й надійності цих фінансових інструментів.

Моніторинг і аналіз публікацій стосовно українського ринку облігацій показали, що вже наприкінці 2008 року його професійні учасники констатували існування значних кредитних ризиків і прогнозували можливі масові дефолти за облігаційними зобов'язаннями¹. На початку нинішнього року уповноважене Державною комісією з цінних паперів та фондового ринку Національне рейтингове агентство “Кредит-Рейтинг” вперше оприлюднило “статистику дефолтів” українських емітентів².

Таким чином, сучасний стан української фінансово-кредитної системи потребує ретельного оцінювання наявних на ринку боргових інструментів із позицій кредитного ризику й надійності (кредитоспроможності) емітентів. У цьому аспекті великого значення набуває питання прогнозування ймовірності дефолтів за відповідними борговими інструментами³.

¹ Нечипоренко М. Облигационный коллапс // Чистая прибыль. — 2008. — № 34. — 3 нояб. — С. 40—41; Одарюк А. Призрак дефолта. Эмитенты корпоративных облигаций отказываются от выплат по своим бумагам // Деловая столица. — 2008. — № 49. — 8 дек. — С. 7.

² Перерва Г. Дефолты на украинском рынке // Кредит-Рейтинг Монитор. — 2009. — № 1—2. — С. 1—4.

³ У даній роботі поняття дефолту розглядається дещо звужено, лише як “неплатіж” за облігацією, тобто під дефолтом слід розуміти неспроможність емітента здійснити вчасно і в повному обсязі необхідні виплати за облігацією.

У працях зарубіжних і вітчизняних економістів досліджено широке коло питань, пов'язаних із прогнозуванням банкрутства підприємств — емітентів боргових зобов'язань. Проведений аналіз літературних джерел дає змогу стверджувати, що більшість наукових і практичних досліджень у цій галузі стосуються насамперед кредитного аналізу й методів оцінювання фінансового стану підприємств-позичальників. Певну систематизацію методів *фінансового аналізу* кредитоспроможності підприємств наведено у праці “Оцінка надійності підприємств: теоретико-методологічний підхід”⁴.

Проте об'єктивною необхідністю сьогодення в цій сфері науково-практичних досліджень є застосування методів *економіко-математичного аналізу* з метою оцінювання надійності підприємств-емітентів і моделювання дефолтів за борговими цінними паперами.

Питання економіко-математичного моделювання ризику й надійності розглядали у своїх працях такі відомі вітчизняні науковці, як В.В. Вітлінський, В.М. Гранатуров, А.Б. Камінський, М.М. Клименюк, О.В. Пернарівський, О.І. Ястремський. Вагомий внесок у вивчення цієї проблеми зробили й зарубіжні вчені, зокрема, Є. Альтман, Т. Бартон, Є. Брігхем, О. Лобанов, М. Рогов, П. Уокер, Ф. Фабоці, О. Чугунов, У. Шарп, У. Шенкир, О. Шоломицький.

Разом із тим питання моделювання кредитного ризику й дефолтів за облігаціями в межах загальної теорії економічного ризику розкрито недостатньо.

Вищезазначене дає змогу стверджувати, що моделювання дефолтів за облігаціями є важливим і актуальним завданням для національного фінансового ринку. Для його розв'язання пропонуємо використання логіко-ймовірнісного підходу⁵, який є сучасним методом економіко-математичних досліджень у сфері надійності й ризику фінансових систем.

Таким чином, метою статті є висвітлення проблемних питань оцінювання кредитного ризику й моделювання дефолтів за облігаційними позиками.

Відповідно до чинного законодавства⁶ в Україні дозволено розмішувати процентні (купонні), дисконтні (безкупонні) й цільові облігації.

Зауважимо, що навіть при відкритому випуску цільові облігації зазвичай не мають вільного обігу на організованому фондовому ринку, оскільки випущені під конкретну фінансову схему. До того ж, оскільки виконання зобов'язань за цільовими облігаціями дозволяється здійснювати товарами й (або) послугами, цей вид

⁴ Долінський Л.Б., Сащук Д.П. Оцінка надійності підприємств: теоретико-методологічний підхід // Фінанси України. — 2008. — № 1. — С. 108—117.

⁵ Можсаев А.С., Громов В.Н. Теоретические основы общего логико-вероятностного метода автоматизированного моделирования систем. — СПб.: ВИТУ, 2000. — 145 с.; Соложенцев Е.Д. Сценарное логико-вероятностное управление риском в бизнесе и технике. — СПб.: Издательский дом “Бизнес-пресса”, 2004. — 432 с.

⁶ Про цінні папери та фондовий ринок: Закон України від 23.02.2006 № 3480-IV. — <http://www.rada.gov.ua>.

боргових зобов'язань навряд чи можна вважати фінансовими інструментами, а їх емісію важко назвати суто ринковою.

Надалі розглядатимемо лише ринкові фінансові інструменти, а саме процентні (купонні) й безпроцентні (дисконтні) облигації.

За сферою розміщення й обігу облигації поділяються на внутрішні й зовнішні (по відношенню до України), а за типом емітента їх можна класифікувати як корпоративні, муніципальні й державні (казначейські) зобов'язання.

Основним методом оцінювання ймовірності дефолту є актуарний метод⁷, який дає змогу розрахувати статистичну оцінку ймовірності (частоту) настання дефолту за відомих статистичних даних. Зрозуміло, що точність розрахунків залежатиме від однорідності (гомогенності) статистичної вибірки. Тому коректні обчислення частоти дефолтів за облигаціями можливі лише в розрізі однотипних емітентів. Наприклад, статистичну вибірку формують лише за корпоративними облигаціями, які перебувають в обігу в межах країни.

Крім того, проспектом емісії облигації можуть бути обумовлені певні специфічні властивості цього боргового зобов'язання, зокрема, можливість дострокового погашення, можливість зміни процентної (купонної) ставки дохідності або можливість конвертації в акції цього емітента. Для підвищення достовірності розрахунків у багатьох випадках до статистичної вибірки включають лише звичайні облигації (*straight bond*) — неконвертовані облигації з фіксованою купонною ставкою дохідності, без права дострокового викупу.

Оскільки в Україні статистика дефолтів за облигаціями лише розпочала формуватися⁸, застосування актуарного методу на національному фінансовому ринку є поки що лише перспективним напрямом майбутніх науково-практичних досліджень. Разом із тим, на нашу думку, актуальним і вчасним є вивчення міжнародного досвіду досліджень щодо оцінювання дефолтів за облигаціями на розвинених фінансових ринках Заходу.

Магістральним напрямом досліджень у галузі оцінювання кредитного ризику й моделювання дефолтів за облигаційними позиками у світі є праці, присвячені оцінці ймовірностей дефолтів публічних випусків облигацій із різними кредитними рейтингами на основі аналізу виживаності (*survival analysis*). Найвідомішими серед них є дослідження незалежної групи вчених під керівництвом Є. Альтмана⁹, а також дослідження, паралельно проведені “великою трійкою” найбільших міжнародних рейтингових агентств¹⁰, які спиралися на значні

⁷ *Энциклопедия финансового риск-менеджмента* / Под ред. А.А. Лобанова и А.В. Чугунова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2005. — 878 с.

⁸ Обсяги наведеної агентством “Кредит-Рейтинг” статистики дефолтів поки що є недостатніми для проведення повноцінних статистичних досліджень.

⁹ *Cauoette J.B., Altman E.I., Narayanan P. Managing credit risk: The next great financial challenge.* — L.: John Wiley & Sons, Inc., 1998.

¹⁰ <http://www.moody.com>; <http://www.fitchratings.com>; <http://www.standardandpoors.ru>.

обсяги статистичних даних щодо облігаційних випусків у розрізі кредитних рейтингів.

Для оцінювання ймовірності дефолтів у розрізі кредитних рейтингів розраховують показник граничної частоти дефолту (*marginal mortality rate* — MMR), що здійснюють двома способами:

- за кількістю облігаційних випусків;
- за обсягами емісій у вартісному вимірі.

У першому випадку граничну частоту дефолту розраховують таким чином:

$$MMR_{(t)} = \frac{K_{d(t)}}{K_{o(t)}}, \quad (1)$$

де $MMR_{(t)}$ — статистична оцінка граничної частоти (ймовірності) дефолту протягом t -го року з моменту випуску облігації;

$K_{d(t)}$ — кількість випусків облігацій із визначеним рівнем кредитного рейтингу, за якими зафіксовано дефолт протягом t -го року;

$K_{o(t)}$ — загальна кількість випусків облігацій із цим рівнем кредитного рейтингу на початок t -го року.

Тобто формула (1) враховує лише кількість зафіксованих дефолтів за облігаційними позиками у певній рейтинговій категорії.

У другому випадку враховують обсяги збитків унаслідок дефолтів, визначаючи вартісну частку непогашених облігаційних зобов'язань:

$$MMR_{(t)} = \frac{S_{d(t)}}{S_{o(t)}}, \quad (2)$$

де $S_{d(t)}$ — обсяги емісій (номінальна вартість) облігацій із визначеним рівнем кредитного рейтингу, за якими зафіксовано дефолт протягом t -го року;

$S_{o(t)}$ — загальні обсяги емісій облігацій (у вартісному вимірі) із цим рівнем кредитного рейтингу на початок t -го року.

Тобто формула (2) фактично визначає середньозважену за обсягами емісій частоту дефолтів. На нашу думку, таке врахування відносної ваги непогашених облігаційних позик краще відповідає самій борговій сутності цього фінансового інструмента, оскільки за інших рівних умов більший за обсягами дефолт зазвичай матиме й більший загальний вплив на фінансовий ринок, ніж дефолт меншого за номіналом боргового зобов'язання.

Для статистичної оцінки граничної ймовірності дефолту, яку розраховують за формулами (1)–(2), завжди можна визначити й показник $MSR_{(t)}$ (*marginal survival rate*) — статистичну оцінку граничної ймовірності ненастання дефолту протягом t -го року, що доповнюватиме величину $MMR_{(t)}$ до одиниці:

$$MMR_{(t)} + MSR_{(t)} = 1. \quad (3)$$

Відповідно до виразу (3) за весь час обігу облігацій повна група подій складається лише з двох подій кожного року: “наявність дефолту” або “відсутність дефолту” протягом року.

Зрозуміло, що коли строк до погашення перевищує рік ($t > 1$), кількість значень статистичного показника $MMR_{(t)}$ дорівнюватиме кількості років обігу облігації. У цьому разі задача оцінювання надійності облігації через частоту дефолтів ускладнюється й потребує переходу від показника граничної ймовірності дефолту $MMR_{(t)}$ до показника кумулятивної ймовірності дефолту (*cumulative mortality rate* — CMR^{11}) за відповідну кількість років.

Оцінювання показника CMR потребує опису всіх можливих сценаріїв розвитку подій за роки існування боргового зобов'язання й розрахунку певних умовних ймовірностей (наприклад, ймовірність дефолту облігації у другому році за умови, що не відбулося дефолту в першому році). Для розв'язання цієї задачі пропонується застосування логіко-ймовірнісного моделювання.

Модель оцінювання надійності облігації через ймовірності дефолтів виходить із двох основних припущень.

1. Протягом кожного періоду (кожного року) можлива реалізація лише двох подій: “наявність дефолту” або “відсутність дефолту”, тобто в кожній “контрольній точці” можливими є лише два варіанти розвитку подій.

2. Події дефолту (відсутності дефолту) облігації на кожному етапі є незалежними одна від одної, оскільки ймовірність дефолту на кожному етапі залежить насамперед від фінансових можливостей емітента в цей момент часу, а не від того, що було в минулому (на попередніх етапах).

Вважатимемо граничні ймовірності дефолтів $MMR_{(t)}$ та виживаності $MSR_{(t)}$ за роками апріорними значеннями. Нехай $MSR_{(t)} = p_t$ та $MMR_{(t)} = q_t$. Тоді умову (3) можна записати у вигляді: $p_t + q_t = 1$.

Логіко-ймовірнісний підхід передбачає опис усіх можливих сценаріїв розвитку випадкових подій і визначення ймовірностей настання результуючих подій за кожним сценарієм на основі відомих умовних ймовірностей p_t та q_t на кожному етапі.

Із метою опису можливих сценаріїв розвитку подій щодо дефолтів за облігаціями побудуємо логіко-ймовірнісне дерево випадкових подій (рис. 1).

На рисунку етапи розвитку подій щодо дефолтів за облігацією розбито за роками. Кожного року протягом обігу облігації можливим є дефолт з ймовірністю q_t .

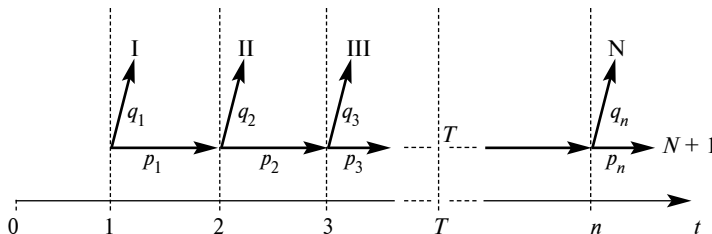


Рис. 1. Графічне зображення дефолтів за облігацією у вигляді дерева випадкових подій

¹¹ *Cauoette J.V., Altman E.I., Narayanan P.* Зазнач. праця.

Зафіксований на будь-якому етапі дефолт є остаточним, тобто обіг облігації припиняється. Якщо дефолт на цьому етапі не відбувся, облігація переходить на наступний етап обігу. Після останнього етапу обігу, за умови, що на жодному етапі не було дефолту, фіксується остаточне погашення облігації.

Отже, якщо строк обігу облігації становить n періодів (років), то загальна кількість сценаріїв випадкових подій дорівнює $(n + 1)$: або дефолт у будь-якому році або остаточне погашення облігації після n -го року.

Розрахуємо ймовірності всіх результуючих подій за всіма можливими сценаріями, наведеними на рис. 1.

Перший сценарій: дефолт після першого року. Згідно із введеними раніше позначеннями ймовірність цієї події дорівнюватиме: $p_1 = q_1$.

Другий сценарій: дефолт після другого року. Ймовірність цієї події дорівнюватиме: $p_{II} = p_1 \cdot q_2$.

Третій сценарій: дефолт після третього року. Відповідно ймовірність цієї події дорівнюватиме: $p_{III} = p_1 \cdot p_2 \cdot q_3$.

Тоді ймовірність дефолту після n -го року є такою: $p_N = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot q_n = q_n \cdot \prod_{t=1}^{n-1} p_t$.

Дослідивши всі сценарії з наявними дефолтами, розглянемо останній варіант: остаточна відсутність дефолту за всі n років. Ймовірність цієї події дорівнюватиме:

$$p_{N+1} = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot \dots \cdot p_n = \prod_{t=1}^n p_t$$

Позначивши цю ймовірність як кумулятивну (загальну) ймовірність ненастання дефолту (*cumulative survival rate* — *CSR*), остаточно маємо:

$$CSR = \prod_{t=1}^n p_t. \quad (4)$$

Таким чином, надійність облігації, що вимірюється загальною ймовірністю відсутності дефолту, може оцінюватися за формулою (4).

Враховуючи властивість повної групи подій згідно із введеними раніше позначеннями, справедливим буде такий вираз: $CMR = 1 - CSR = 1 - \prod_{t=1}^n p_t$. Тобто остаточно кумулятивна ймовірність дефолту за облігацією дорівнює:

$$CMR = 1 - \prod_{t=1}^n p_t. \quad (5)$$

Визначена за формулою (5) загальна ймовірність дефолту CMR є мірою кредитного ризику (ризика неплатежу) облігації.

Загалом показники CMR і CSR характеризують облігацію як кредитний інструмент за весь строк існування цього зобов'язання. У разі коли інвестор (власник облігації) не має наміру тримати її до моменту погашення, а розраховує перепродати раніше, мають сенс певні проміжні ймовірнісні оцінки надійності облігації.

У багатьох випадках доцільним є визначення ймовірностей настання дефолту (*mortality rate* — MR) та ненастання дефолту (*survival rate* — SR) протягом певного строку T , більшого за рік.

Відповідно до логіко-ймовірнісної схеми (рис. 1) ймовірність відсутності дефолту протягом T років (не включаючи точку $t = T$) розраховується як добуток ймовірностей ненастання дефолту в попередні роки:

$$SR_{1-T} = \prod_{t=1}^{T-1} p_t. \quad (6)$$

Із формули (6) випливає, що збільшення кількості років обігу, що входять у проміжок $[1; T)$, знижує ймовірність виживаності облігації. Отже, чим менш надійною є певна облігація (чим нижчими є значення p_t , $t = \overline{1, n}$), тим більш спекулятивною (короткостроковою) має бути стратегія інвестування в цей цінний папір.

З урахуванням виразу (6) можна визначити ймовірності настання та ненастання дефолту саме в T -й рік ($T = \overline{1, n}$) за умови ненастання дефолту в попередні роки.

Відповідно до рис. 1 ймовірність дефолту в T -й рік за умови відсутності дефолту в попередні роки дорівнює: $MR_T = q_T \cdot \prod_{t=1}^{T-1} p_t$. Тоді ймовірність ненастання дефолту в T -й рік за умови відсутності дефолту в попередні роки визначається таким чином:

$$SR_T = \prod_{t=1}^T p_t. \quad (7)$$

Порівнюючи вирази (6) і (7), бачимо, що довжина ланцюжку добутку граничних ймовірностей $MSR_{(t)}$ у формулі (7) більша на один член — p_T .

За наявності в інвестора певних нормативів щодо рівня надійності капіталовкладень, заданих у вигляді мінімальної припустимої величини ймовірності виживаності облігації, на основі ітераційного щорічного порівняння виразів (6) і (7) він може визначити, в який момент її краще перепродати. Наприклад, проведений аналіз показав: ймовірність того, що в усі роки, які передують T -му року, не відбудеться дефолту, є недостатньою для даного інвестора, тоді йому є сенс спробувати перепродати облігацію раніше, не чекаючи настання T -го року.

Отже, на кожному етапі власник звичайної фінансової облігації має два альтернативних (взаємовиключних) рішення: залишити облігацію у власному кредитно-інвестиційному портфелі або продати її¹². Прийняття рішення щодо строку продажу облігації з урахуванням її надійності, що ґрунтується на нормативі SR_T , можна подати у вигляді такої блок-схеми алгоритму (рис. 2).

Із рисунка видно, що протягом усього строку існування облігаційного зобов'язання у його власника є лише два принципово різних варіанти дій: спробувати

¹² Якщо облігація не є звичайною (*straight bond*), а проспектом емісії передбачено можливість її дострокового викупу, в інвестора (власника облігації) виникає ще один варіант “позбутися” облігації: пред’явити її емітенту до дострокового погашення.

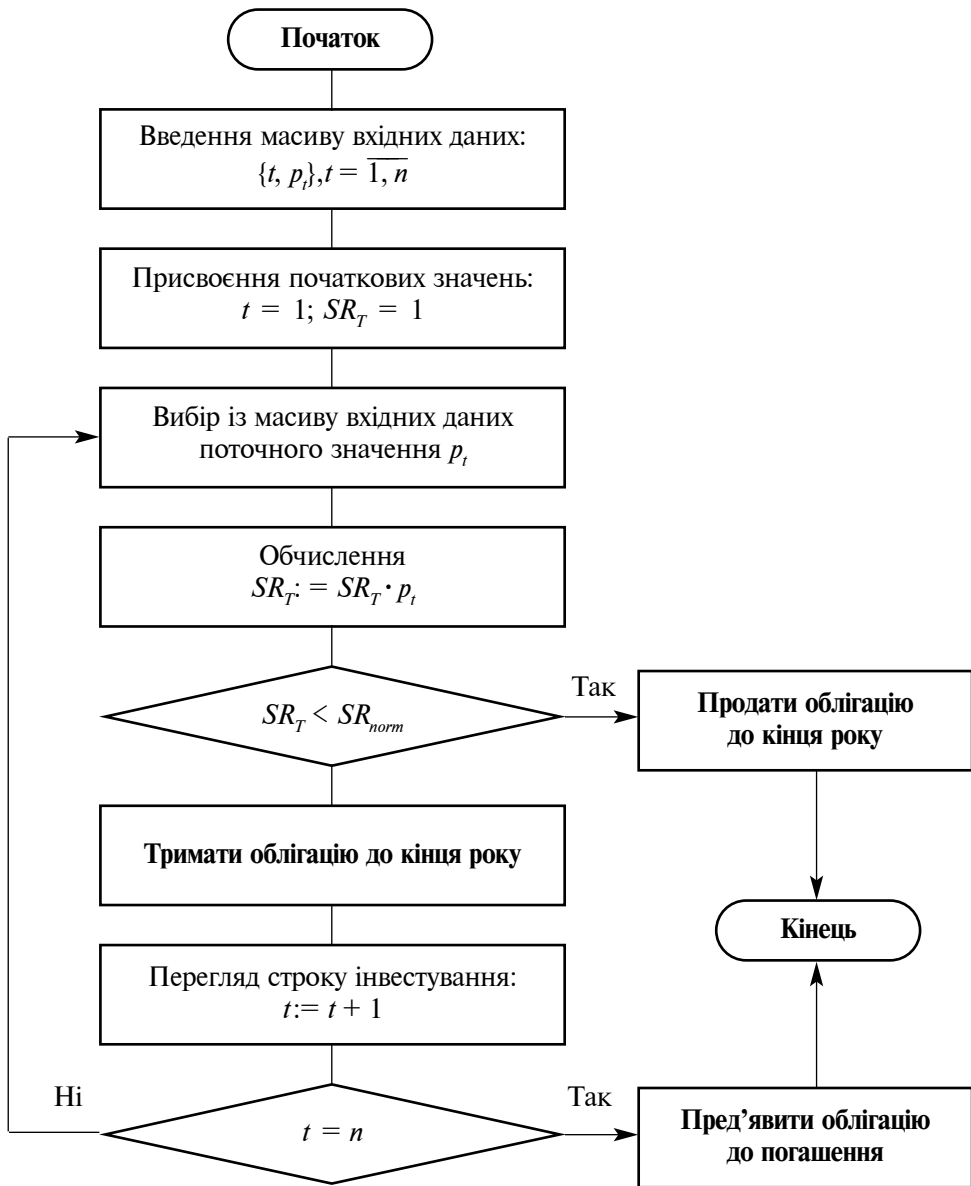


Рис. 2. Блок-схема алгоритму прийняття рішень щодо строку інвестування з урахуванням імовірності дефолту за облігацією

перепродати облігацію в будь-який момент до настання строку погашення або дочекатися строку погашення облігації та пред'явити її до сплати. Прийняття того чи іншого рішення залежатиме, з одного боку, від загальної надійності облігації (показник CSR) і надійності облігації протягом певного строку (показник SR_T), з другого

боку, від ризикованості інвестиційної стратегії особи, яка приймає рішення (визначається, зокрема, величиною нормативного значення SR_{norm}).

Таким чином, отримані за формулами (4)–(7) оцінки ймовірностей настання та ненастання дефолтів надають інвестору важливу інформацію стосовно надійності облігаційного зобов'язання, що допомагає оптимізувати процес прийняття інвестиційних рішень.

У праці російських науковців¹³ також вказується на існування середньої ймовірності дефолту (*average mortality rate* — AMR). Хоча, на нашу думку, економічна інтерпретація цього показника не є беззаперечною на відміну від показника кумулятивної статистичної частоти (імовірності) дефолтів CMR , у деяких випадках окремим інвесторам можливо зручніше застосувати показник AMR . Тому як додатковий критерій прийняття інвестиційних рішень з урахуванням надійності облігацій розрахуємо й показник середньої ймовірності дефолту, скориставшись логіко-ймовірнісним підходом.

Спочатку за аналогією з рівнянням (3) введемо позначення для середньої ймовірності ненастання дефолту (*average survival rate* — ASR), припустивши, що для середніх величин імовірностей подій “наявність дефолту” та “відсутність дефолту” теж можна записати властивість повної групи подій:

$$AMR + ASR = 1. \quad (3')$$

Пропонуємо середню ймовірність ненастання дефолту ASR розраховувати як середню геометричну величину: $ASR = \sqrt[n]{CSR}$. Тоді з урахуванням виразу (4) остаточно отримаємо:

$$ASR = \sqrt[n]{\prod_{t=1}^n p_t}. \quad (8)$$

Звідки, врахувавши властивість (3'), знайдемо середню ймовірність дефолту:

$$AMR = 1 - \sqrt[n]{\prod_{t=1}^n p_t}. \quad (9)$$

На нашу думку, розраховані за формулами (8) і (9) показники можуть бути застосовні лише як орієнтовні оцінки, що дають приблизне уявлення про надійність облігації. Основними ймовірнісними оцінками надійності облігації вважаємо показники CSR і SR_T , які визначаються відповідно за формулами (4) і (7). Основною ж мірою кредитного ризику облігації в межах логіко-ймовірнісного підходу, на наш погляд, є показник CMR , який розраховують за формулою (5).

Насамкінець зазначимо: незважаючи на істотне зниження загального обсягу операцій із цінними паперами в Україні, на сьогодні корпоративні облігації залишаються домінуючим сегментом організованого фондового ринку. Враховуючи невисоку кредитну якість (насамперед, досить низьку надійність) більшості

¹³ Энциклопедия финансового риск-менеджмента / Под ред. А.А. Лобанова и А.В. Чугунова. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2005. — 878 с.

облігаційних зобов'язань, що перебувають в обігу, проблемні питання оцінювання кредитного ризику й визначення ймовірності дефолтів за облігаційними позиками набувають усе більшої актуальності як для професійних учасників ринку, так і для науковців-дослідників.

Отримані оцінки ймовірностей настання або ненастання дефолтів за облігаціями є важливими в аспекті прийняття ефективних інвестиційних рішень з урахуванням надійності капіталовкладень.

Водночас зауважимо, що міра кредитного ризику (або навпаки — надійності) боргового зобов'язання є лише одним із рівноправних параметрів серед взаємопов'язаних інвестиційних властивостей облігації, а саме її інвестиційної вартості, норми ринкової дохідності, ступеня ліквідності тощо. Тому проведена робота щодо моделювання дефолтів за облігаціями відкриває широке поле для подальших досліджень. Наступні публікації автора з цього питання буде присвячено моделюванню інвестиційної вартості й норми дохідності облігації з урахуванням ймовірності дефолтів.