

АНАНЬЄВА О. М., д.т.н., професорка,  
БАБАЄВ М. М., д.т.н., професор,  
ДАВИДЕНКО М. Г., к.т.н., доцент,  
ПАНЧЕНКО В. В., к.т.н., доцент  
(Український державний університет залізничного транспорту)

## Моделювання електричних перехідних процесів у частотно-керуваному асинхронному двигуні

У статті розглянуто математичну модель електричних перехідних процесів в топологічних елементах кола частотно-керуваного асинхронного двигуна та статичного трифазного перетворювача частоти, яка враховує поточну конфігурацію комутуючих перемикачів. У вигляді сукупності операторних виразів сформовано та розв'язано систему операторних рівнянь відносно шуканих струмів і напруг. Відповідні розрахунки запропонованої моделі проведено у програмі MathCAD 15.

**Ключові слова:** дворівневий автономний інвертор напруги, ключові транзистори, операторне зображення струму, фаза навантаження.

### Вступ

Часові залежності струмів і напруг у колах зі складними комутаціями обумовлені багатьма факторами. Головним з цих факторів є довільний порядок комутацій одночасно багатьох вимикачів та довільний час перебування кола в кожній окремій комутаційній конфігурації. Для опису та подальшого створення пристроїв зі складними комутаціями треба мати достатньо повну, гнучку і прийнятно просту математичну модель електричних процесів в топологічних елементах кола. У роботі запропоновано та обґрунтовано таку модель у вигляді сукупності операторних виразів для струмів і напруг статичного трифазного перетворювача частоти для частотно-керуваного асинхронного двигуна (ПЧ-АД). Сформовано та розв'язано систему операторних рівнянь відносно шуканих струмів і напруг, яка автоматично враховує поточну конфігурацію комутуючих перемикачів. Операторний опис пристрою забезпечує можливість гнучкої модифікації отриманих розрахункових співвідношень при відносно невеликих змінах в початковій схемі, а також забезпечує природний перехід до аналізу співвідношень між гармоніками процесів, що відбуваються у пристрої.

### Постановка проблеми і аналіз досліджень і публікацій

Автономні інвертори напруги, що виконані на транзисторних модулях IGBT чи приладах IGCT, знаходять широке застосування у електроенергетиці,

транспорті, комунальному господарстві. В науковій літературі велику увагу приділяють дослідженням різних алгоритмів керування інверторами. Робота [1] присвячена аналізу алгоритму стабілізації напруги в комірках модульного шестирівневого інвертора. Спосіб розрахунку параметрів синус-фільтра перетворювача частоти з урахуванням критерію обмеження пускового струму та широтно-імпульсної модуляції подано у роботі [2]. У роботі [3] розглянуто важливість побудови систем керування модульними багаторівневими інверторами, Показано, що системи керування інверторами, які побудовані на основі широтно-імпульсної та просторово-векторної модуляції, мають ряд недоліків, а існуючі алгоритми модуляції зумовлюють погіршення показників якості електричної енергії. В публікаціях [4–6] наведено дослідження з розробки активних випрямлячів, які дають змогу наблизити форму струмів до синусоїди і забезпечити роботу перетворювачів із заданим коефіцієнтом потужності. Вони можуть використовуватися як активні фільтри та пристрої симетрування трифазних мереж. Більш перспективними є багаторівневі перетворювачі частоти, які дають змогу значно покращити якість напруг та струмів на вході та виході інверторів, зменшити динамічні втрати енергії у вентилях, підвищити напругу та одиничну потужність пристроїв [7–9].

У той же час у частотно-керованих асинхронних двигунах знаходять широке застосування трифазні дворівневі автономні інвертори напруги, які порівняно з багаторівневими мають ряд недоліків, а саме, знижений ККД, меншу вихідну потужність та більший вміст вищих гармонік у навантаженні та мережі живлення.

Це потребує вирішення завдання їх подальшого дослідження з метою зниження рівня гармонік, підвищення ККД, а також забезпечення можливості довгострокового прогнозування надійності роботи в реальному масштабі часу.

**Мета та задачі дослідження**

Метою дослідження є моделювання електричних перехідних процесів у топологічних елементах кола трифазного дворівневого автономного інвертора напруги, що дасть змогу проводити аналіз динамічних режимів роботи пристроїв зі складними комутаціями.

Для досягнення вказаної мети слід було вирішити такі завдання:

- розробити математичну модель електричних перехідних процесів у трифазному дворівневному автономному інверторі напруги та його навантаженні;
- сформулювати та розв'язати систему операторних рівнянь відносно шуканих струмів і напруг, яка дозволить автоматично враховувати поточну конфігурацію комутуючих перемикачів;
- отримати розрахункові співвідношення запропонованої моделі та провести аналіз гармонічних процесів у пристрої.

**Основна частина**

Поставимо завдання розрахунку будь-якого струму та напруги у трифазному дворівневному автономному інверторі напруги та у його навантаженні (рис. 1).

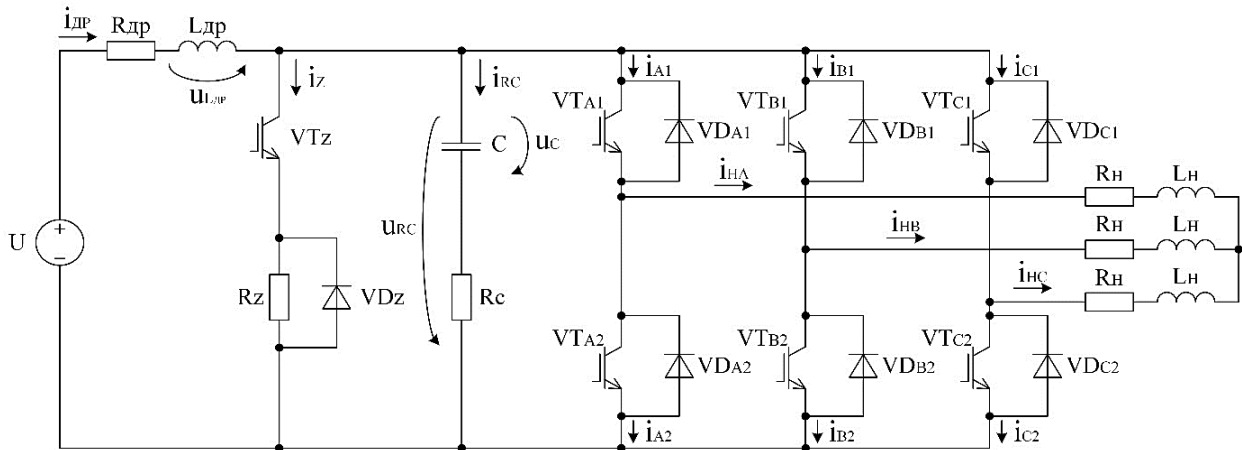


Рис. 1. Трифазний дворівневий автономний інвертор напруги

Ключі, що складаються з транзисторів і зворотних діодів  $VT_Z, VT_{A1}, \dots, VT_{C2}, VD_Z, VD_{A1}, \dots, VD_{C2}$  будемо вважати ідеальними (опір в замкненому положенні дорівнює нулю, в розімкненому він дорівнює нескінченності). Транзистори  $VT_{A1}, \dots, VT_{C2}$  вважатимемо також ідеально синхронізованими: коли верхній транзистор відкритий, нижній транзистор цієї фази закритий і навпаки. Опір діода  $VD_Z$  у зворотному вмиканні вважаємо нескінченним.

Інвертор живиться від джерела відомої постійної напруги  $U$  через згладжуючий дросель з індуктивністю  $L_{др}$  і активним опором  $R_{др}$ . Миттєве значення струму, що протікає через дросель, позначимо як  $i_{др}$ . Коло захисту від перенапруг містить, крім транзистора  $VT_Z$  і діода  $VD_Z$ , ще й резистор  $R_Z$ . Через це коло протікає струм  $i_Z$ . Схема також включає конденсатор  $C$  і резистор  $R_C$  кола випрямленої напруги інвертора;

струм через  $RC$ -коло позначено як  $i_{RC}$ . Навантаженням інвертора є три послідовні кола, утворені резисторами  $R_H$  та індуктивностями  $L_H$ ; ці кола з'єднані зіркою.

Через верхні транзисторні ключі протікають струми  $i_{A1}, i_{B1}, i_{C1}$ , через нижні – відповідно  $i_{A2}, i_{B2}, i_{C2}$ . Залежно від поточної комбінації замкнених та розімкнених ключів у фазах навантаження формуються різні величини струмів  $i_{HA}, i_{HB}$  та  $i_{HC}$ . Для приведення схеми, зображеної на рис. 1, до зручного для розрахунку струмів вигляду, виконаємо два перетворення:

- 1) заміною позначення ключових транзисторів  $VT_Z, VT_{A1}, VT_{B1}, VT_{C1}, VT_{A2}, VT_{B2}, VT_{C2}$  на позначення ідеальних ключів відповідно  $K_Z, K_A, K_B, K_C, (1 - K_A), (1 - K_B), (1 - K_C)$ . Ідентифікатори ключів служать одночасно і кодами стану кожного з них: верхні ключі замкнені при  $K_A=1, K_B=1, K_C=1$ , у цей же час

$(1 - K_A)=0$ ,  $(1 - K_B)=0$ ,  $(1 - K_C)=0$ , що означає розімкненість відповідних нижніх ключів;

2) замінивши напругу  $u_{RC}$  на колі  $CR_C$  на залежне джерело електрорушійної сили (ЕРС)  $e_{RC}$ , скористаємося відомим прийомом перенесення цього джерела до інших гілок схеми [10, 11]. У результаті вихідну схему, подану на рис. 1, можна фрагментувати на три залежні підсхеми, подані на рис. 2.

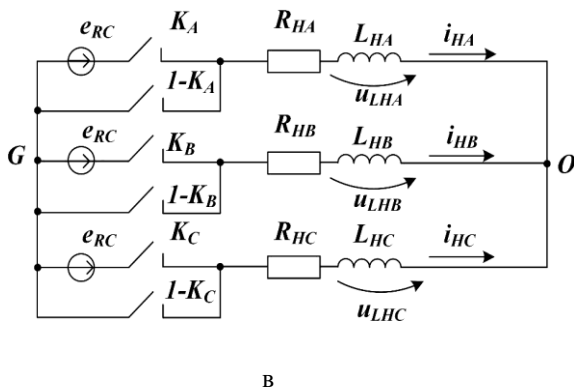
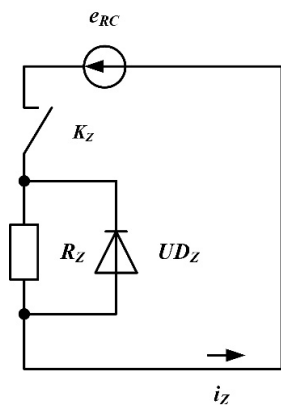
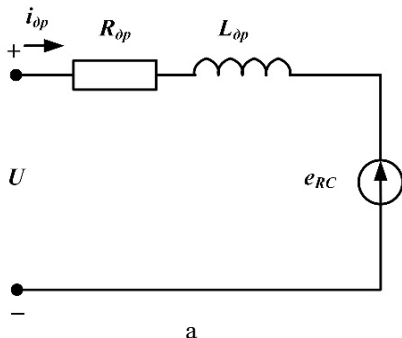


Рис. 2. Фрагменти залежних підсхем трифазного дворівневого автономного інвертора напруги

Тут  $e_{RC}$  є ЕРС, що залежить від струму  $i_{RC}$  згідно з рис. 1, як

$$e_{RC}(i_{RC}) = u_{RC} = u_C + i_{RC} \cdot R_C \quad (1)$$

Невідомими струмами є  $i_{dp}$ ,  $i_Z$ ,  $i_{RC}$ ,  $i_{HA}$ ,  $i_{HB}$  та  $i_{HC}$ . Їхні миттєві значення однозначно визначені законами Кірхгофа. Перше рівняння є сполучним між підсхемами:

$$i_{dp} = i_Z + i_{RC} + K_A \cdot i_{HA} + K_B \cdot i_{HB} + K_C \cdot i_{HC} \quad (2)$$

Друге рівняння зв'язує струми у вузлі 0:

$$i_{HA} + i_{HB} + i_{HC} = 0 \quad (3)$$

Для підсхеми а (рис. 2) згідно з другим законом Кірхгофа

$$U - e_{RC}(i_{RC}) = R_{dp} \cdot i_{dp} + u_{Ldp} \quad (4)$$

Для підсхеми б

$$e_{RC}(i_{RC}) = K_Z \cdot i_Z \cdot R_Z + (1 - K_Z) \cdot R_q \cdot i_Z \quad (5)$$

де  $R_q$  – опір ізоляції ключа  $K_Z$ .

Для замкненого контуру  $G - e_{RC} - R_{HA} - L_{HA} - L_{HB} - e_{RC}$  (рис. 2, в) справедлива рівність

$$e_{RC}(i_{RC}) \cdot K_A - e_{RC}(i_{RC}) \cdot K_B = i_{HA} R_{HA} + u_{LHA} - i_{HB} R_{HB} - u_{LHB} \quad (6)$$

Аналогічно для замкненого контуру

$G - e_{RC} - R_{HB} - L_{HB} - L_{HC} - e_{RC}$  маємо

$$e_{RC}(i_{RC}) \cdot K_B - e_{RC}(i_{RC}) \cdot K_C = i_{HB} R_{HB} + u_{LHB} - i_{HC} R_{HC} - u_{LHC} \quad (7)$$

Знаходження невідомих струмів безпосередньо з системи рівнянь (2) – (7) потребує громіздких перетворень з фізично непрозорими проміжними співвідношеннями. Утримання контролю над їх фізичним змістом можна забезпечити, здійснивши перехід від диференціальних рівнянь (2) – (7) до операторних рівнянь, у яких компоненти будуть функціями комплексної частоти  $p$  і, як наслідок, можна буде оцінювати спектральну структуру струмів і опорів.

Позначивши великими літерами операторні зображення струмів та використавши відомі [10, 11] операторні подання напруг на індуктивності та на конденсаторі, отримаємо такі операторні еквіваленти диференціальних рівнянь (2) – (7):

$$I_{\text{оп}}(p) = I_z(p) + I_{RC}(p) + K_A I_{HA}(p) + K_B I_{HB}(p) + K_C I_{HC}(p), \quad (8)$$

$$I_{HA}(p) + I_{HB}(p) + I_{HC}(p) = 0, \quad (9)$$

$$\frac{U}{p} - \frac{u_c(0+)}{p} - I_{RC}(p) \left( R_c + \frac{1}{pC} \right) = R_{\text{оп}} I_{\text{оп}}(p) + pL_{\text{оп}} \frac{dI_{\text{оп}}(p)}{dp} - L_{\text{оп}} i_{\text{оп}}(0+), \quad (10)$$

$$\frac{u_c(0+)}{p} + I_{RC}(p) \left( R_c + \frac{1}{pC} \right) = K_Z R_Z I_Z(p) + (1 - K_Z) R_q I_q(p), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} (K_A - K_B) \left[ \frac{u_c(0+)}{p} + I_{RC}(p) \left( R_c + \frac{1}{pC} \right) \right] &= I_{HA}(p) \cdot R_{HA} + pL_{HA} \cdot \frac{dI_{HA}(p)}{dp} - L_{HA} \cdot i_{HA}(0+) - \\ &- I_{HB}(p) \cdot R_{HB} - pL_{HB} \cdot \frac{dI_{HB}(p)}{dp} + L_{HB} \cdot i_{HB}(0+), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} (K_B - K_C) \left[ \frac{u_c(0+)}{p} + I_{RC}(p) \left( R_c + \frac{1}{pC} \right) \right] &= I_{HB}(p) \cdot R_{HB} + pL_{HB} \cdot \frac{dI_{HB}(p)}{dp} - L_{HB} \cdot i_{HB}(0+) - \\ &- I_{HC}(p) \cdot R_{HC} - pL_{HC} \cdot \frac{dI_{HC}(p)}{dp} + L_{HC} \cdot i_{HC}(0+), \end{aligned} \quad (13)$$

де струми і напруги, що мають аргументом величину  $t=0+$ , є миттєвими значеннями відповідних величин, що мають місце в момент встановлення поточної комбінації положень ключів  $K_A$ ,  $K_B$  і  $K_C$ .

Поставимо завдання первинного розрахунку струму  $I_{HA}(p)$ . Як проміжний етап зведемо систему рівнянь (8) – (13) до трьох рівнянь щодо струмів фаз навантаження. Виразимо з (10) струм конденсатора:

$$I_{RC}(p) = \frac{\frac{U}{p} - \frac{u_c(0+)}{p} - I_{RC}(p) \cdot \left( R_c + \frac{1}{pC} \right) + L_{\text{оп}} \cdot \frac{dI_{\text{оп}}(p)}{dp}}{R_{\text{оп}} + pL_{\text{оп}}}. \quad (14)$$

З (11) знаходимо струм кола захисту:

$$I_z(p) = \frac{\frac{u_c(0+)}{p} - I_{RC}(p) \cdot \left( R_c + \frac{1}{pC} \right)}{K_Z \cdot R_Z + (1 - K_Z) R_q}. \quad (15)$$

Підстановка рівностей (14) і (15) у рівняння (8) дає подання  $I_{RC}(p)$  через струми фаз навантаження:

$$\begin{aligned} I_{RC}(p) &= \frac{\frac{U}{p \cdot Z(p)} - u_c(0+) \left[ \frac{1}{pB} + \frac{1}{p \cdot Z(p)} \right]}{D(p)} - \\ &- \frac{L_{\text{оп}} \cdot \frac{dI_{\text{оп}}(p)}{dp} - K_A \cdot I_{HA}(p) - K_B \cdot I_{HB}(p) - K_C \cdot I_{HC}(p)}{D(p)}, \end{aligned} \quad (16)$$

де

$$Z_{\text{оп}}(p) = R_{\text{оп}} + pL_{\text{оп}}, \quad (17)$$

$$B = K_Z \cdot R_Z + (1 - K_Z) R_q, \quad (18)$$

$$D(p) = \left( R_c + \frac{1}{pC} \right) \cdot \left[ \frac{1}{B} + \frac{1}{Z_{\text{оп}}(p)} \right] + 1. \quad (19)$$

Підстановка виразу (16) у рівняння (12) і (13) усуває з розрахункових співвідношень всі струми, крім струмів навантаження:

$$\begin{aligned} & \left( K_A - K_B \right) \cdot \frac{u_c(0+)}{p} + \left( K_A - K_B \right) \cdot \left[ R_c + \frac{1}{pC} \right] \times \\ & \times \left[ Q(p) - \frac{\frac{L_{op} \cdot i_{op}(0+)}{Z_{op}(p)} + K_A \cdot I_{HA}(p) + K_B \cdot I_{HB}(p) + K_C \cdot I_{HC}(p)}{D(p)} \right] = \\ & = I_{HA}(p) \cdot (R_{HA} + pL_{HA}) - L_{HA} \cdot i_{HA}(0+) - I_{HB}(p) \cdot (R_{HB} + pL_{HB}) + L_{HB} \cdot i_{HB}(0+), \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} & \left( K_B - K_C \right) \cdot \frac{u_c(0+)}{p} + \left( K_B - K_C \right) \cdot \left[ R_c + \frac{1}{pC} \right] \times \\ & \times \left[ Q(p) - \frac{\frac{L_{op} \cdot i_{op}(0+)}{Z_{op}(p)} + K_A \cdot I_{HA}(p) + K_B \cdot I_{HB}(p) + K_C \cdot I_{HC}(p)}{D(p)} \right] = \\ & = I_{HB}(p) \cdot (R_{HB} + pL_{HB}) - L_{HB} \cdot i_{HB}(0+) - I_{HC}(p) \cdot (R_{HC} + pL_{HC}) + L_{HC} \cdot i_{HC}(0+), \end{aligned} \quad (21)$$

$$Q(p) = \frac{U}{p \cdot Z_{op}(p) \cdot D(p)} - \frac{u(0+) \cdot \left[ \frac{1}{pB} + \frac{1}{pZ_{op}(p)} \right]}{D(p)}. \quad (22)$$

Разом з рівнянням (9) рівняння (20) та (21) дають систему рівнянь для струмів фаз навантаження. Виразимо з (9)  $I_{HB}(p) = -I_{HA}(p) - I_{HC}(p)$  і підставимо  $I_{HB}(p)$  у (20) та (21). Після приведення подібних отримаємо, що

$$\begin{aligned} & \left( K_A - K_B \right) \cdot \frac{u_c(0+)}{p} + \left( K_A - K_B \right) \cdot Z_{RC}(p) \times \\ & \times \left[ Q(p) - \frac{I_{HA}(p) \cdot (K_A - K_B) + I_{HC}(p) (K_C - K_B) + \frac{L_{op} \cdot i_{op}(0+)}{Z_{op}(p)}}{D(p)} \right] = \\ & = I_A(p) \cdot [Z_{HA}(p) + Z_{HB}(p)] + I_{HC}(p) \cdot Z_{HB}(p) - L_{HA} \cdot i_{HA}(0+) + L_{HB} \cdot i_{HB}(0+), \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & \left( K_B - K_C \right) \cdot \frac{u_c(0+)}{p} + \left( K_B - K_C \right) \cdot Z_{RC}(p) \times \\ & \times \left[ Q(p) - \frac{I_{HA}(p) \cdot (K_A - K_B) + I_{HC}(p) (K_C - K_B) + \frac{L_{op} \cdot i_{op}(0+)}{Z_{op}(p)}}{D(p)} \right] = \\ & = -I_{HA}(p) \cdot Z_{HB}(p) - I_{HC}(p) [Z_{HB}(p) + Z_{HC}(p)] - L_{HB} \cdot i_{HB}(0+) + L_{HC} \cdot i_{HC}(0+), \end{aligned} \quad (24)$$

де

$$\left. \begin{aligned} Z(p) &= R + \frac{1}{pL}, \\ Z_{RC}^{RC}(p) &= R^C + pL^C, \\ Z_{HA}^{HA}(p) &= R^{HA} + pL^{HA}, \\ Z_{HC}^{HB}(p) &= R_{HC}^{HB} + pL_{HC}^{HB}. \end{aligned} \right\}$$

Виразимо  $I_{HC}(p)$  з рівняння (24) через  $I_{HA}(p)$ :

$$I_{HC}(p) = I_{HA}(p) \cdot \frac{(K_A - K_B)(K_B - K_C) \frac{Z_{RC}(p)}{D(p)} - Z_{HB}(p)}{(K_B - K_C)^2 \cdot \frac{Z_{RC}(p)}{D(p)} + Z_{HB}(p) + Z_{HC}(p)} - \frac{(K_B - K_C) \left[ \frac{u_C(0+)}{p} + Z_{RC}(p) \cdot Q(p) \right] + L_{HB} i_{HB}(0+)}{(K_B - K_C)^2 \cdot \frac{Z_{RC}(p)}{D(p)} + Z_{HB}(p) + Z_{HC}(p)} - \frac{L_{HC} i_{HC}(0+) - \frac{(K_B - K_C) Z_{RC}(p) L_{op} i_{op}(0+)}{Z_{op}(p) \cdot D(p)}}{(K_B - K_C)^2 \cdot \frac{Z_{RC}(p)}{D(p)} + Z_{HB}(p) + Z_{HC}(p)}. \quad (25)$$

Введемо скорочені позначення

$$M(p) = \frac{(K_A - K_B)(K_B - K_C) \frac{Z_{RC}(p)}{D(p)} - Z_{HB}(p)}{(K_B - K_C) \cdot \frac{Z_{RC}(p)}{D(p)} + Z_{HB}(p) + Z_{HC}(p)}. \quad (27)$$

$$N(p) = \frac{(K_B - K_C) \left[ \frac{u_C(0+)}{p} + Z_{RC}(p) \cdot Q(p) \right] + L_{HB} i_{HB}(0+)}{(K_B - K_C)^2 \cdot \frac{Z_{RC}(p)}{D(p)} + Z_{HB}(p) + Z_{HC}(p)} - \frac{L_{HC} i_{HC}(0+) - \frac{(K_B - K_C) Z_{RC}(p) L_{op} i_{op}(0+)}{Z_{op}(p) \cdot D(p)}}{(K_B - K_C)^2 \cdot \frac{Z_{RC}(p)}{D(p)} + Z_{HB}(p) + Z_{HC}(p)}, \quad (28)$$

внаслідок чого можна коротко записати, що

$$I_C(p) = I_A(p) \cdot M(p) - N(p). \quad (29)$$

Позначимо знаменник

$$Y = \frac{(K_A - K_B)^2 \cdot Z_{RC}(p)}{D(p)} - \frac{(K_A - K_B) \cdot (K_B - K_C) Z_{RC}(p) M(p)}{D(p)} + Z_{HA}(p) + Z_{HB}(p) [1 + M(p)].$$

Підстановка останньої рівності рівняння (23) дає можливість визначити струм навантаження фази А:

$$I_{HA}(p) = \frac{(K_A - K_B) \cdot \frac{u_C(0+)}{p} + (K_A - K_B) \cdot Z_{RC}(p) \cdot Q(p)}{Y} + \frac{\frac{(K_A - K_B) \cdot (K_B - K_C) \cdot Z_{RC}(p) \cdot N(p)}{D(p)} + \frac{(K_A - K_B) \cdot Z_{RC}(p) \cdot L_{op} i_{op}(0+)}{D(p) Z_{op}(p)}}{Y} + \frac{N(p) Z_{HB}(p) + L_{HA} i_{HA}(0+) - L_{HB} i_{HB}(0+)}{Y}. \quad (30)$$

Струм фази С навантаження знаходимо, підставивши розв'язок (30) у співвідношення (29), а струм фази В навантаження знаходимо за першим законом Кірхгофа

$$I_B(p) = -I_A(p) - I_C(p). \quad (31)$$

Інші струми знаходяться з урахуванням поточної комбінації ключів  $K_A$ ,  $K_B$  і  $K_C$ . Результати математичного моделювання у програмі MathCAD 15 роботи ПЧ-АД, а саме струмів та їхнього спектрального складу при симетричному навантаженні наведено на рис. 3 та 4.

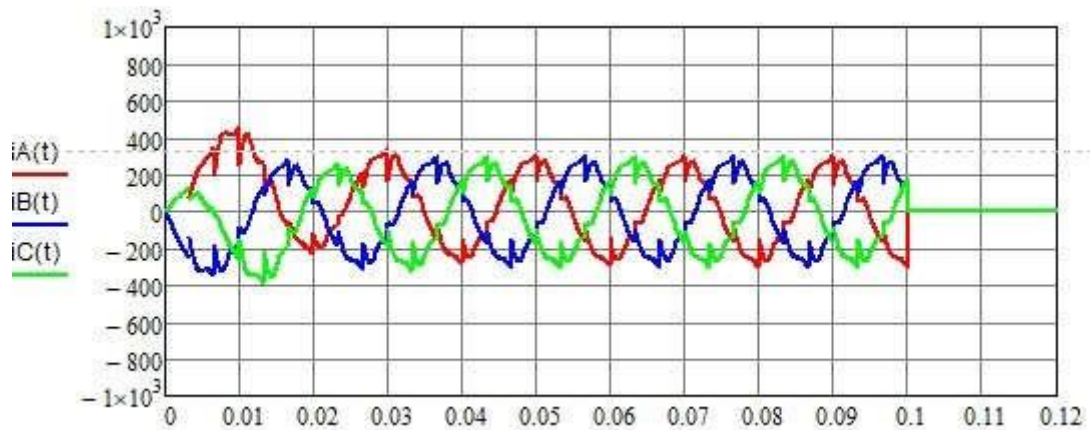


Рис. 3. Струми ПЧ-АД при симетричному навантаженні

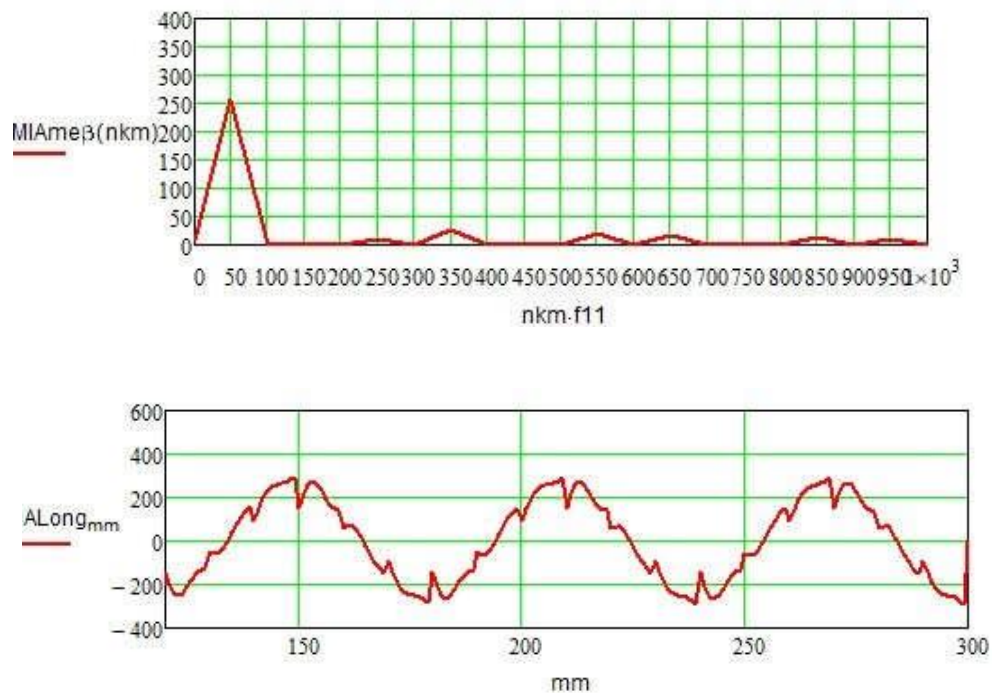


Рис. 4. Спектральний склад струму ПЧ-АД при симетричному навантаженні:  
 $MIАme\beta(nkm)$  – комплексна амплітуда гармоніки;  
 $nkm.f11$  – номер гармоніки струму

Результати математичного моделювання у програмі MathCAD 15 роботи ПЧ-АД, а саме струмів та їхнього спектрального складу при аварійному режимі роботи (обрив фази В) наведено на рис. 5. та 6.

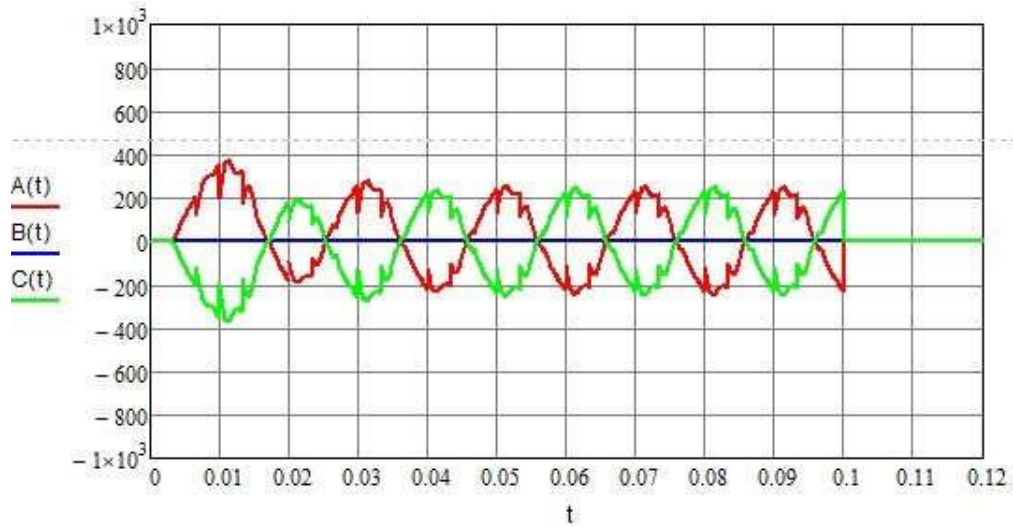


Рис. 5. Струми ПЧ-АД при обриві фази В

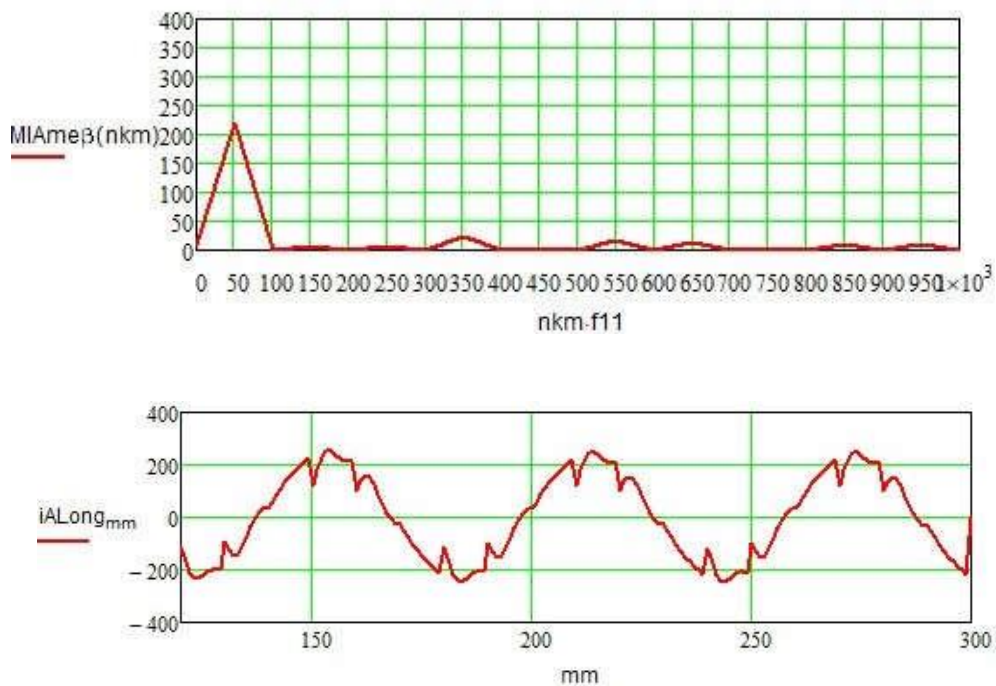


Рис. 6. Спектральний склад струму ПЧ-АД при обриві фази В:  
 $MI_{Ame\beta}(nkm)$  – комплексна амплітуда гармоніки;  
 $nkm.f11$  – номер гармоніки струму

Результати моделювання показують наявність змін у спектральному складі струмів статора при пошкодженні обмоток, що дозволить у подальшому створювати бази даних їхнього технічного стану залежно від виду пошкоджень.

У дворівневому інверторі (рис. 1 та 2) завжди або  $K_A - K_B = 1$ , або  $K_B - K_C = 1$ . Відповідно струм  $I_{RC}(p)$  знаходимо або з (12), або з (13), щоб уникнути поділу на нуль:



$$I_{RC}(p) = \frac{I_{HA}(p) \cdot Z_{HA}(p) - I_{HB}(p) \cdot Z_{HB}(p)}{(K_A - K_B) \cdot Z_{RC}(p)} - \frac{L_{HA} \cdot i_{HA}(0+) + L_{HB} \cdot i_{HB}(0+) - (K_A - K_B) \cdot \frac{u_c(0+)}{p}}{(K_A - K_B) \cdot Z_{RC}(p)} \quad (32)$$

або

$$I_{RC}(p) = \frac{I_{HB}(p) \cdot Z_{HB}(p) - I_{HC}(p) \cdot Z_{HC}(p)}{(K_B - K_C) \cdot Z_{RC}(p)} - \frac{L_{HB} \cdot i_{HB}(0+) + L_{HC} \cdot i_{HC}(0+) - (K_B - K_C) \cdot \frac{u_c(0+)}{p}}{(K_B - K_C) \cdot Z_{RC}(p)} \quad (33)$$

Знання  $I_{RC}(p)$  дозволяє знайти зображення напруги на RC-колі (рис. 7):

$$U_{RC}(p) = I_{RC}(p) \cdot Z_{RC}(p) + \frac{u_c(0+)}{p} \quad (34)$$

Відповідно до схеми, поданої на рис. 2, б маємо

$$I_Z(p) = \frac{U_{RC}(p)}{K_Z \cdot R_Z + (1 - K_Z) \cdot R_q} \quad (35)$$

Операторне зображення струму дроселя може бути отримано шляхом підстановки знайдених операторних зображень решти всіх струмів у вираз (8). За відносно невеликих змін у вихідній схемі, поданій на рис. 1, отримані розрахункові співвідношення можуть бути модифіковані нескладним та прозорим для опису способом.

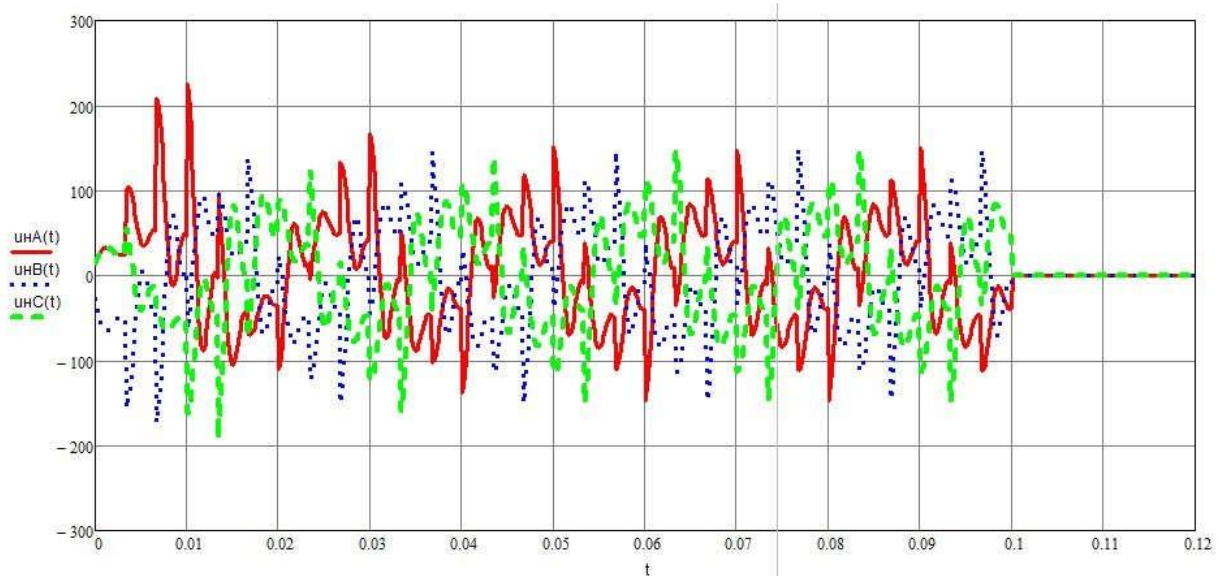


Рис. 7. Фазні напруги ПЧ-АД при симетричному навантаженні

### Висновки

У ході вирішення проблеми моніторингу та довгострокового прогнозування якості роботи тягових двигунів локомотивів розроблено математичну модель електричних перехідних процесів у трифазному дворівневому автономному інверторі напруги та його навантаженні, яка дозволила виявити вплив технічного стану обмоток статора АД на спектральний склад струму ПЧ-АД.

Запропонована система операторних рівнянь відносно шуканих струмів і напруг дає змогу

автоматично враховувати поточну конфігурацію комутуючих перемикачів.

Розроблена математична модель чітко визначає сукупність параметрів, які підлягають числовому оцінюванню. За відносно невеликих змін у вихідній схемі ПЧ-АД отримані розрахункові співвідношення можуть бути модифіковані до багаторівневих перетворювачів частоти нескладним та прозорим для опису способом.

## Список використаних джерел

1. Plakhtii O., Nerubatskyi V., Karpenko N., Ananieva O., Khoruzhevskiy H., Kavun V. Studying a voltage stabilization algorithm in the cells of a modular six level inverter. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. № 6, Issue 8 (102). P. 19–27. DOI: 10.15587/1729-4061.2019.185404.
2. Nerubatskyi V., Plakhtii O., Hordiienko D., Mykhalkiv S., Ravlyuk V. A method for calculating the parameters of the sine filter of the frequency converter, taking into account the criterion of starting current limitation and pulse-width modulation frequency. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2021. Vol. 1, No. 8 (109). P. 6–16. DOI: 10.15587/1729-4061.2021.225327.
3. Martinez-Rodrigo F., Ramirez D., Rey-Boue A., de Pablo S., Herrero-de Lucas L. Modular Multilevel Converters: Control and Applications. *Energies*. 2017. No. 10 (11): 1709. 26 p. DOI: 10.3390/en10111709.
4. Plakhtii O., Nerubatskyi V., Mashura A., Hordiienko D., Khoruzhevskiy H. Improving energy indicators of the charging station for electric vehicles based on a three-level active rectifier. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2020. Vol. 3, No. 8 (105). P. 46–55.
5. Katic Vladimir, Raca Dejan, Hajder Milan. An Analysis Of Voltage Sags Ride-Through Methods For Modern AC Drives. *EPE-PEMC 2002*, Cavtat & Dubrovnik, Croatia.
6. Buja G., Castellán S. Active filter for high-power medium-voltage diode rectifiers. *EPE-PEMC 2003*, Toulouse, Fr.
7. Plakhtii O., Nerubatskyi V., Sushko D., Hordiienko D., Khoruzhevskiy H. Improving the harmonic composition of output voltage in multilevel inverters under an optimum mode of amplitude modulation. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2020. Vol. 2, No. 8 (104). P. 17–24. DOI: 10.15587/1729-4061.2020.200021.
8. Buja G., Castellán S., Szabo D. A novel control technique for multilevel converters with limited output voltage range. *EPE-PEMC 2002*, Cavtat & Dubrovnik, Croatia.
9. Mendes M.S., Seixas P.F., Andrade B.G. Asymmetric Space Vector PWM for the ThreeLevel Flying-Capacitor Inverter. *EPE-PEMC 2003*, Toulouse, Fr.
10. Теорія електричних і магнітних кіл / С. В. Панченко, О. М. Ананьєва, М. М. Бабаєв, В. С. Блиндюк, М. Г. Давиденко, Н. П. Карпенко. Харків: УкрДУЗТ, 2020. 246 с.
11. Кудря Є. А., Спінул Л. Ю. Теоретичні основи електротехніки: конспект лекцій / за ред. А. А. Щерби. Київ: НТУУ «КПІ», 2012. 150 с. URL: [https://toe.fea.kpi.ua/download/lecture\\_notes/toe-1.pdf](https://toe.fea.kpi.ua/download/lecture_notes/toe-1.pdf).

**Ananieva O., Babaiev M., Davidenko M., Panchenko V. Modeling of electromagnetic transients in frequency-controlled induction motor.**

**Abstract.** The time dependences of currents and voltages in circuits with complex switching of three-phase frequency converters with pulse-width modulation for

traction rolling stock of railway transport are due to many factors. The main of these factors is the arbitrary order of switching of many switches at the same time and the arbitrary time of the circuit in each individual switching configuration. To describe and further create devices with complex switching, it is necessary to have a sufficiently complete, flexible and acceptably simple mathematical model of electrical processes in the topological elements of the circuit. A mathematical model of electrical processes in the topological elements of a circuit in each separate switching configuration of a controlled induction motor and a static frequency converter of traction rolling stock of railway transport is proposed and substantiated. In the form of a set of operator expressions for currents and voltages of a static three-phase frequency converter for a frequency-controlled induction motor. A system of operator equations for the required currents and voltages has been formed and solved, which automatically takes into account the current configuration of switching switches. The operator description of the device provides the possibility of flexible modification of the obtained calculated ratios with relatively small changes in the initial scheme, and also provides a natural transition to the analysis of the relationships between the harmonics of the processes in the device. Relevant calculations of the proposed model were performed in MathCAD 15.

**Keywords:** two-level stand-alone voltage inverter, key transistors, current operator image, load phase.

Надійшла 28.05.2022 р.

**Ананьєва Ольга Михайлівна**, д.т.н., професорка, кафедра автоматики та комп'ютерного телекерування рухом поїздів, Український державний університет залізничного транспорту, м. Харків, Україна. E-mail: [romashka13052015@gmail.com](mailto:romashka13052015@gmail.com) ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-6686-8249>

**Бабаєв Михайло Михайлович**, д.т.н., професор, завідувач кафедри, кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Український державний університет залізничного транспорту, м. Харків, Україна. E-mail: [mmbxii@gmail.com](mailto:mmbxii@gmail.com) ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-3553-8786>

**Давиденко Михайло Георгійович**, к.т.н., доцент, кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Український державний університет залізничного транспорту, м. Харків, Україна. E-mail: [davdenk@kart.edu.ua](mailto:davdenk@kart.edu.ua) ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7255-3059>

**Панченко Владислав Вадимович**, к.т.н., доцент, кафедра електроенергетики, електротехніки та електромеханіки, Український державний університет залізничного транспорту, м. Харків, Україна. E-mail: [vlad\\_panchenko@ukr.net](mailto:vlad_panchenko@ukr.net) ID ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-4822-7151>

**Olha Ananieva**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of automation and computer telecontrol train traffic, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine.

E-mail: [romashka13052015@gmail.com](mailto:romashka13052015@gmail.com) ID ORCID:  
<http://orcid.org/0000-0001-6686-8249>

**Mykhailo Babaiev**, Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of electroenergy, electrical equipment and electromechanics, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine. E-mail:

[mmbxiit@gmail.com](mailto:mmbxiit@gmail.com) ID ORCID:  
<http://orcid.org/0000-0003-3553-8786>

**Mykhailo Davidenko**, PhD, Associate Professor, Department of of electroenergy, electrical equipment and electromechanics, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine.

E-mail: [davdenk@kart.edu.ua](mailto:davdenk@kart.edu.ua) ID ORCID:  
<http://orcid.org/0000-0001-7255-3059>

**Vladyslav Panchenko**, PhD, Associate Professor, Department of of electroenergy, electrical equipment and electromechanics, Ukrainian State University of Railway Transport, Kharkiv, Ukraine.

E-mail: [vlad\\_panchenko@ukr.net](mailto:vlad_panchenko@ukr.net) ID ORCID:  
<https://orcid.org/0000-0003-4822-7151>