

УДК 681.3

DOI: <http://doi.org/10.20535/2219-3804202019194307>**Козир О. В.¹, асистент, Туз Ю. М.², професор, д.т.н.****Дослідження моделей перехідної характеристики термопар****En**

The article presents models of the transient response of a thermocouple for a different number of time constants. Identification of the dynamic characteristics of thermocouples is an important component of dynamic measurements. Dynamic characteristics are used to estimate dynamic errors of thermocouple and to recover instantaneous temperature values from dynamic measurement results. The most suitable for practical implementation is to determine the transient response of the thermocouple. There are several ways to create fast temperature change on a sensitive element of a thermocouple. Obtained transient response of the thermocouple should be approximated by the model that most accurately describes the dynamic properties of the thermocouple. It is extremely important to choose very flexible model that can be suit to a specific thermocouple. The entire class of models should be specified.

The simplest class of models for transient response approximation is linear model. Polynomials have been widely used in the problems of interpolation and approximation of empirical data. However, the intuitive approach to the choice of polynomial degree and the presence of boundary condition errors limits the use of polynomials as a model for approximation. Also, the polynomial model does not fully reflect the dynamic properties of the thermocouple, which are due to its thermal inertia and the presence of different heat exchange paths of the thermocouple design elements and the environment.

The transient response is described by the sum of exponents. The number of time constants is taken from one to six. The resulting models depend only on the time constants and do not depend on the coefficients at the exponents. This reduces the dimension of the search space of the objective function in approximation problems. In turn, this leads to an increase in the accuracy of determining time constants. The article considers the influence of time constant value separation of transient characteristic on the values of the coefficients at the exponents.

Ru

В статье приведены модели переходной характеристики термопары для разного количества постоянных времени. Переходная характеристика описывается суммой экспонент. Количество постоянных времени взята от одного до шести. Полученные модели зависят только от постоянных времени и не зависят от коэффициентов при экспоненте. Это в два раза уменьшает размерность пространства поиска экстремума целевой функции в задачах аппроксимации. В свою очередь, это приводит к повышению точности определения постоянных времени. В статье рассмотрено влияние разнесения значений постоянных времени переходной характеристики на значения коэффициентов при экспонентах.

¹ КПП ім. Ігоря Сікорського² КПП ім. Ігоря Сікорського

Вступ

Ідентифікація динамічних характеристик термопар є важливою складовою динамічних вимірювань. Динамічні характеристики використовують для оцінювання динамічної похибки термопар та відновлення миттєвих значень температури за результатами вимірювання у динамічному режимі. Найбільш придатною для практичної реалізації є визначення перехідної характеристики термопари. Створити ступінчасту зміну температури на чутливому елементі термопари можна декількома способами (механічним переміщенням між середовищами із різною температурою, використанням електричного струму для внутрішнього розігріву [1]). Отриману перехідну характеристику термопари потрібно апроксимувати моделлю, яка найточніше описує динамічні властивості термопари. Надзвичайно важливо підібрати таку модель, щоб можна було її модифікувати під термопару конкретного типу та конструкції. Тобто, потрібно визначити цілий клас моделей.

Аналіз проблеми

Широкий вибір аналітичних функцій дозволяє підібрати модель, яка найкращим чином задовольнить задані критерії якості. Із одного боку, дана модель повинна мати гнучку структуру для отримання результату вимірювання із заданим ступенем точності. Із іншого боку, модель не повинна бути занадто складною для розрахунків та включати прості операції для зменшення похибки числових розрахунків.

Найпростіший клас моделей для апроксимації перехідної характеристики становлять лінійні за параметрами моделі. Поліноми різного ступені знайшли широке застосування у задачах інтерполяції та апроксимації різних емпіричних даних [2]. Проте, інтуїтивний підхід до вибору ступеня поліному та наявність похибок, які пов'язані із граничними умовами, обмежує застосування поліномів у якості моделі перехідної характеристики. Також, поліноміальна модель не відображає у повній мірі динамічні властивості термопари, які зумовлені її тепловою інерційністю та наявністю різних шляхів теплообміну елементів конструкції термопари та навколишнього середовища.

Найкращою моделлю є така, що «природнім» способом відображає динамічні властивості термопари. Динамічні властивості термопари можна описати звичайним диференціальним рівнянням n -го степеня [3]. Перехідна характеристика такої динамічної моделі являє собою експоненційний ряд. Актуальним завданням є вибір кількості членів та виду коефіцієнтів цього ряду.

Постановка задачі

Метою даної статті є отримання моделей перехідної характеристики термопар та дослідження залежності значень коефіцієнтів цих моделей від рознесення значень постійних часу перехідної характеристики.

Вибір моделі перехідної характеристики термопар

Динамічні вимірювання температури пов'язані із використанням термопар у динамічному режимі. У цьому режимі потрібно враховувати зміну у часі термо-ЕРС термопар. Динамічні характеристики описують реакцію термопар на вхідний змінний сигнал. Як вже зазначалось, перехідну характеристику такої системи можна описати експоненціальним рядом:

$$h(t) = 1 + k_1 e^{-\frac{t}{\tau_1}} + k_2 e^{-\frac{t}{\tau_2}} + \dots,$$

де k_1, k_2, \dots – коефіцієнти моделі; τ_1, τ_2, \dots – постійні часу термопар. Дану модель можна напряму використовувати для апроксимації перехідної характеристики. Проте, із збільшенням кількості членів ряду, в два рази збільшується кількість невідомих які потрібно визначити, що в свою чергу, ускладнює процес сходження алгоритму апроксимації. Тому, потрібно якимось чином зменшити кількість невідомих.

У якості динамічної моделі термопар приймемо аперіодичну ланку n -го порядку. Диференціальне рівняння перехідної характеристики термопар має наступний вигляд:

$$\tau_n \frac{d^n u(t)}{dt^n} + \dots + \tau_2 \frac{d^2 u(t)}{dt^2} + \tau_1 \frac{du(t)}{dt} + u(t) = 1.$$

В операторній формі дане рівняння, за нульових початкових умов, може бути записане наступним чином:

$$\tau_n s^n U(s) + \dots + \tau_2 s^2 U(s) + \tau_1 s U(s) + U(s) = \frac{1}{s}.$$

Перетворимо дане рівняння відносно вихідного сигналу $U(s)$:

$$U(s) = \frac{1}{s(\tau_n s^n + \tau_{(n-1)} s^{(n-1)} + \tau_1 s + 1)}.$$

У випадку термопар, дане рівняння має тільки дійсні корені, тому перехідну характеристику термопар можна записати у наступному вигляді:

$$H(s) = \frac{1}{s(\tau_n s + 1)(\tau_{n-1} s + 1) \cdots (\tau_1 s + 1)}.$$

Для зручності були виконані заміни $a = \frac{1}{\tau_1}$, $b = \frac{1}{\tau_2}$, Надалі, називатимемо параметри a, b, \dots , постійними часу. У результаті отримаємо рівняння перехідної характеристики в операторній формі:

$$H(s) = \frac{a \cdot b \cdot c \cdots}{s(s+a)(s+b)(s+c) \cdots}.$$

Використовуючи метод аналітичних розрахунків [4] були отримані оригінали та образи перехідних характеристик для моделей із кількістю сталих часу від двох до шести (табл. 1).

Таблиця 1.

Моделі перехідної характеристики термопари

$\mathcal{L}_s^{(-1)}$ (часова форма)	\mathcal{L}_s (операторна форма)
$h(t) = 1 - e^{-at}$	$H(s) = \frac{a}{s(s+a)}$
$h(t) = 1 + \frac{be^{-at}}{a-b} + \frac{ae^{-bt}}{b-a}$	$H(s) = \frac{a \cdot b}{s(s+a)(s+b)}$
$h(t) = 1 - \frac{b \cdot c \cdot e^{-at}}{(a-b)(a-c)} - \frac{a \cdot c \cdot e^{-bt}}{(b-a)(b-c)} - \frac{a \cdot b \cdot e^{-ct}}{(c-a)(c-b)}$	$H(s) = \frac{a \cdot b \cdot c}{s(s+a)(s+b)(s+c)}$
$h(t) = 1 + \frac{b \cdot c \cdot d \cdot e^{-at}}{(a-b)(a-c)(a-d)} + \frac{a \cdot c \cdot d \cdot e^{-bt}}{(b-a)(b-c)(b-d)} + \frac{a \cdot b \cdot d \cdot e^{-ct}}{(c-a)(c-b)(c-d)} + \frac{a \cdot b \cdot c \cdot e^{-dt}}{(d-a)(d-b)(d-c)}$	$H(s) = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d}{s(s+a)(s+b)(s+c)(s+d)}$

Розділ 1. Інформаційні системи

$h(t) = 1 - \frac{b \cdot c \cdot d \cdot f \cdot e^{-at}}{(a-b)(a-c)(a-d)(a-f)} -$ $\frac{a \cdot c \cdot d \cdot f \cdot e^{-bt}}{(b-a)(b-c)(b-d)(b-f)} -$ $\frac{a \cdot b \cdot d \cdot f \cdot e^{-ct}}{(c-a)(c-b)(c-d)(c-f)} -$ $\frac{a \cdot b \cdot c \cdot f \cdot e^{-dt}}{(d-a)(d-b)(d-c)(d-f)} -$ $\frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot e^{-ft}}{(f-a)(f-b)(f-c)(f-d)}$	$H(s) = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot f}{s(s+a)(s+b)(s+c)(s+d)(s+f)}$
$h(t) = 1 + \frac{b \cdot c \cdot d \cdot f \cdot g \cdot e^{-at}}{(a-b)(a-c)(a-d)(a-f)(a-g)} +$ $+ \frac{a \cdot c \cdot d \cdot f \cdot g \cdot e^{-bt}}{(b-a)(b-c)(b-d)(b-f)(b-g)} +$ $+ \frac{a \cdot b \cdot d \cdot f \cdot g \cdot e^{-ct}}{(c-a)(c-b)(c-d)(c-f)(c-g)} +$ $+ \frac{a \cdot b \cdot c \cdot f \cdot g \cdot e^{-dt}}{(d-a)(d-b)(d-c)(d-f)(d-g)} +$ $+ \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot g \cdot e^{-ft}}{(f-a)(f-b)(f-c)(f-d)(f-g)} +$ $+ \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot f \cdot e^{-gt}}{(g-a)(g-b)(g-c)(g-d)(g-f)}$	$H(s) =$ $= \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot f \cdot g}{s(s+a)(s+b)(s+c)(s+d)(s+f)(s+g)}$
$h(t) = 1 + \frac{b \cdot c \cdot d \cdot f \cdot g \cdot e^{-at}}{(a-b)(a-c)(a-d)(a-f)(a-g)} +$ $+ \frac{a \cdot c \cdot d \cdot f \cdot g \cdot e^{-bt}}{(b-a)(b-c)(b-d)(b-f)(b-g)} +$ $+ \frac{a \cdot b \cdot d \cdot f \cdot g \cdot e^{-ct}}{(c-a)(c-b)(c-d)(c-f)(c-g)} +$ $+ \frac{a \cdot b \cdot c \cdot f \cdot g \cdot e^{-dt}}{(d-a)(d-b)(d-c)(d-f)(d-g)} +$ $+ \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot g \cdot e^{-ft}}{(f-a)(f-b)(f-c)(f-d)(f-g)} +$ $+ \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot f \cdot e^{-gt}}{(g-a)(g-b)(g-c)(g-d)(g-f)}$	$H(s) =$ $= \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot f \cdot g}{s(s+a)(s+b)(s+c)(s+d)(s+f)(s+g)}$

Рівняння із табл. 1 зручно напряму використовувати в операціях апроксимації перехідної характеристики термопари, оскільки у більшості довідників оригінали та образи представлені тільки для рівнянь першого ступеня.

У наступному пункті розглянуто вплив рознесеності постійних часу термопари на значущість коефіцієнтів попереду експонент.

Дослідження впливу рознесення значень постійних часу перехідної характеристики на значення коефіцієнтів попереду експонент

Дослідження моделі перехідної характеристики із однією постійною часу не проводилось, бо дана модель не має коефіцієнту попереду експоненти. Тому, дослідження проводились починаючи із двох постійних часу.

Досліджувались наступні відношення коефіцієнти моделей між собою: [2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10]. Значення першої постійної часу дорівнює 1. У табл. 2 наведено значення постійних часу для різних значень відношень між ними.

Таблиця 2.

Значення постійних часу перехідної характеристики

Відношення	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>f</i>	<i>g</i>
2	1	2	4	8	16	32
3	1	3	9	27	81	2.4e+02
4	1	4	16	64	2,6e+02	1e+03
5	1	5	25	1,2e+02	6,2e+02	3,1e+03
6	1	6	36	2,2e+02	1,3e+03	7,8e+03
7	1	7	49	3,4e+02	2,4e+03	1,7e+04
8	1	8	64	5,1e+02	4,1e+03	3,3e+04
9	1	9	81	7,3e+02	6,6e+03	5,9e+04
10	1	10	1e+02	1e+03	1e+04	1e+05

Перехідна характеристика з двома постійними часу $h(t, a, b)$:

Коефіцієнти при експонентах моделі перехідної функції, із двома постійними часу, описуються наступними рівняннями:

$$h(t) = 1 + k_1 e^{-at} + k_2 e^{-bt},$$

$$k_1 = \frac{b}{a-b}, \quad k_2 = \frac{a}{b-a}. \quad (1)$$

Залежність значень коефіцієнтів моделі представлена на рис. 1.

Розділ 1. Інформаційні системи

Перехідна характеристика із трьома постійними часу $h(t, a, b, c)$:

Коефіцієнти при експонентах моделі перехідної функції, з трьома постійними часу, описуються наступними рівняннями:

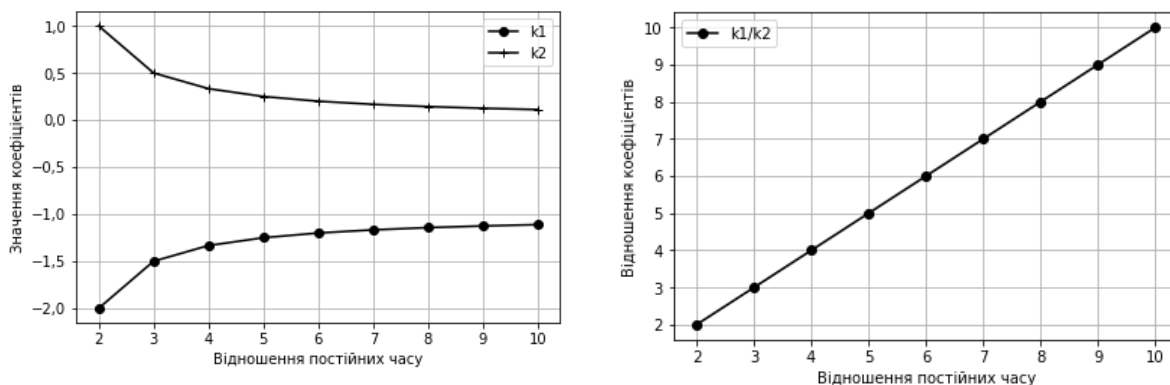


Рис. 1. Залежність значень коефіцієнтів моделі (1) від рознесення значень постійних часу перехідної характеристики

$$h(t) = 1 - k_1 e^{-at} - k_2 e^{-bt} - k_3 e^{-ct},$$

$$k_1 = \frac{bc}{(a-b)(a-c)}, \quad k_2 = \frac{ac}{(b-a)(b-c)}, \quad k_3 = \frac{ab}{(c-a)(c-b)}. \quad (2)$$

Залежність значень коефіцієнтів моделі представлена на рис. 2.

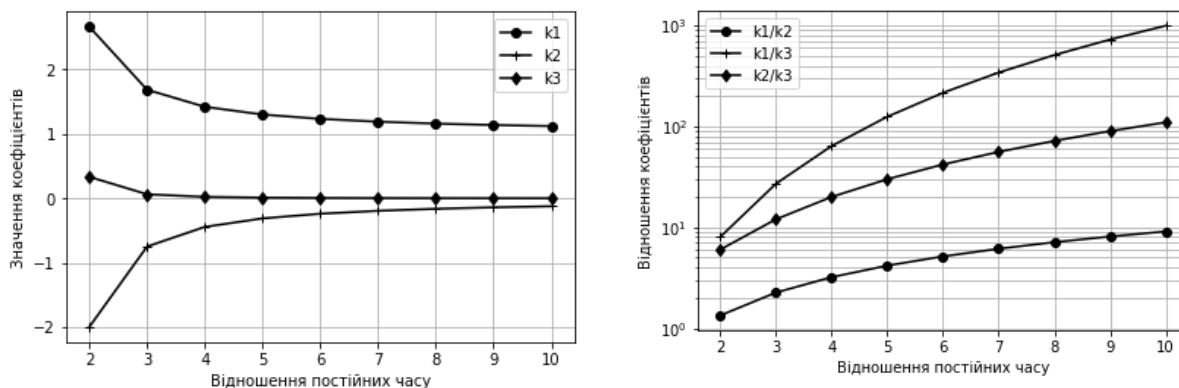


Рис. 2. Залежність значень коефіцієнтів моделі (2) від рознесення значень постійних часу перехідної характеристики

Перехідна характеристика з чотирма постійними часу $h(t, a, b, c, d)$:

Коефіцієнти при експонентах моделі перехідної функції, із чотирма постійними часу, описуються наступними рівняннями (рис. 3):

$$h(t) = 1 + k_1 e^{-at} + k_2 e^{-bt} + k_3 e^{-ct} + k_4 e^{-dt},$$

$$k_1 = \frac{b \cdot c \cdot d}{(a-b)(a-c)(a-d)}, \quad k_2 = \frac{a \cdot c \cdot d}{(b-a)(b-c)(b-d)}, \quad (3)$$

$$k_3 = \frac{a \cdot b \cdot d}{(c-a)(c-b)(c-d)}, \quad k_4 = \frac{a \cdot b \cdot c}{(d-a)(d-b)(d-c)}$$

Залежність значень коефіцієнтів моделі представлена на рис. 3.

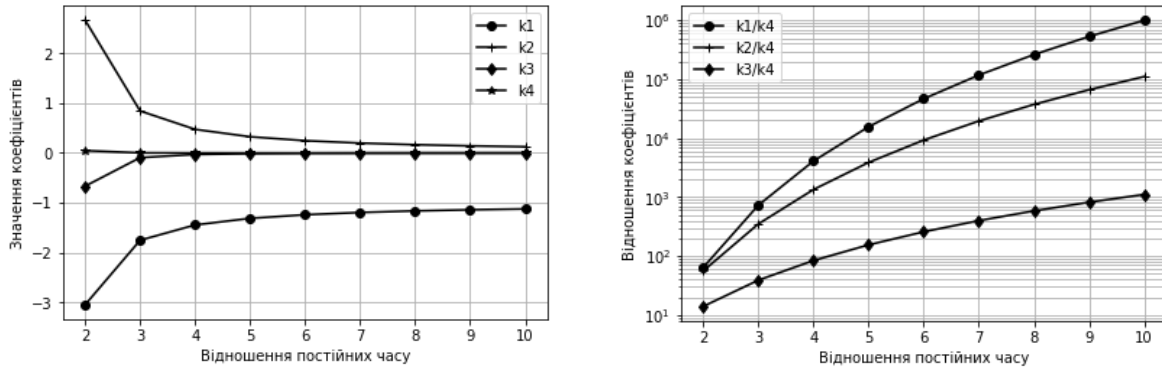


Рис. 3. Залежність значень коефіцієнтів моделі (3) від рознесення значень постійних часу перехідної характеристики

Перехідна характеристика із п'ятьма постійними часу $h(t, a, b, c, d, f)$

Коефіцієнти при експонентах моделі перехідної функції, з п'ятьма постійними часу, описуються наступними рівняннями (рис. 4):

$$h(t) = 1 - k_1 e^{-at} - k_2 e^{-bt} - k_3 e^{-ct} - k_4 e^{-dt} - k_5 e^{-ft},$$

$$k_1 = \frac{b \cdot c \cdot d \cdot f}{(a-b)(a-c)(a-d)(a-f)}, \quad k_2 = \frac{a \cdot c \cdot d \cdot f}{(b-a)(b-c)(b-d)(b-f)},$$

$$k_3 = \frac{a \cdot b \cdot d \cdot f}{(c-a)(c-b)(c-d)(c-f)}, \quad k_4 = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot f}{(d-a)(d-b)(d-c)(d-f)},$$

$$k_5 = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d}{(f-a)(f-b)(f-c)(f-d)}.$$

Залежність значень коефіцієнтів моделі представлена на рис. 4.

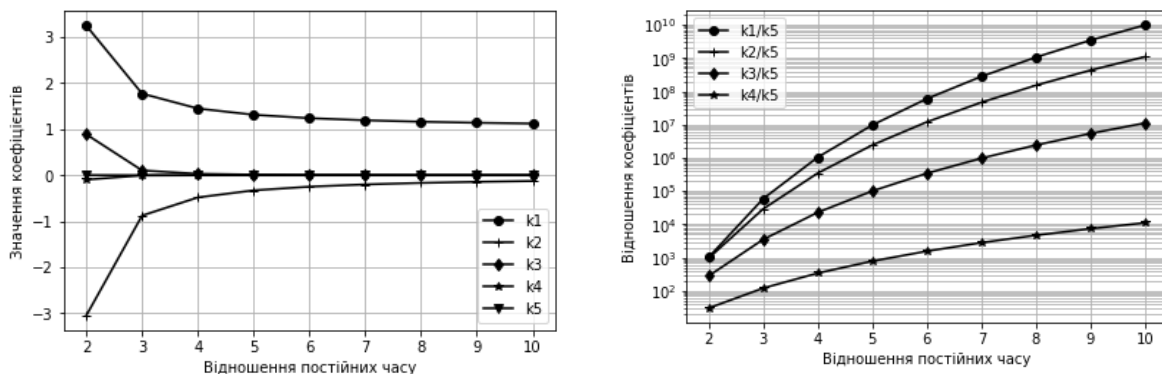


Рис. 4. Залежність значень коефіцієнтів моделі (4) від рознесення значень постійних часу перехідної характеристики

Розділ 1. Інформаційні системи

Перехідна характеристика із шістьма постійними часу $h(t, a, b, c, d, f, g)$:

Коефіцієнти при експонентах моделі перехідної функції, з шістьма постійними часу, описуються наступними рівняннями:

$$h(t) = 1 + k_1 e^{(-at)} + k_2 e^{(-bt)} + k_3 e^{(-ct)} + k_4 e^{(-dt)} + k_5 e^{(-ft)} + k_6 e^{(-gt)},$$

$$k_1 = \frac{b \cdot c \cdot d \cdot f \cdot g}{(a-b)(a-c)(a-d)(a-f)(a-g)},$$

$$k_2 = \frac{a \cdot c \cdot d \cdot f \cdot g}{(b-a)(b-c)(b-d)(b-f)(b-g)},$$

$$k_3 = \frac{a \cdot b \cdot d \cdot f \cdot g}{(c-a)(c-b)(c-d)(c-f)(c-g)},$$

$$k_4 = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot f \cdot g}{(d-a)(d-b)(d-c)(d-f)(d-g)},$$

$$k_5 = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot g}{(f-a)(f-b)(f-c)(f-d)(f-g)},$$

$$k_6 = \frac{a \cdot b \cdot c \cdot d \cdot f}{(g-a)(g-b)(g-c)(g-d)(g-f)}.$$
(5)

Залежність значень коефіцієнтів моделі представлена на рис. 5.

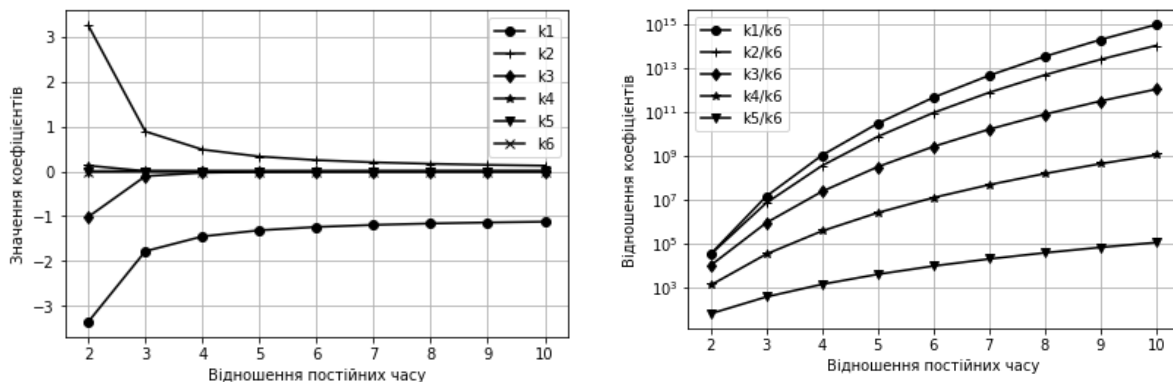


Рис. 5. Залежність значень коефіцієнтів моделі (5) від рознесення значень постійних часу перехідної характеристики

Висновки

Отримані моделі перехідної характеристики для різної кількості постійних часу термопар. Отримані моделі залежать тільки від постійних часу і не залежать від коефіцієнтів перед експонентами. Це у двічі зменшує розмірність простору пошуку екстремуму цільової функції у задачах апроксимації. У свою чергу, це призводить до підвищення точності визначення

постійних часу. Також, розглянуто вплив рознесеності постійних часу термомпери на значущість коефіцієнтів перед експонентами.

Список використаної літератури

1. *Козир О. В.* Вимірювання нестационарної температури контактним методом / О. В. Козир // Інформаційні системи, механіка та керування. – 2017. – № 17. С. 134-143. DOI: <https://doi.org/10.20535/2219-3804172017100686>.
2. *Захаров И. П.* Метрологическая идентификация динамических характеристик средств измерительной техники [Текст] : учеб. пособие для студентов вузов направления подгот. «Метрология и информационно-измерительные системы» / И. П. Захаров, М. П. Сергиенко. – Х.: СМІТ, 2012. – 230 с.
3. *Ярышев Н. А.* Теоретические основы измерения нестационарной температуры / Н. А. Ярышев. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1990. – 256 с. – (2-е изд., перераб.).
4. <https://www.wolframalpha.com/> [Online; accessed 2019-04-06].