УДК 681.3:681.5

Informatics and Mathematical Methods in Simulation
Vol. 6 (2016), No. 2, pp. 149-157

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОРГАНИЗАЦИИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПРИ РЕШЕНИИ СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ МЕТОДОМ ПРОСТОЙ ИТЕРАЦИИ

С. А. Положаенко, А.Г. Кисель, И.Ю. Голиков

Одесский национальный политехнический университет,
просп. Шевченко, 1, Одесса, 65044, Украина; e-mail: polozhaenko@mail.ru

Выполнен анализ численного решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) на вычислителях с фиксированной запятой. Показано, что точность результата вычислений зависит от процедуры организации вычислительного процесса. Приведена аналитическая оценка точности вычислений известных вычислительных процедур, совпадающая с результатами практического исследования последних. Предложен алгоритм вычислений, позволяющий ограничить накопление ошибок округлений на заданном уровне. Выполнен аналитический анализ результирующих ошибок округления предложенного алгоритма. Приведены условия, обеспечивающие ограничение накопления указанных ошибок на заданном уровне.

Ключевые слова: СЛАУ, метод простой итерации, вычислительный алгоритм, ошибки округления, максимальные вероятностные оценки

Введение

Одним из центральных разделов современной теории управления является теория управления системами с распределенными параметрами (РП-системы), принципиальной особенностью которых является пространственная распределенность управляемых величин и управляющих воздействий. Для управления такими объектами используются современные методы модального управления и синтеза наблюдающих устройств [1].

Методы синтеза наблюдающих устройств, подробно исследованные в рамках автоматического управления системами с сосредоточенными параметрами (СП-системы), а в теории управления РП-системами – разработаны гораздо хуже.

Кроме того, часто при решении практических задач модального управления РП-системами бывают доступны для измерения не все переменные состояния объекта, а только некоторые входы и выходы.

Известен подход к решению таких задач при неполной наблюдаемости объекта, связанный с использованием в качестве наблюдателя модели объекта управления. Для объектов с РП-параметрами такая модель содержит распределенные по пространственным координатам переменные состояния и в общем случае является трансцендентной. Действенным из возможных методов является дискретизация по пространству исходной модели РП-системы моделью с СП-параметрами в виде системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) [2]. Для достижения хорошей управляемости, степень дискретизации должна быть достаточной. Однако полученная модель будет иметь большую размерность и поэтому, для ее реализации, целесообразно использовать параллельные вычислительные структуры. При реализации таких моделей в реальных объектах управления для упрощения аппаратных и алгоритмических затрат целесообразно использовать более простые алгоритмы вычисления, а в качестве аппаратной части использовать более простые и быстродействующие вычислители с фиксированной запятой.

Среди объектов управления с РП-параметрами большую долю составляют объекты, описываемые уравнениями теплопроводности. При использовании метода дискретизации таких моделей по пространственным переменным, исходному дифференциальному уравнению в частных производных (ДУЧП) на каждом временном слое ставится в соответствие некоторая система алгебраических уравнений (СЛАУ) [3] вида

$$\widehat{\mathrm{A}} \cdot \vec{\varphi} = \vec{f}\,, \tag{1}$$

где $\vec{\varphi}$ м пространственный вектор решения на данном временном слое, $\vec{f}$ – вектор правых частей, определяемый граничными и задающими воздействиями, $\widehat{\mathrm{A}}$ – матрица коэффициентов, определяемая физическими свойствами РП-объекта и параметрами дискретизации.

Среди наиболее простых алгоритмов вычислений, ориентированных на решение задач вида (1) с помощью параллельных сеточных процессоров, наиболее хорошей распараллеливаемостью и максимальной простотой реализации отличается метод простой итерации.

Цель работы

Исследование вычислительных погрешностей при решении систем линейный алгебраических уравнений методом простой итерации на вычислителях с фиксированной запятой.

Основная часть

Решение СЛАУ вида (1) методом простой итерации сводится к построению итерационной процедуры вида

$$\vec{\varphi}^{(k+1)} = \vec{\varphi}^{(k)} + \tau\left(\widehat{\mathrm{A}} \cdot \vec{\varphi}^{(k)} - \vec{f}\right). \tag{2}$$

Здесь: $\widehat{\mathrm{A}} = \left(a_{ij}\right)_{p\times p}$ – вещественная симметрическая отрицательно определенная матрица; p – ее размерность; $k = 1,2,\ldots,L$ – число шагов итераций; $\vec{\varphi}^{(0)}$ – вектор известных начальных условий.

Следует заметить, что к зависимости вида (2) приводятся также системы линейных дифференциальных уравнений (СЛДУ) вида

$$\frac{d\vec{\varphi}}{dt} = \widehat{\mathrm{A}} \cdot \vec{\varphi} = \vec{f} \tag{3}$$

при решении их методом Эйлера. В этом случае параметр τ выступает уже как шаг интегрирования по времени, а каждый вектор $\vec{\varphi}^{(k)}$, $k = 1,2,\ldots,L$ является решением (3) для данного момента времени.

В скалярном виде процедура (2) запишется следующим образом:

$$\vec{\varphi}_i^{(k+1)} = \vec{\varphi}_i^{(k)} + \tau\left(\sum_{j=1}^{p} a_{ij}\cdot\vec{\varphi}_j^{(k)} - f_i\right); \qquad (4)$$
$$i = 1,2,\ldots,p.$$

При вычислении зависимостей (4) на вычислителях с ограниченной разрядностью на каждой итерации возникают погрешности округления [3]. В зависимости от последовательности выполнения операций указанные ошибки могут накапливаться с разной скоростью и привести к потере точности. Возникает задача исследования вычислительных ошибок решения СЛАУ методом простой итерации, которая включает в себя две подзадачи:

- поскольку реальные ошибки округления – случайные величины, то необходимо проанализировать вероятностные характеристики последних;
- поскольку алгоритм вычисления зависимости (4) может быть построен не единственным образом, то необходимо рассмотреть вопрос выбора алгоритма, обеспечивающего наименьшие ошибки округления.

При вычислениях в формате с фиксированной запятой наиболее удобной является фиксация запятой перед старшим разрядом [4, 5]. При этом все машинные числа являются правильными двоичными дробями. Поэтому, в дальнейшем, полагаем все машинные числа нормализованными, то есть принадлежащими интервалу [-1, 1]. Интервал возможных значений чисел с фиксированной запятой будет равен: $-\left(1-2^{-M}\right)\le b \le 1-2^{-M}$. Здесь M – разрядность машинных чисел. Очевидно, что необходимость округления возникает после выполнения операций умножения, деления или сдвига вправо. Будем считать, что результаты выше указанных операций представляют некоторое множество действительных чисел B, а множество двоичных чисел, представляемых в машине, является подмножеством $B_i \in B$. Пусть результат арифметической операции $b \in B$ удовлетворяет условию $b_i < b < b_{i+1}$, где $b_i, b_{i+1} \in B_i$ – следующие друг за другом машинные числа. Расстояние между соседними машинными числами b_i и b_{i+1} обозначим ε_0. Очевидно, оно будет равно $\varepsilon_0 = 2^{-M}$. Под округлением будем понимать замену по определенному правилу числа b приближенным значением b_i или b_{i+1}. Погрешность округления будет представлять собой разность

$$\varepsilon_j = b_j - b, \quad \text{где} \quad b_j = \{b_i, b_{i+1}\}. \qquad (5)$$

Замена числа его приближенным значением меньшей разрядности может выполняться по разным правилам (способам) округления. Различают следующие виды округления [4].

1. Т-округление (или усечение). При этом округлении младшие разряды отбрасывают, а сохраняемые разряды не изменяются.
2. А-округление. При этом округлении добавляется единица в младший из сохраняемых разрядов, если он содержит нуль, или данный разряд сохраняется неизменным, в случае записи в нем единицы.
3. R-округление. При этом округлении добавляется единица в младший сохраняемый разряд, если старший из отбрасываемых разрядов содержит единицу. Если старший отбрасываемый разряд равен нулю, то младший сохраняемый разряд не изменяется.

Проведенный на основании методики, предложенной в [4], анализ показал, что распределение ошибок округления при использовании Т-, А- и R-округления к результатам умножения, деления и сдвига вправо аппроксимируется равномерным законом при достаточной длине исходных неокругленных двоичных чисел. При этом, как показано в [6], уже при $M \geq 6$ и $m \geq 6$ закон распределения ошибок округления с достаточно высокой точностью можно полагать равномерным, а при $M \geq 8$ и $m \geq 8$ он практически совпадает с равномерным. Здесь M и m – длина соответственно сохраняемых и отбрасываемых разрядов.

Для проведения анализа вычислительных ошибок рассмотрим некоторые аспекты вычисления зависимости (4). С точки зрения последовательности выполнения операций могут быть построены несколько алгоритмов, отличающихся друг от друга количеством и последовательностью выполняемых операций. Так, например, выражение (4) можно реализовать различной последовательностью вычислительных процедур (6).

$$a)\ \begin{cases} \varphi_i^{(k+1)} = \varphi_i^{(k)} + \Delta\varphi_i^{(k+1)}; \\ \Delta\varphi_i^{(k+1)} = \tau \cdot F_i^{(k)}; \\ F_i^{(k)} = S_i^{(k)} - f_i; \\ S_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot \varphi_j^{(k)}; \\ i = 1,2,\ldots,p \end{cases} \qquad b)\ \begin{cases} \varphi_i^{(k+1)} = \varphi_i^{(k)} + \Delta\varphi_i^{(k+1)}; \\ \Delta\varphi_i^{(k+1)} = F_{i1}^{(k)} + F_{i2}^{(k)}; \\ F_{i1}^{(k)} = -\tau \cdot f_i; \quad F_{i2}^{(k)} = \tau \cdot S_i^{(k)} \\ S_i^{(k)} = \sum_{j=1}^{p} a_{ij} \cdot \varphi_j^{(k)}; \\ i = 1,2,\ldots,p \end{cases} \qquad (6)$$

Как видно из анализа (6*a*) и (6*b*), эти выражения эквивалентны с точки зрения математики, но не равноценны по количеству операций. В (6*b*) количество операций умножения больше, а это может привести к дополнительным ошибкам округления.

Поэтому при построении вычислительного алгоритма любого вычисления целесообразно строить такой алгоритм, который содержит минимальное количество операций умножения, а также деления и сдвига.

Учитывая сказанное, в качестве базового алгоритма будем использовать алгоритм (6*a*). Следует отметить, что в указанном алгоритме вычисление $S_i^{(k)}$ может быть организовано последовательно, параллельно или последовательно-параллельно. Однако, поскольку это не изменяет общее количество операций умножения и не приводит к перестановке сомножителей, то последовательность вычислений не будет влиять на величину возможной ошибки округления.

Учитывая вышесказанное, в качестве базового алгоритма будем использовать вычислительный алгоритм 6*a*, графическое представление которого (в соответствии с методикой, предложенной в [4]), изображено на рис.1.

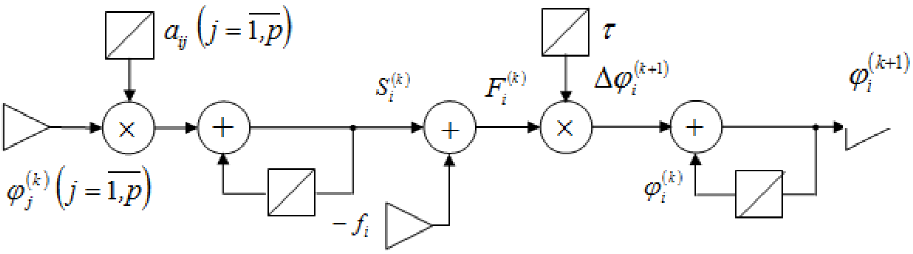

Рис. 1. Графическое представление вычислительного алгоритма

Алгоритм, представленный на рис. 1, описывает последовательность выполнения операций на одном шаге вычислений. Однако представленный алгоритм является идеализированным, так как не учитывает операции округления. Реальный алгоритм будет содержать на каждом шаге операции округления, необходимые для ограничения разрядности выходной величины.

Известен [7, 8] алгоритм вычислений зависимостей вида (4), в котором на каждой итерации операция округления осуществляется после вычисления невязки $\Delta\varphi_i^{(k)}$, то есть на выходе алгоритма. Графическое изображение алгоритма представлено на рис. 2.

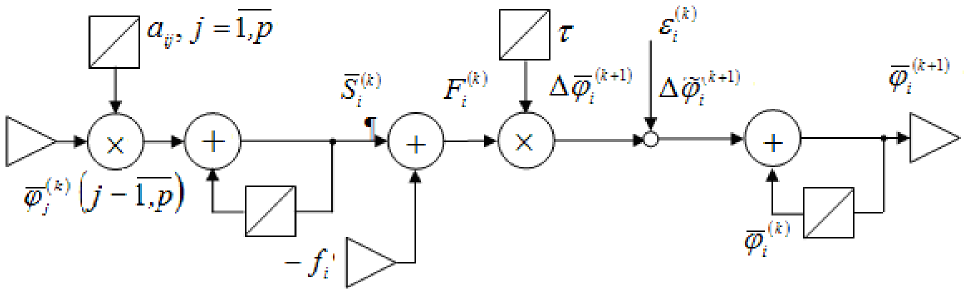

Рис. 2. Вычислительный алгоритм с округлением выходной величины

Результаты практического использования указанного алгоритма показали, что результирующие накопившиеся ошибки округления ведут себя пропорционально k при использовании Т-округления, и пропорционально $\sqrt{k}$ – при R-округлении. Здесь k – число шагов вычисления.

В результате теоретических исследований были получены аналитические оценки накопления ошибок для данного вычислительного алгоритма. Согласно полученным результатам, максимальное вероятностное значение результирующих ошибок округления подчиняется следующему неравенству

$$\left|r_i^{(k)}\right|_{\max} \le 3\sigma_\varepsilon\sqrt{\Omega_{2M}(k)} + \left|\xi_\varepsilon\right|\cdot p\cdot\Omega_{1M}(k), \tag{7}$$

где

$$\Omega_{1M}(k) = \max_{1\le j\le p}\frac{1-\left|1-\tau\lambda_j\right|^k}{1-\left|1-\tau\lambda_j\right|}; \tag{8}$$

$$\Omega_{2M}(k) = \max_{1\le j\le p}\frac{1-\left(1-\tau\lambda_j\right)^{2k}}{\tau\lambda_j\left(2-\tau\lambda_j\right)}. \tag{9}$$

Здесь: $\lambda_j,\ j=1,2,...,p$ – собственные числа матрицы $\widehat{A}$; ξ_ε – математическое ожидание локальных ошибок округления $\varepsilon_i^{(k)}$; σ_ε – среднеквадратическое отклонение локальных ошибок округления.

Анализ выражений (7) – (9), показывает, что результирующие ошибки округления:

- растут с ростом числа обусловленности матрицы $\widehat{A}$;
- определяются выбором параметра τ, при этом для случая не центрированных локальных ошибок округления (Т-округление) они растут пропорционально $1/\tau$, то есть пропорционально k, а при центрированных локальных ошибках округления (*R*-округление) – пропорционально $\sqrt{1/\tau}$, то есть пропорционально $\sqrt{k}$.

Таким образом, результаты теоретического анализа полностью совпадают с приведенными в [7, 8] результатами практического исследования, что подтверждает достоверность полученных аналитических оценок.

Вместе с тем, при численном решении тестовых задач с применением данного алгоритма был выявлен существенный недостаток, заключающийся в том, что при относительно небольшой разрядности M округляемых двоичных чисел (при этом $M \geq 8$), а также при малых значениях τ возникает явление глобального вырождения решения, при котором накопившаяся ошибка полностью искажает результаты счета. Это не позволяет использовать данный вычислительный алгоритм для решения СЛАУ большой размерности с плохо обусловленной матрицей, а также для решения «жестких» СЛДУ [3] первого порядка методом Эйлера с малым шагом, определяющим методическую погрешность решения.

Для устранения указанных недостатков предложен вычислительный алгоритм, в котором на каждой итерации операция округления осуществляется перед вычислением невязки $\Delta\varphi_i^{(k)}$, то есть на входе алгоритма. Графическое изображение алгоритма представлено на рис. 3.

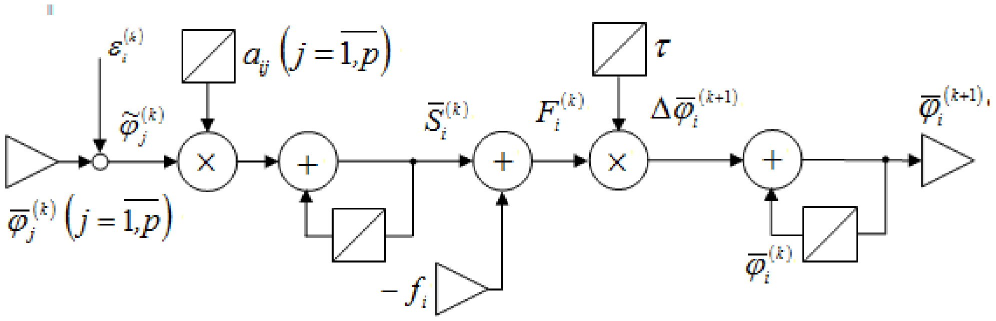

Рис. 3. Вычислительный алгоритм с округлением входной величины

Для данного вычислительного алгоритма также были получены аналитические оценки накопления ошибок. Согласно полученным результатам, максимальное вероятностное значение результирующих ошибок округления подчиняется следующему неравенству

$$\left|r_i^{(k)}\right|_{\max} \leq 3\sigma_\varepsilon\sqrt{\Omega_{4M}(k)} + \left|\xi_\varepsilon\right| \cdot p \cdot \Omega_{3M}(k), \tag{10}$$

где

$$\Omega_{3M}(k) = \max_{1\leq j\leq p}\left|\tau\lambda_j\right| \cdot \frac{1-\left|1-\tau\lambda_j\right|^k}{1-\left|1-\tau\lambda_j\right|}; \tag{11}$$

$$\Omega_{4M}(k) = \max_{1\leq j\leq p}\frac{\tau\lambda_j \cdot \left[1-\left(1-\tau\lambda_j\right)^{2k}\right]}{2-\tau\lambda_j}. \tag{11}$$

Анализируя (11), видим, что функция $\Omega_{3M}(k)$ (в отличие от (7)) – монотонна и максимальна только при $\tau\lambda \to 2$. Кроме того, при $\tau\lambda < 2$ эта функция ограничена при любых k и, в пределе, равна

$$\lim_{k\to\infty}\Omega_{3M}(k)=\frac{\tau\lambda}{1-|1-\tau\lambda|}. \tag{13}$$

Более того, в диапазоне $\tau\lambda=0-1$ данная функция не превышает значения единицы при любых k, то есть

$$\Omega_{3M}(k)\le 1,\quad 0\le\tau\lambda\le 1,\quad 1\le k\le\infty. \tag{14}$$

Для каждой конкретной матрицы $\widehat{\mathrm{A}}$ функция $\Omega_{3M}(k)$ максимальна при $\tau\lambda=\tau\lambda_M$, где λ_M – максимальное собственное число матрицы.

Из анализа (12), видим, что $\Omega_{4M}(k)$ также монотонна и максимальна только при $\tau\lambda\to 2$. При $\tau\lambda<2$ функция $\Omega_{4M}(k)$ ограничена для любых k и, в пределе, равна

$$\lim_{k\to\infty}\Omega_{4M}(k)=\frac{\tau\lambda}{2-\tau\lambda}. \tag{15}$$

Аналогично выше рассмотренной $\Omega_{3M}(k)$ функция $\Omega_{4M}(k)$ в диапазоне $\tau\lambda=0-1$ не превышает значения единицы при любых k, то есть

$$\Omega_{4M}(k)\le 1,\quad 0\le\tau\lambda\le 1,\quad 1\le k\le\infty. \tag{16}$$

Для каждой конкретной матрицы $\widehat{\mathrm{A}}$ функция $\Omega_{4M}(k)$ так же максимальна при $\tau\lambda=\tau\lambda_M$.

Таким образом, выбирая параметр τ из условия $\tau\lambda_M\le 1$, получим следующую максимальную оценку для результирующей ошибки округления (10)

$$\left|r_i^{(k)}\right|_{\max}\le 3\sigma_\varepsilon+|\xi_\varepsilon|\cdot p. \tag{17}$$

Более того, применение типов округления, дающих центрированные локальные ошибки $(\xi_\varepsilon=0)$, позволяет значительно уменьшить величину результирующих ошибок округления.

В таблице 1 приведены вероятностные характеристики результирующих ошибок округления, полученных для различных видов округления и представления двоичных чисел в различных кодах (прямом, обратном и дополнительном).

Таблица 1.

Вероятностные характеристики результирующих ошибок округления для вычислительного алгоритма с округлением входной величины

		$b>0$		
		$T(b^n),T(b^o),T(b^\partial)$	$A(b^n),A(b^o),A(b^\partial)$	$R(b^n),R(b^o),R(b^\partial)$
$\left\|r_i^{(k)}\right\| \le$ $i=\overline{1,p}$	$\tau\lambda_M \le 2$	$\left(\sqrt{3\Omega_{4M}}+p\cdot\Omega_{3M}\right)\frac{\varepsilon_0}{2}$	$\sqrt{3\Omega_{4M}}\cdot\varepsilon_0$	$\sqrt{3\Omega_{4M}}\cdot\frac{\varepsilon_0}{2}$
	$\tau\lambda_M \le 1$	$\left(\sqrt{3}+p\right)\frac{\varepsilon_0}{2}$	$\sqrt{3}\cdot\varepsilon_0$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\varepsilon_0$
	$\tau\lambda_M \le \frac{1}{2}$	$(1+p)\frac{\varepsilon_0}{2}$	ε_0	$\frac{\varepsilon_0}{2}$

		$b<0$				
		$T(b^n),T(b^o),$ $T(b^\partial)$	$A(b^n),$ $A(b^\partial)$	$A(b^o)$	$R(b^n),$ $R(b^\partial)$	$R(b^o)$
$\left\|r_i^{(k)}\right\| \le$ $i=\overline{1,p}$	$\tau\lambda_M \le 1$	$\left(\sqrt{3}+p\right)\frac{\varepsilon_0}{2}$	$\sqrt{3}\cdot\varepsilon_0$	$\left(\sqrt{3}+p\right)\cdot\varepsilon_0$	$\frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\varepsilon_0$	$\left(\sqrt{3}+2p\right)\frac{\varepsilon_0}{2}$
	$\tau\lambda_M \le \frac{1}{2}$	$(1+p)\frac{\varepsilon_0}{2}$	ε_0	$(1+p)\cdot\varepsilon_0$	$\frac{\varepsilon_0}{2}$	$(1+p)\cdot\varepsilon_0$

Анализ полученных в табл. 1 оценок позволяет сделать следующие выводы:

- предложенный вычислительный алгоритм позволяет для всех типов округления соответствующим выбором шага итерации ограничить величину результирующих ошибок округления на заданном уровне;
- применение в алгоритме округлений, дающих центрированные локальные ошибки округления $(\xi_\varepsilon = 0)$, позволяет значительно уменьшить величину результирующих ошибок округлений;
- наименьшую результирующую ошибку округления дает применение R-округления в прямом и дополнительном кодах, дающего центрированные локальные ошибки округления с наименьшей дисперсией. При этом если задать τ из условия $\tau\lambda_M \le \frac{1}{2}$, то величина результирующей ошибки округления не будет превышать значения локальной ошибки округления $\frac{\varepsilon_0}{2}$ для любого числа шагов вычисления.

Выводы

Предложен метод аналитического выделения результирующих ошибок округления при решении методом простой итерации СЛАУ, к которым сводится решение многих задач. На основании предложенного метода проведен теоретический анализ известных вычислительных алгоритмов, а также показана малая их пригодность для решения плохо обусловленных СЛАУ на вычислителях с фиксированной запятой и с ограниченной разрядностью. Предложен и теоретически исследован вычислительный алгоритм с округлением входной величины, позволяющий ограничить накопление результирующих ошибок округления на заданном уровне путем выбора соответствующего значения параметра τ. Показана возможность ограничения (с помощью предложенного вычислительного алгоритма) результирующих ошибок округления на уровне локальной ошибки округления, соответствующей значению единицы младшего разряда округляемого двоичного числа.

Список литературы

1. Рапопорт, Э.Я. Анализ и синтез систем управления с распределенными параметрами: Учебн. пособие / Э.Я. Рапопорт // М.: Высш. шк. ─ 2005. ─ 292 с.
2. Рапопорт, Э.Я. Оптимальное управление системами с распределенными параметрами / Я.Э. Рапопорт // М.: Высшая школа. ─ 2009. ─ 680 с.
3. Самарский, А.А Численные методы математической физики / А.А. Самарский, А.В. Гулин // М.: «Научный мир». ─2003. — 316 с.
4. Желнов, Ю.А. Точностные характеристики управляющих вычислительных машин / Ю.А. Желнов // М.: Энергоатомиздат. ─ 1983. ─ 136 с.
5. Тарасенко, В.П. Основы компьютерной арифметики / В.П. Тарасенко, В.И. Корнейчук. – К.: Корнейчук, 2002. ─ 176 с.
6. Соренков, Э.И. Точность вычислительных устройств и алгоритмов / Э.И. Соренков, А.И. Телига, А.С. Шаталов // М.: Машиностроение. ─1976. ─ 200 с.
7. Приклонский, В. И. Численные методы / В.И. Приклонский. – МГУ.: Физфак, 1999. – 146 с.
8. Амосов, А.А. Вычислительные методы для инженеров / А.А. Амосов, Ю.А. Дубинский, Н.В. Копченов. – Издательство МЭИ, 2003. – 544 с.

ПРО ОДИН МЕТОД ОРГАНІЗАЦІЇ ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО ПРОЦЕСУ ПРИ РІШЕННІ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ МЕТОДОМ ПРОСТОЇ ІТЕРАЦІЇ

С.А. Положаєнко, А.Г. Кісєль, І.Ю. Голіков

Одеський національний політехнічний університет,
просп. Шевченко, 1, Одеса, 65044, Україна; e-mail: polozhaenko@mail.ru

Виконано аналіз чисельного рішення СЛАУ на обчислювачах з фіксованою комою. Показано, що точність результату обчислень залежить від процедури організації обчислювального процесу. Наведено аналітичну оцінку точності обчислень відомих обчислювальних процедур, що збігається з результатами практичного дослідження останніх. Запропоновано алгоритм обчислень, що дозволяє обмежити нагромадження помилок округлень на заданому рівні. Виконано аналітичний аналіз результуючих помилок округлення запропонованого алгоритму. Наведено умови, що забезпечують обмеження нагромадження зазначених помилок на заданому рівні.

Ключові слова: СЛАР, метод простої ітерації, обчислювальний алгоритм, помилки округлення, максимальні імовірнісні оцінки.

ABOUT ONE METHOD OF COMPUTING PROCESS IN SOLVING SYSTEM OF LINEAR EQUATIONS BY FIXED-POINT ITERATION

S.A. Polozhaenko, A.G. Kisel, I.Yu. Golikov

Odessa national polytechnic university,
1, Shevchenko Ave., Odessa, 65044, Ukraine; e-mail: polozhaenko@mail.ru

The analysis of the numerical solution of SLAE in the fixed-point calculators was done. There is shown that the accuracy of calculation results depend on procedure of the organization of the computing process. The article gives an analytical estimation of accuracy of calculations known computational procedures, which coincides with the results of practical research of the latter. Proposed the computing algorithm allows to limit the accumulation of the rounding errors at specified level. Was performed analytical analysis of the rounding errors of the proposed algorithm. It is given conditions that provides limiting accumulation of indicated errors at a given level.

Keywords: SLAE, fixed-point iteration, computing algorithm, rounding errors, maximum probabilistic estimation.