УДК 532+681.3

**Панченко Тетяна Дмитрівна**
асистент, кафедри «Технічна кібернетика ім. проф. Р. В. Меркта»
Одеський національний морський університет, м. Одеса, Україна
*tay_pan59@mail.ru*

**Тузова Ірина Анатоліївна**
ст. викладач кафедри «Технічна кібернетика ім. проф. Р. В. Меркта»
Одеський національний морський університет, м. Одеса, Україна
*irinatuzova@yandex.ru*

**Челабчі Володимир Вікторович**
ст. викладач кафедри «Технічна кібернетика ім. проф. Р. В. Меркта»
Одеський національний морський університет, м. Одеса, Україна
*vl_chel@ukr.net*

**Челабчі Віктор Миколайович**
професор, кандидат технічних наук, професор кафедри «Технічна кібернетика ім. проф. Р. В. Меркта»
Одеський національний морський університет, м. Одеса, Україна
*vn_chel@ukr.net*

# ВИБІР ЧИСЕЛЬНИХ МЕТОДІВ ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ СИСТЕМ

**Анотація** У статті розглянуто створення методичного забезпечення для математичного моделювання динамічних процесів в елементах систем і комплексів. Як математичні моделі використані звичайні диференціальні рівняння. Коефіцієнти рівнянь моделей можуть бути нелінійними функціями процесу. Як основний інструмент використаний проекційно-сітковий метод. Описаний ітераційний метод організації обчислень з урахуванням попереднього приблизного рішення на першій ітерації. Запропоновано адаптивне управління обчислювальним процесом Розроблений оригінальний метод оцінки погрішності рішення в процесі обчислень. Розроблена методика задання параметрів налаштування адаптивного методу рішення для забезпечення заданого рівня погрішності. Методика, що запропонована, може використовуватися в організації розподілених обчислень.

**Ключові слова**: адаптивне управління; проекційно-сітковий метод; нелінійні звичайні диференціальні рівняння.

## 1. ВСТУП

**Постановка проблеми.** Достовірність інформації, яка отримана в моделюванні динаміки систем і їх елементів, у першу чергу залежить від того, наскільки докладно й адекватно використовувані математичні моделі, що описують процеси в системі.

Опис динамічних процесів в елементах технічних об'єктів, зазвичай, базується на концепції систем із зосередженими параметрами. Як математичні моделі, використовуються звичайні диференціальні рівняння першого або другого порядку. Найчастіше коефіцієнти цих рівнянь є функціями рішення.

Не менш важливим представляється розробка ефективних чисельних методів для імітації процесів у системах. Чисельні методи, що використовуються, повинні мати абсолютну стійкість, або стійкість у максимально широкому діапазоні параметрів моделі. Необхідно також забезпечувати максимально низьку методичну похибку чисельного методу.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Різницеві методи розв’язання подібних рівнянь і їх систем [1–4] мають низку недоліків. Найчастіше звичайні диференціальні рівняння старших порядків перетворюються в систему рівнянь першого порядку. Низка різницевих методів, що використовуються, мають нестійкість при деяких значеннях коефіцієнтів рівнянь і кроків по осі незалежної змінної. Дослідження з цієї проблеми, зокрема, відображені в [5]. Серед різницевих найбільш ефективним є аналітико-сітковий метод [6, 7].

Універсальним і орієнтованим на розв’язання нелінійних звичайних диференціальних рівнянь будь-якого порядку є метод проекційно-сіткового рішення [4. 8–10]. Особливості використання проекційно-сіткового методу для розв’язання різних прикладних задач описано в [1–4].

Проекційно-сітковий метод розв’язання звичайних диференціальних рівнянь легко адаптується до розподілених обчислень, коли необхідно досліджувати динамічні процеси в системах із зосередженими параметрами [15].

Але, для отримання надійного розв’язання задачі проекційно-сітковим методом, необхідне ретельне настроювання методу [14, 16, 17].

**Мета статті.** Розробка алгоритму проекційно-сіткового рішення лінійних і нелінійних звичайних диференціальних рівнянь з автоматичним настроюванням параметрів управління обчислювальним процесом. Розробка методики оцінювання похибки рішення в процесі обчислень.

## 2. МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Проекційне рішення звичайних диференціальних рівнянь базується на варіаційному підході [8, 10]. Основна ідея методу полягає в тому, що, як рішення $Y$ на $z$ відрізках $\Delta\tau$ осі незалежної змінної $\tau$ (рис. 1), приймається функція певного типу, але з поки невідомими параметрами (коефіцієнтами). Апроксимуюча функція і її похідні не повинні мати розривів.

Вираз для функції і її похідних підставляються в розв'язуванні рівняння. Записується вираз для функціонала $\delta$, що є сумою квадратів нев'язок (різниць значень правої й лівої частин рівняння) для деяких значень незалежної змінної. Умови мінімізації функціонала $\delta$ дозволяють сформувати систему лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) відносно коефіцієнтів апроксимуючої функції.

У межах кожного відрізка $\Delta\tau$, використовується локальна незалежна змінна $t$. Так створюється послідовність відрізків $z$, кожний з яких включає достатню кількість внутрішніх вузлів $j$.

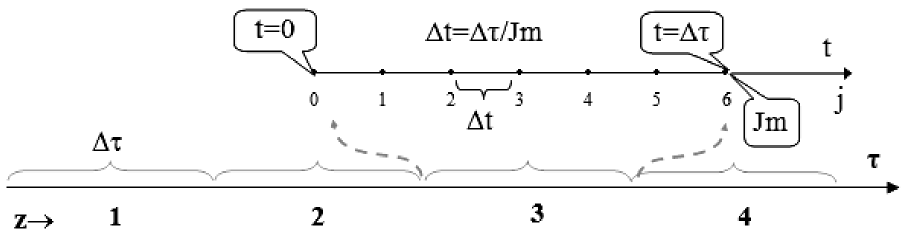


*Рис. 1. Схема індексації вузлів сітки при проекційному рішенні*

Основи методики розглядаються на прикладі рішення звичайного диференціального рівняння 1[го] порядку (1).

$$A \cdot \frac{dY}{d\tau} + Y = K \cdot X, \qquad \tau = 0, \quad Y = Y_0, \tag{1}$$

де $A$, $K$ – задані коефіцієнти рівняння;

*X*, *Y* – вплив і реакція об’єкта.

Як функцію Y(t), що апроксимує рішення *Y* на кожному відрізку інтегрування $\Delta\tau$, зручно прийняти поліном ступеня $K_{pol}$ (2).

$$Y=\sum_{k=0}^{K_{pol}} a_k\cdot t^k,\ Y'=\sum_{k=1}^{K_{pol}} k\cdot a_k\cdot t^{k-1},\tag{2}$$

де $a_0 \div a_{kpol}$ – коефіцієнти полінома, що підлягають визначенню.

Значення коефіцієнта $a_0$ визначається із задоволення початкової умови, або рішення, що отримано на попередньому відрізку інтегрування.

$$a_0=Y_0.\tag{3}$$

Підставляючи вираження для *Y*, *Y´* у рівняння, одержимо (4).

$$\sum_{k=1}^{K_{pol}}\left[a_k\cdot\left(A\cdot k\cdot t^{k-1}+t^k\right)\right]=K\cdot X-a_0.\tag{4}$$

Сума квадратів нев'язок по всіх вузлах відрізка інтегрування ($j$=0÷$J_m$), який розглянуто, має вигляд (5).

$$\delta=\sum_{j=0}^{J_m}\left\{\sum_{k=1}^{K_{pol}}\left[a_k\cdot\left(A\cdot k\cdot t_j^{k-1}+t_j^k\right)\right]-K\cdot X_j+a_0\right\}^2.\tag{5}$$

Значення функціонала $\delta$ буде мінімальним у разі виконання низки умов (6).

$$\frac{\partial\delta}{\partial a_1}=0,\ \frac{\partial\delta}{\partial a_2}=0,\ \cdots\ \frac{\partial\delta}{\partial a_k}=0,\ \cdots\ \frac{\partial\delta}{\partial a_{Kpol}}=0.\tag{6}$$

Задовольняючи кожну наведену умову можна записати СЛАР. Коефіцієнти матриці (МА) й елементи вектора правої частини (МВ) визначаються за залежностями (7).

$$\begin{aligned}MA_{L,C}&=\sum_{j=0}^{J_m}\left(A\cdot C\cdot t_j^{C-1}+t_j^C\right)\cdot\left(A\cdot L\cdot t_j^{L-1}+t_j^L\right),\\ MB_L&=\sum_{j=0}^{J_m}\left(K\cdot X_j-a_0\right)\cdot\left(A\cdot L\cdot t_j^{L-1}+t_j^{L1}\right).\end{aligned}\tag{7}$$

де *L* – індекс рядка матриці (line);

*C* – індекс стовпця (column).

Аналогічно розробляється алгоритм рішення звичайного диференціального рівняння 2$^{го}$ порядку (8).

$$A\cdot\frac{d^2Y}{d\tau^2}+B\cdot\frac{dY}{d\tau}+Y=K\cdot X,\quad \tau=0,\ Y=Y_0,\ Y'=Y'_0.\tag{8}$$

Вираз для апроксимуючої функції і її похідних (9).

$$Y=\sum_{k=0}^{K_{pol}} a_k \cdot t^k\,,\ Y'=\sum_{k=1}^{K_{pol}} k\cdot a_k \cdot t^{k-1}\,,\ Y''=\sum_{k=2}^{K_{pol}} (k-1)\cdot k\cdot a_k \cdot t^{k-2}\,, \tag{9}$$

де $a_2 \div a_{Kpol}$ – коефіцієнти полінома, що підлягають визначенню.

Значення коефіцієнтів $a_0$ і $a_1$ визначаються із задоволення початкових умовам, або рішення, що отримано на попередньому інтервалі інтегрування:

$$a_0 = Y_0; \qquad a_1 = Y'_0.$$

Підставляючи вирази для *Y*, *Y’* і *Y’’* у рівняння, що розв’язується, отримаємо (10).

$$\sum_{k=2}^{K_{pol}} \left[ a_k \cdot \left( A\cdot(k-1)\cdot k\cdot t^{k-2} + B\cdot k\cdot t^{k-1} + t^k \right) \right] = K\cdot X - a_0 - a_1\cdot(B+t). \tag{10}$$

Сума квадратів нев’язок для моментів *t* інтервалу інтегрування, що розглядається ($j=0 \div Jm$), має вигляд (11).

$$\begin{aligned} \delta = \sum_{j=0}^{J_m} \Bigg\{ \sum_{k=2}^{K_{pol}} \left[ a_k \cdot \left( A\cdot(k-1)\cdot k\cdot t_j^{k-2} + B\cdot k\cdot t_j^{k-1} + t_j^k \right) \right] - \\ - K\cdot X_j + a_0 + a_1\cdot\left(B+t_j\right) \Bigg\}^2. \end{aligned} \tag{11}$$

Значення функціонала $\delta$ буде мінімальним у разі виконання умов (12).

$$\frac{\partial \delta}{\partial a_2} = 0\,,\quad \frac{\partial \delta}{\partial a_3} = 0\,,\quad \cdots \quad \frac{\partial \delta}{\partial a_k} = 0\,,\quad \cdots \quad \frac{\partial \delta}{\partial a_{Kpol}} = 0\,. \tag{12}$$

Задовольняючи кожну наведену умову (12), можна записати СЛАР. Коефіцієнти матриці й елементи вектора правої частини визначаються за залежностями (13).

$$\begin{aligned} \mathrm{MA_{L,C}} &= \sum_{\mathrm{j=0}}^{\mathrm{J_m}} \left( A\cdot(C-1)\cdot C\cdot t_j^{C-2} + B\cdot C\cdot t_j^{C-1} + t_j^C \right)\cdot \\ &\quad \cdot \left( A\cdot(L-1)\cdot L\cdot t_j^{L-2} + B\cdot L\cdot t_j^{L-1} + t_j^L \right), \\ \mathrm{MB_L} &= \sum_{j=0}^{J_m} \left( K\cdot X_j - a_0 - a_1\cdot\left(B+t_j\right) \right)\cdot \\ &\quad \cdot \left( A\cdot(L-1)\cdot L\cdot t_j^{L-2} + B\cdot L\cdot t_j^{L-1} + t_j^L \right), \end{aligned} \tag{13}$$

де *L* – індекс рядка матриці (line);

*C* – індекс стовпця (column).

Якщо вплив *X* задається не аналітичним виразом, а експериментальними даними в табличному вигляді, проводиться попередня апроксимація експериментальних значень *X* підходящою функцією.

Для оцінки ефективності проекційного рішення пропонується середньоквадратичне значення відносної нев'язки $\sigma_o$.

Для рівняння (1) це (14).

$$\sigma_o = \sqrt{\sum_{j=0}^{J_m} \left( \frac{A \cdot Y'_j + Y_j - K \cdot X_j}{G_j} \right)^2 / (J_m + 1)}, \qquad (14)$$

де $G_j = max\left(\left|A \cdot Y'_j\right|, \left|Y_j\right|, \left|K \cdot X_j\right|\right)$.

Для рівняння (8) це (15).

$$\sigma_o = \sqrt{\sum_{j=0}^{J_m} \left( \frac{A \cdot Y'' + B \cdot Y'_j + Y_j - K \cdot X_j}{G_j} \right)^2 / (J_m + 1)}, \qquad (15)$$

де $G_j = max\left(\left|A \cdot Y''_j\right|, \left|B \cdot Y'_j\right|, \left|Y_j\right|, \left|K \cdot X_j\right|\right)$.

Алгоритм адаптивного настроювання проекційно-сіткового методу розв'язання звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) представлений на рис. 2. Як параметри, що управляють, використовуються $\sigma_{max}$ та $k_n$.

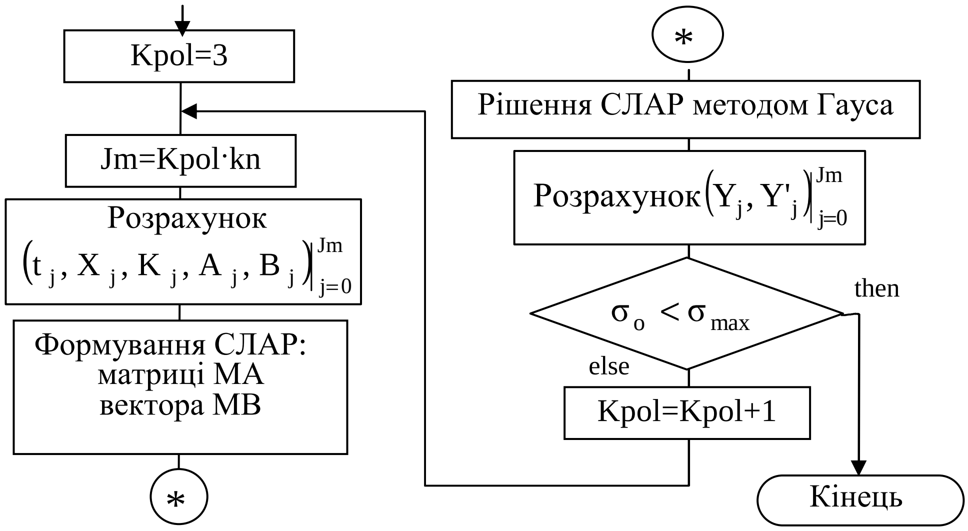


*Рис. 2. Схема алгоритму проекційно-сіткового методу*

Для розв’язання нелінійних рівнянь використовується метод ітерацій. З метою зниження числа необхідних ітерацій, на першій ітерації проводиться оцінка рішення в першому наближенні. Для рівнянь, що розв'язуються, можна використовувати звичайний чисельний метод при постійних значеннях коефіцієнтів. Перевага віддається неявному методу, що забезпечує стійке рішення.

На наступних ітераціях проводиться ітераційне уточнення значень коефіцієнтів поліномів, які апроксимують рішення на попередній ітерації, уточнюються значення коефіцієнтів рівняння *A*, *B*, *K* і, як наслідок, уточнюється само рішення. Для оцінки результату ітераційного процесу використовується величина $R^2$ (16).

$$R^2 = 1 - \left( \sum_{j=0}^{J_m} \left( Y_{j_{it-1}} - Y_{j_{it}} \right)^2 \right) \Bigg/ \left( \sum_{j=0}^{J_m} Y_{j_{it-1}}{}^2 - \left( \sum_{j=0}^{J_m} Y_{j_{it-1}} \right)^2 \Bigg/ (J_m + 1) \right), \qquad (16)$$

де $Y_{j_{it-1}}$, $Y_{j_{it}}$ – відповідно значення $Y_j$ на попередній (*it-1*) і поточній (*it*) ітераціях.

Алгоритм ітераційного розв'язання нелінійних звичайних диференціальних рівнянь представлений на рис. 3. Як параметр, що управляє, використовується $R^2_{min}$.

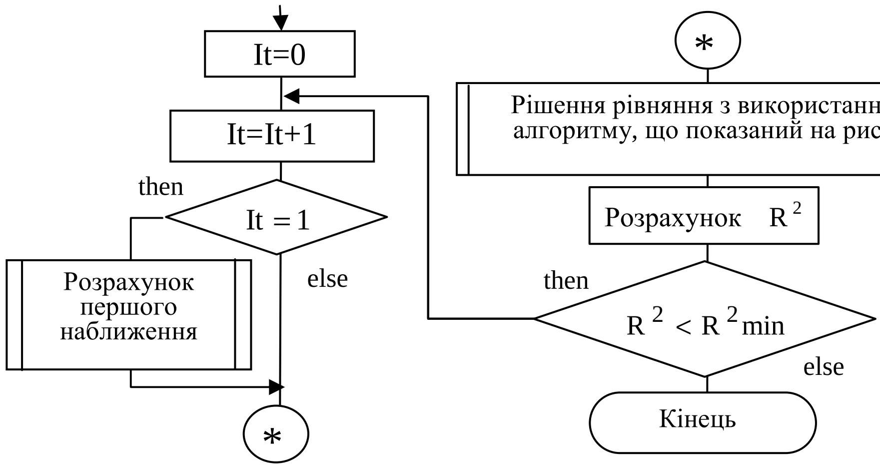


*Рис. 3. Схема алгоритму ітераційного процесу*

## 3. РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Для надійної оцінки методичної похибки рішення нелінійних звичайних диференціальних рівнянь проекційно-сітковим методом слід проводити порівняння з точним аналітичним рішенням. Огляд літературних джерел не дозволив знайти точне аналітичне рішення для різних нелінійних рівнянь. Тому був використаний оригінальний підхід.

Суть підходу полягає в тому, що приймається вид рішення у вигляді формули $Y=f(a_0, a_1, \ldots a_n, \square)$, де $a_0, a_1, \ldots a_n$ – коефіцієнти, а $\tau$ – час. Підставивши вираз для $Y$, $Y'$ та $Y''$ у рівняння, яке розв’язується, можна одержати вираз для X. Отримане рішення не є точним аналітичним рішенням, але його можна використовувати для оцінки точності проекційно-сіткового методу.

Як приклад, можна розглянути рівняння (17).

$$A \cdot \frac{dY}{d\tau} + Y = K \cdot X \,, \tag{17}$$

де $A = a_0 + a_1 \cdot Y + a_2 \cdot Y'$, $K = b_0 + b_1 \cdot Y$ .

Якщо прийняти реакцію об'єкта $Ya$ на збурювання $X$ у вигляді (18), то при підстановці (18) в (17) одержимо вираз для впливу X (19).

$$\begin{aligned} Y_a &= K_1 \cdot \sin(B_1 \cdot \tau) + K_2 \cdot \cos(B_2 \cdot \tau), \\ Y_a' &= K_1 \cdot B_1 \cdot \cos(B_1 \cdot \tau) - K_2 \cdot B_2 \cdot \sin(B_2 \cdot \tau). \end{aligned} \tag{18}$$

$$X = \left(a_0 + a_1 \cdot Ya'\right) \cdot Y_a' + \left(b_0 + b_1 \cdot Y\right) \cdot Y_a \,. \tag{19}$$

Для виявлення кореляції між максимальними ($\delta Y_{max}$) і середніми ($\delta Y_{sr}$) значеннями відносної погрішності рішення й оцінкою $\sigma$ проводилося проекційно-сіткове чисельне рішення рівнянь (1) і (8) з нелінійними коефіцієнтами при різних видах впливу й при варіації параметрів настроювання $\Delta\tau$, $K_{pol}$, $J_m$.

Чисельне рішення порівнювалося з точним рішенням. Відносна похибка нормувалася по максимальній зміні значення $Y$ у межах усього перехідного процесу.

Результати досліджень представлені на рис. 4 і 5.

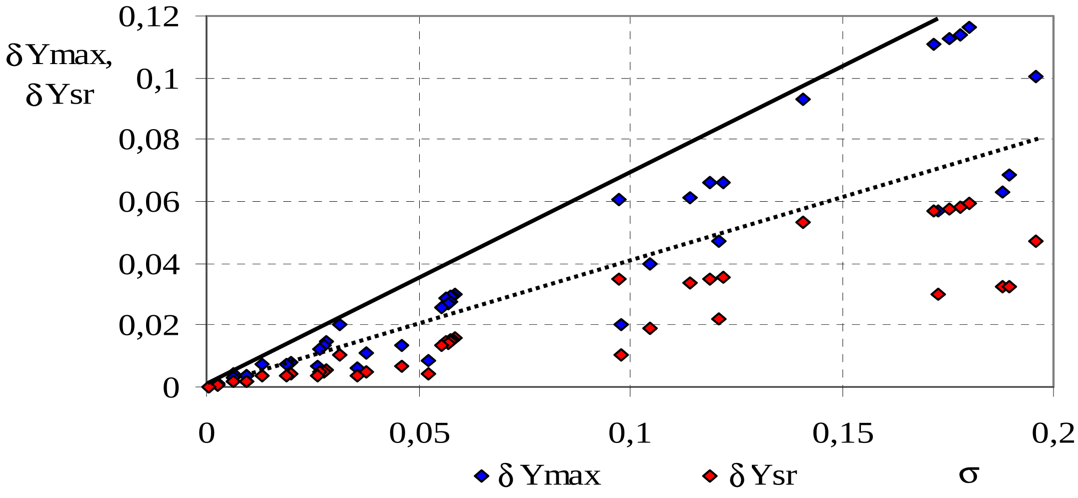


*Рис. 4. Результати рішення рівняння (1)*

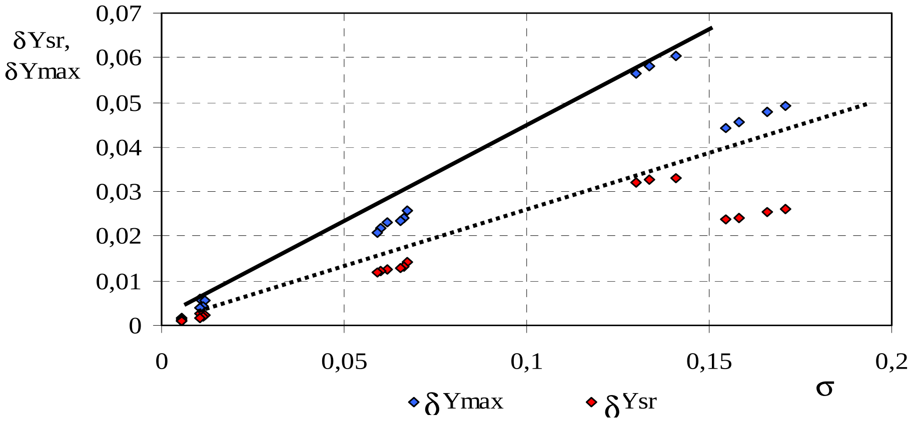


*Рис. 5. Результати рішення рівняння (8)*

На рис. 4 і 5 лініями виділені області, у яких забезпечується заданий рівень відносної похибки проекційно-сіткового рішення.

При настроюванні вибирається бажаний рівень відносної похибки рішення $\delta Y_{max}$ або $\delta Y_{sr}$.

Для забезпечення заданого рівня відносної похибки рішення необхідне виконання умов (20).

$$\sigma_{\max} \le K_{sr} \cdot \delta Y_{sr} \text{ чи } \sigma_{\max} \le K_{\max} \cdot \delta Y_{\max}. \tag{20}$$

У нашому випадку, під час розв'язування рівняння (1) Ksr = 2,5, $K_{max}$ = 1,42, , під час розв'язування рівняння (8) $K_{sr}$ =3,75, $K_{max}$ = 2,34.

Для виконання умов (20) ітераційним шляхом розраховуються значення $K_{pol}$ і $J_m$. У першому наближенні приймаються мінімальні значення, наприклад, $K_{pol}$ = 3 і $J_m$ = $k_n \cdot K_{pol}$. Рекомендується $k_n$=4 – 5. Ітераційне збільшення значень $K_{pol}$ і $J_m$ припиняється у разі виконання умови $\sigma_0 < \sigma_{max}$.

## 4. ВИСНОВКИ ТА РЕКОМЕНДАЦІЇ

Під час моделювання динамічних процесів в елементах систем і комплексів можна рекомендувати до використання проекційно-сітковий метод рішення лінійних і нелінійних звичайних диференціальних рівнянь з автоматичним налаштуванням обчислювального процесу.

Алгоритми настроювання проекційно-сіткового методу розв'язування звичайних диференціальних рівнянь, які запропоновані в статті, має сенс застосувати і для вирішення диференціальних рівнянь в частинних похідних. У цьому випадку, для оцінки ефективності проекційного рішення, також можна використовувати середньоквадратичне значення відносної нев'язки $\sigma_o$

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ


1. Бахвалов Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2001. - 632с.
2. Зеленский К. Х. Компьютерные методы прикладной математики / К. Х. Зеленский, В. Н. Игнатенко, А .П. Коц. – К.: Дизайн-В, 1999. –352 с.
3. Годунов С. К. Разностные схемы (введение в теорию) : учебное пособие / С. К. Годунов, В. С. Рябенький. – М.: Наука, 1973. – 400 с.
4. Челабчі В. М. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Челабчі, І. А . Тузова, В. В. Челабчі,. – Одеса.:ОНМУ, 2012 – 39 с.
5. Меркт Р. В. О выборе численных методов для исследования динамических систем / Р. В. Меркт, В. В. Челабчи, В. Н. Челабчи // Сб. научных трудов по материалам международной научно-практичкеской конференции «Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития ‘2007». Том 1. – Одесса: НИИМФ-ОНМУ. -2007. – С. 81–84.
6. Меркт Р. В. До питання чисельного моделювання систем з розподіленими і зосередженими параметрами / Р. В. Меркт, В. В. Челабчи, В. Н. Челабчи // Матеріали VIII міжнородної НПК “Наука і освіта ‘2005”. Том 23. Математичне моделювання. – Дніпропетровськ : Наука і освіта, 2005. – С. 45–46.
7. Челабчи В. В. К вопросу эффективности компьютерного моделирования динамических систем / В. В. Челабчи, В.мН. Челабчи // Materials of international scientifically-practical conference “The Science theory and practice”. –Vol.25. Mo–ern Ifomation Technologies. – Praha: Publishing House “Education and Science” s.r.o 2005 – С.. 33–35.
8. Марчук Г. И. Введение в проекционно-сеточные методы / Г. И. Марчук, В. И. Агошков. – М. : Наука, 1981. – 416 с.
9. Михлин С. Г. Численная реализация вариационных методов/ С. Г. Михлин. – М. : Наука, 1966. – 432 с.
10. Андреев В. Б. Проекционные методы/ В. Б. Андреев, Л. А. Руховец. – М. : Знание,1986.
11. Козлов И. В. Численные методы решения задач коши для жёстких систем обыкновенных дифференциальных уравнений/ И. В. Козлов// Альманах современной науки и образования, – 2012, – № 11. – С. 87–89
12. Синицын А. К. Современные информационные технологии. Проекционно-сеточные методы решения уравнений математической физики: конспект лекций для аспирантов и магистрантов БГУИР / А. К. Синицын. – Мн. : БГУИР, 2004. –55 с.
13. Злотник А. А. О погрешности некоторых проекционно-сеточных методов для обыкновенного дифференциального уравнения 4-го порядка с негладкими данными / А. А. Злотник, О. И. Киреева // Изв. вузов. Математика. 1995. –7V4. – С. 49– 61.
14. Меркт Р. В. Обчислювальний експеримент. Динаміка систем / Р. В. Меркт, В. М. Челабчі, В. В. Челабчи, І. А. Кукішев // Вісник Одеського національного морського університету: Збірник наукових праць. – Випуск 40. – Одесса ::ОНМУ, 2014. – С. 214– 227.
15. Кукишев И. А. Использование проекионно-сеточного метода при распределенных вычислениях / И. А. Кукишев // Сборник научных трудов Sword. –Выпуск 2. Том 6. – Одесса : КУПРИЕНКО, 2013. – С. 24–28.

16. Челабчи В. В. Оперативное управление проекционно-сеточным методом при решении обыкновенных дифференциальных урав–ений / В. В. Челабчи // Сборник научных трудов SWorld. – Выпуск 4. Том 3. Физика и математика. – Одесса : КУПРИЕНКО, 2012 – С.49–53.
17. Меркт Р. В. Организация управления решением обыкновенных дифференциальных уравнений проекционно-сеточным методом / Р. В. Меркт, В. В. Челабчи, В. Н. Челабчи // Наука в інформаційному просторі : матеріали IX міжнар. наук.-практ. конф. – Дніпропетровськ : Біла К. О., 2013. –Т. 7. – С. 86–90.

*Матеріал надійшов до редакції 31.03.2016 р.*

# ВЫБОР ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ДИНАМИКИ СИСТЕМ

**Панченко Татьяна Дмитриевна**
ассистент кафедры «Техническая кибернетика им. проф. Р. В. Меркта»
Одесский национальный морской университет, г. Одесса, Украина
*tay_pan59@mail.ru*

**Тузова Ирина Анатольевна**
ст. преподаватель кафедры «Техническая кибернетика им. проф. Р. В. Меркта»
Одесский национальный морской университет, г. Одесса, Украина
*irinatuzova@yandex.ru*

**Челабчи Владимир Викторович**
ст. преподаватель кафедры «Техническая кибернетика им. проф. Р. В. Меркта»
Одесский национальный морской университет, г. Одесса, Украина
*vl_chel@ukr.net*

**Челабчи Виктор Николаевич**
профессор, кандидат технических наук,
профессор кафедры «Техническая кибернетика им. проф. Р. В. Меркта»
Одесский национальный морской университет, г. Одесса, Украина
*vn_chel@ukr.net*

**Аннотация**. В статье рассмотрено создание методического обеспечения для математического моделирования динамических процессов в элементах систем и комплексов. Как математические модели, использованы обыкновенные дифференциальные уравнения. Коэффициенты уравнений моделей могут быть нелинейными функциями процесса. В качестве основного инструмента использован проекционно-сеточный метод. Описан итерационный метод организации вычислений с учетом предварительного приближенного решения на первой итерации. Предложено адаптивное управление вычислительным процессом. Разработан оригинальный метод оценки погрешности решения в процессе вычислений. Разработана методика задания параметров настройки адаптивного метода решения для обеспечения заданного уровня погрешности. Предложенная методика может использоваться при организации распределенных вычислений.

**Ключевые слова**: адаптивное управление; проекционно-сеточный метод; нелинейные обыкновенные дифференциальные уравнения.

# SELECT NUMERICAL METHODS FOR MODELING THE DYNAMICS SYSTEMS

**Tetiana D. Panchenko**
assistant, Department «Technical cybernetics the name of prof. R. V. Merkt»
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine
*tay_pan59@mail.ru*

**Iryna A. Tuzova**
assistant professor, Department «Technical cybernetics the name of prof. R. V. Merkt»
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine
*irinatuzova@yandex.ru*

**Volodymyr V. Chelabchi**
assistant professor, Department «Technical cybernetics the name of prof. R. V. Merkt»
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine
*vl_chel@ukr.net*

**Viktor M. Chelabchi**
professor, candidate of engineering sciences,
professor of the Department «Technical cybernetics the name of prof. R. V. Merkt»
Odessa National Maritime University, Odessa, Ukraine
*vn_chel@ukr.net*

**Abstract.** The article deals with the creation of methodical support for mathematical modeling of dynamic processes in elements of the systems and complexes. As mathematical models ordinary differential equations have been used. The coefficients of the equations of the models can be nonlinear functions of the process. The projection-grid method is used as the main tool. It has been described iterative method algorithms taking into account the approximate solution prior to the first iteration and proposed adaptive control computing process. The original method of estimation error in the calculation solutions as well as for a given level of error of the technique solutions purpose adaptive method for solving configuration parameters is offered. A method for setting an adaptive method for solving the settings for a given level of error is given. The proposed method can be used for distributed computing.

**Keywords**: adaptive control; projection-grid method; nonlinear ordinary differential equations.

## REFERENCES (TRANSLATED AND TRANSLITERATED)

1. Bahvalov N. S. Numerical methods / N. S. Bahvalov, N. P. Zhidkov, G. M. Kobel'kov. – M.: Laboratorija Bazovyh Znanij, 2001. – 632 p. (in Russian)
2. Zelenskij K. H. Comuter methods of Applied Mathematics / K. H. Zelenskij, V. N. Ignatenko, A. P. Koc. – K.: Dizajn-V, 1999. –352 p. (in Russian)
3. Godunov S. K. Difference schemes (introduction to the theory): Textbook / S. K. Godunov, V. S. Rjaben'kij. – M.: Nauka, 1973. – 400 p. (in Russian)
4. Chelabchi V. M. Numerical Methods: Tutorial / V. M. Chelabchi, I. A. Tuzova, V. V. Chelabchi,.– Odesa.:ONMU, 2012 – 39 p. (in Ukrainian)
5. Merkt R. V. On the choice of numerical methods for the study of dynamical systems / R. V. Merkt, V. V. Chelabchi, V. N. Chelabchi // Coll. scientific works on materials of the international scientific-practical conference "Scientific research and their practical application. Current status and the development of '2007'. Volume 1. – Odessa: NIIMF-ONMU. ,2007. – P. 81–84. (in Russian)
6. Merkt R. V. On the question of numerical modeling of systems with distributed and lumped parameters / R. V. Merkt, V. V. Chelabchi, V. N. Chelabchi // Materials VIII International SPC "Science and Education" 2005 ". Volume 23. Mathematical modeling. – Dnipropetrovs'k: Nauka i osvita, 2005.– P. 45–46. (in Ukrainian)
7. Chelabchi V. V. On the question of the effectiveness of computer modeling of dynamic systems / V. V. Chelabchi, V. N. Chelabchi // Materials of international scientifically-practical conference "The Science theory and practice". Vol.25. Modern Ifomation Technologies. – Praha: Publishing House "Education and Science" s.r.o 2005. – P. 33–35. (in Russian)
8. Marchuk G .I. Introduction to the projection-grid methods/ G. I. Marchuk, V. I. Agoshkov. – M.: Nauka, 1981. – 416 p. (in Russian)
9. Michlin S. G. Numerical realization of variational methods/ S. G. Michlin. – M.: Nauka, 1966. – 432 p. (in Russian)
10. Andreev V. B. Projection methods / V. B. Andreev, L. A. Ruchovez. – M.: Znanie,1986. (in Russian)
11. Kozlov I. V. Numerical methods for solving Cauchy problems for zhёstkih systems of ordinary differential equations/ I. V. Kozlov // Almanac of Modern Science and Education 2012, № 11, 87–89(in Russian)
12. Sinizyn A. K. Modern information technologies. Finite-element methods for solving mathematical physics equations: summary of lectures for graduate students and undergraduates BGUIR / A. K. Sinizyn. – Mn.: BGUIR, 2004. – 55 p. (in Russian)
13. Zlotnik A. A. On the error of some projection-grid methods for ordinary differential equations of 4th order with nonsmooth data/ A. A. Zlotnik, O. I. Kireeva // Izv. vuzov. Matematika. 1995.– V 4. – P. 49–61. . (in Russian)

14. Merkt R. V. Computing experiment. The dynamics of systems / R. V. Merkt, V. M. Chelabchi, V. V. Chelabchi, I. A. Kukishev // Bulletin of the Odessa National Maritime University: Collected Works. Vol 40. – Odesa:ONMU, 2014. – P. 214–227(in Ukrainian)
15. Kukishev I.A. The use of projection-grid method for distributed computing/ I.A. Kukishev // Collection of scientific works Sworld. – Issue 2. Volume 6 - Odessa: KUPRIENKO, 2013. – P 24–28. (in Russian)
16. Chelabchi V. V. Operational management of the projection-grid methods for solving ordinary differential equations / V. V. Chelabchi // Collection of scientific works SWorld. - Issue 4. Volume 3. Physics and Mathematics. ─Odessa: KUPRIENKO, 2012 ─ P. 49–53. (in Russian)
17. Merkt R. V. Organization management solution of ordinary differential equations of projection-grid methods/ R. V. Merkt, V. V. Chelabchi, V. N. Chelabchi // Science in the media space materials II Intern. nauk. and practical. Conf. ─Dnipropetrovs'k: Bila K. O., 2013. ─T. 7. ─ P. 86–90. (in Russian)


**Conflict of interest.** The authors have declared no conflict of interest.