УДК 519.6

В.Г. ПРИКАЗЧИКОВ

МЕТОДЫ ПОСТРОЕНИЯ ТОЧНОЙ РАЗНОСТНОЙ СХЕМЫ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА

Аннотация. Рассматривается построение точных разностных схем для уравнения четвертого порядка с переменными коэффициентами. Для построения использованы полученные в явном виде решения задачи Коши.

Ключевые слова: точная разностная схема, задача Коши, сплайны, однородное уравнение.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] получена точная разностная схема на равномерной сетке с пятиточечным шаблоном x_{i-2}, x_{i-1}, x_i, x_{i+1}, x_{i+2} для уравнения $(pu'')''-(qu')'+ru=f$. При этом использовалась функция Грина, конструкция которой применяла четыре линейно независимых решения задач Коши для однородного уравнения.

В настоящей статье рассматриваются два других метода построения точной разностной схемы на основе четырех линейно независимых решений более простого однородного уравнения, учитывающего только главную часть уравнения. Это позволяет упростить построение точной схемы, так как решения задач Коши выписываются в явном виде.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ МЕТОД

Рассмотрим следующую задачу:

$$(pu'')''=f\,,\ x\in(0,1)\,,\ 0<\ p\in C^{(2)}[0,1]\,, \tag{1}$$

$$u=u'=0\,,\ x=0\,;\quad u=u'=0,\ x=1\,.$$

Вначале построим точную схему для однородного уравнения

$$(p\,\mathring{u}'')''=0\,,\ x\in(x_{i-2},x_{i+2})\,. \tag{2}$$

Известно, что любое решение уравнения (2) представляется в виде

$$\mathring{u}(x)=\sum_{j=1}^{4}\mathring{A}_j\,v_j(x)\,, \tag{3}$$

где v_j удовлетворяют уравнению (2) и следующим начальным условиям:

$$v_1=v_1'=v_1''=0\,,\ (pv_1'')'=1\,,\ x=x_{i-2}\,,$$

$$v_2=v_2'=v_2''=0,\ (pv_2'')'=1\,,\ x=x_{i-1}\,,$$

$$v_3=v_3'=v_3''=0,\ (pv_3'')'=-1\,,\ x=x_{i+1}\,,$$

$$v_4=v_4'=v_4''=0,\ (pv_4'')'=-1\,,\ x=x_{i+2}\,. \tag{4}$$

Решения задач Коши имеют вид

$$v_1(x)=\int_{x_{i-2}}^{x}\int_{x_{i-2}}^{z}\frac{t-x_{i-2}}{p(t)}\,dtdz,\quad v_2(x)=\int_{x_{i-1}}^{x}\int_{x_{i-1}}^{z}\frac{t-x_{i-1}}{p(t)}\,dtdz,$$

$$v_3(x)=\int_{x}^{x_{i+1}}\int_{z}^{x_{i+1}}\frac{t-x_{i+1}}{p(t)}\,dtdz\,,\quad v_4(x)=\int_{x}^{x_{i+2}}\int_{z}^{x_{i+2}}\frac{t-x_{i+2}}{p(t)}\,dtdz. \tag{5}$$

Система решений линейно независима, так как определитель Вронского отличен от нуля.

Для нахождения $\overset{\circ}{A}_j$ используем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)

$$\overset{\circ}{u}(x_s)=\sum_{j=1}^{4}\overset{\circ}{A}_j v_j(x_s),\ s=i-2,\ i-1,\ i+1,\ i+2. \tag{6}$$

Используя формулу интегрирования по частям, получаем следующие связи между $v_j(x_s)$:

$$v_{2,i-2}=-v_{1,i-1},\ v_{3,i-2}=v_{1,i+1},\ v_{3,i-1}=v_{2,i+1},$$
$$v_{4,i-2}=v_{1,i+2},\ v_{4,i-1}=v_{2,i+2},\quad v_{4,i+1}=-v_{3,i+2}, \tag{7}$$

где $v_{j,s}=v_j(x_s)$.

Введем обозначения

$$v_{2,i-2}=a,\ v_{3,i-2}=b,\ v_{3,i-1}=d,$$
$$v_{4,i-2}=c,\ v_{4,i-1}=\varepsilon,\ \ v_{4,i+1}=f. \tag{8}$$

Тогда определитель матрицы СЛАУ (6) имеет вид

$$\begin{vmatrix} 0 & a & b & c\\ -a & 0 & d & \varepsilon\\ b & d & 0 & f\\ c & \varepsilon & -f & 0\end{vmatrix}=(af+b\varepsilon-cd)^2\equiv\Delta^2. \tag{9}$$

Выпишем решения СЛАУ

$$\overset{\circ}{A}_1=(\overset{\circ}{u}_{i+1}\,\varepsilon-\overset{\circ}{u}_{i-1}\,f-\overset{\circ}{u}_{i+2}\,d)\frac{\Delta}{\Delta^2},$$
$$\overset{\circ}{A}_2=(\overset{\circ}{u}_{i-2}\,f+\overset{\circ}{u}_{i+2}\,b-\overset{\circ}{u}_{i+1}\,c)\frac{\Delta}{\Delta^2},$$
$$\overset{\circ}{A}_3=(\overset{\circ}{u}_{i-2}\,\varepsilon-\overset{\circ}{u}_{i-1}\,c-\overset{\circ}{u}_{i+2}\,a)\frac{\Delta}{\Delta^2},$$
$$\overset{\circ}{A}_4=(\overset{\circ}{u}_{i+1}\,a+\overset{\circ}{u}_{i-1}\,b-\overset{\circ}{u}_{i-2}\,d)\frac{\Delta}{\Delta^2}. \tag{10}$$

Точная схема для уравнения (2) следует из (3) при $x_s=x_i$.

Подставляя в (3) выражения из (10) для $\overset{\circ}{A}_j$, получаем пятиточечную схему

$$\Delta\,\overset{\circ}{u}_i=A_1\,\overset{\circ}{u}_{i-2}+A_2\,\overset{\circ}{u}_{i-1}+A_3\,\overset{\circ}{u}_{i+1}+A_4\,\overset{\circ}{u}_{i+2}\,. \tag{11}$$

Здесь A_j имеют одинаковые формулы с формулами в [1]:

$$A_1=fv_2+\varepsilon v_3-dv_4,\quad A_2=bv_4-cv_3-fv_1,\ A_3=\varepsilon v_1-cv_2+av_4,$$
$$A_4=bv_2-dv_1-av_3,\ \Delta=af+b\varepsilon-cd\,. \tag{12}$$

Однако все $v_j=v_j(x)$ удовлетворяют более простому уравнению (2).

Принимая во внимание свойства v_j (7) и обозначения (8), запишем A_j иначе:

$$A_1^i=\begin{vmatrix} v_2 & v_3\\ v_2 & v_3\end{vmatrix}_i^{i+2}-v_{2,i+1}v_{4,i};\quad A_2^i=\begin{vmatrix} v_1 & v_3\\ v_1 & v_3\end{vmatrix}_{i+2}^{i}+v_{4,i}v_{1,i+1};$$
$$A_3^i=\begin{vmatrix} v_1 & v_2\\ v_1 & v_2\end{vmatrix}_{i+2}^{i}-v_{4,i}v_{1,i-1}\ ;\quad A_4^i=\begin{vmatrix} v_2 & v_3\\ v_2 & v_3\end{vmatrix}_{i-2}^{i}-v_{3,i-1}v_{1,i}. \tag{13}$$

ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД

Другим способом построения точной схемы является проекция уравнения на сплайн. Теория сплайнов с приложениями изложена, например, в работах [5–7]. Сплайн представляем в виде

$$\widetilde{S}_1(x)=\begin{cases}\widetilde{A}_1 v_1(x), & x_{i-2}\le x\le x_{i-1},\\ \widetilde{A}_1 v_1(x)+\widetilde{A}_2 v_2(x), & x_{i-1}\le x\le x_i,\\ \widetilde{A}_3 v_3(x)+\widetilde{A}_4 v_4(x), & x_i\le x\le x_{i+1},\\ \widetilde{A}_4 v_4(x), & x_{i+1}\le x\le x_{i+2}.\end{cases} \tag{14}$$

Здесь v_j удовлетворяют условиям (4).

Коэффициент $\widetilde{A}_j$ находим из условий гладкой непрерывности $\widetilde{S}(x)$. При любых $\widetilde{A}_j$ непрерывность в точках x_{i-1} и x_{i+1} следует из условий (4).

Для непрерывности $\widetilde{S}$, $\widetilde{S}'$, $\widetilde{S}''$ в точке x_i должны выполняться условия

$$\begin{gathered}\widetilde{A}_1 v_1+\widetilde{A}_2 v_2=\widetilde{A}_3 v_3+\widetilde{A}_4 v_4,\\ \widetilde{A}_1 v_1'+\widetilde{A}_2 v_2'=\widetilde{A}_3 v_3'+\widetilde{A}_4 v_4',\\ \widetilde{A}_1 pv_1''+\widetilde{A}_2 pv_2''=\widetilde{A}_3 pv_3''+\widetilde{A}_4 pv_4'',\\ \widetilde{A}_1(pv_1'')'+\widetilde{A}_2(pv_2'')'=\widetilde{A}_3(pv_3'')'+\widetilde{A}_4(pv_4'')'+1.\end{gathered} \tag{15}$$

Поскольку число неизвестных составляет четыре, то добавлено условие скачка $(p\widetilde{S}_1'')'$ в точке x_i.

Таким образом, получена СЛАУ с определителем Вронского, который удобно вычислять, например, в точке x_{i-2}, так как вронскиан — величина постоянная.

С учетом условия (4) выпишем решения и вронскиан СЛАУ:

$$\widetilde{A}_1=[v_2(v_3'v_4''-v_3''v_4')-v_3(v_2'v_4''-v_2''v_4')+v_4(v_2'v_3''-v_2''v_3')]\frac{1}{\Delta},$$

$$\widetilde{A}_2=[v_1(v_3''v_4'-v_3'v_4'')+v_3(v_1'v_4''-v_1''v_4')-v_4(v_1'v_3''-v_1''v_3')]\frac{1}{\Delta},$$

$$\widetilde{A}_3=[v_1(v_2''v_4'-v_2'v_4'')+v_2(v_1'v_3''-v_1''v_3')-v_3(v_1'v_2''-v_1''v_2')]\frac{1}{\Delta},$$

$$\widetilde{A}_4=[v_1(v_2'v_3''-v_2''v_3')-v_2(v_1'v_3''-v_1''v_3')+v_3(v_1'v_2''-v_1''v_2')]\frac{1}{\Delta},$$

$$\Delta=[v_2(v_3''v_4'-v_3'v_4'')+v_3(v_2'v_4''-v_2''v_4')+v_4(v_2'v_3''-v_2''v_3')]_{i-2}.$$

Проведя соответствующие преобразования с использованием формулы интегрирования по частям, получаем

$$\widetilde{A}_j=\frac{A_j}{\Delta}, \tag{16}$$

где A_j и Δ имеют вид (12).

Преобразуем проекцию уравнения

$$\int_{x_{i-2}}^{x_{i+2}}\widetilde{S}_1(x)(pu'')''dx=\int_{x_{i-2}}^{x_{i+2}}\widetilde{S}_1(x)f(x)dx.$$

Интегрируя по частям, получаем

$$\int_{x_{i-2}}^{x_{i+2}} \widetilde{S}_1 (pu'')'' dx = \widetilde{A}_1 u_{i-2} + \widetilde{A}_2 u_{i-1} + \widetilde{A}_3 u_{i+1} + \widetilde{A}_4 u_{i+2} +$$

$$+ [\widetilde{A}_4 (pv_4'')' - \widetilde{A}_1 (pv_1'')' + \widetilde{A}_3 (pv_3'')' - \widetilde{A}_2 (pv_2'')']_i u_i +$$

$$+ (\widetilde{A}_1 v_1'' - \widetilde{A}_4 v_4'' + \widetilde{A}_2 v_2'' - \widetilde{A}_3 v_3'')_i (pu')_i + \tag{17}$$

$$+ (\widetilde{A}_4 v_4' - \widetilde{A}_1 v_1' + \widetilde{A}_3 v_3' - \widetilde{A}_2 v_2')_i (pu'')_i +$$

$$+ (\widetilde{A}_1 v_1 - \widetilde{A}_4 v_4 + \widetilde{A}_2 v_2 - \widetilde{A}_3 v_3)_i (pu'')'_i = \int_{x_{i-2}}^{x_{i+2}} \widetilde{S}_1 f(x) dx.$$

Учитывая условия непрерывности (15), получаем точную разностную схему

$$A_1 u_{i-2} + A_2 u_{i-1} + A_3 u_{i+1} + A_4 u_{i+2} - \Delta u_i = \int_{x_{i-2}}^{x_{i+2}} S_1 f(x) dx. \tag{18}$$

Здесь A_j, Δ вычисляются по формулам (12), а $S_1(x)$ — по формуле (14), где вместо $\widetilde{A}_j$ имеем A_j из (16).

Левая часть уравнения (18) дает точную схему для однородного уравнения (2), а правая часть учитывает неоднородность. Так как

$$pv_1''(x) = x - x_{i-2}, \; pv_2''(x) = x - x_{i-1}, \; pv_3''(x) = x_{i+1} - x, \; pv_4''(x) = x_{i+2} - x,$$

то

$$\frac{2}{h^2} T = 4(A_1 + A_4) + A_2 + A_3, \tag{19}$$

где $T = \int_{x_{i-2}}^{x_{i+2}} pS_1'' dx$.

Если в однородную схему (11) подставить $\overset{\circ}{u}(x) = 1$ и $\overset{\circ}{u}(x) = x$, то получим соответственно

$$\Delta = \sum_{j=1}^{4} A_j ; \; 2(A_4 - A_1) + A_3 - A_2 = 0. \tag{20}$$

Решая систему (19) и (20), получаем

$$A_2 = \frac{T}{h^2} - 3A_1 - A_4, \quad A_3 = \frac{T}{h^2} - 3A_4 - A_1. \tag{21}$$

Подставляя формулы (21) в уравнение (18), получаем точную схему в виде разностных производных

$$h^3 [A_4^i u_{\bar{x}x\bar{x}, i+1} - A_1^i u_{\bar{x}x\bar{x}, i}] + Tu_{\bar{x}x, i} = \int_{x_{i-2}} Sfdx. \tag{22}$$

Из формулы (13) для A_1 и A_4 следует соотношение $A_1^i = A_4^{i+2}$.

МОДИФИКАЦИЯ СПЛАЙНА

Для проекции уравнения используем сплайн только с двумя неизвестными параметрами, что более целесообразно при практическом применении. Сплайн представляем в виде

$$S_2(x)=\begin{cases}\alpha\,\tilde{v}_1(x),\ x_{i-2}\le x\le x_{i-1},\\ \alpha\,\tilde{v}_1(x)+(1-\alpha)\,\tilde{v}_2(x),\ x_{i-1}\le x\le x_i,\\ (1-\beta)\,\tilde{v}_3(x)+\beta\,\tilde{v}_4(x),\ x_i\le x\le x_{i+1},\\ \beta\,\tilde{v}_4(x),\ x_{i+1}\le x\le x_{i+2}.\end{cases} \tag{23}$$

Здесь α, β — искомые параметры, $\tilde{v}_j(x)=\dfrac{v_j(x)}{v_j(x_i)}$ — нормированные решения $v_j(x)$, удовлетворяющие условиям (4).

При любых α и β сплайны $S_2(x)$, $S_2'(x)$, $S_2''(x)$ непрерывны в точках x_{i+1}, x_{i-1} в силу начальных условий для v_j, а $S_2(x)$ непрерывен в точке x_i, так как $\tilde{v}_j(x)$ нормированы. Следовательно, для непрерывности $S_2'(x)$, $S_2''(x)$ в точке x_i получим следующую СЛАУ:

$$\begin{aligned}\alpha\tilde{v}_1'+(1-\alpha)\,\tilde{v}_2'&=(1-\beta)\,\tilde{v}_3'+\beta\,\tilde{v}_4',\\ \alpha\tilde{v}_1''+(1-\alpha)\,\tilde{v}_2''&=(1-\beta)\,\tilde{v}_3''+\beta\,\tilde{v}_4''.\end{aligned} \tag{24}$$

Выпишем решение системы (24)

$$\alpha=\begin{vmatrix}\Delta_{32}' & \Delta_{34}'\\ \Delta_{32}'' & \Delta_{34}''\end{vmatrix}\frac{1}{\tilde{\Delta}};\quad \beta=\begin{vmatrix}\Delta_{12}' & \Delta_{32}'\\ \Delta_{12}'' & \Delta_{32}''\end{vmatrix}\frac{1}{\tilde{\Delta}};$$

$$1-\alpha=\begin{vmatrix}\Delta_{13}' & \Delta_{34}'\\ \Delta_{13}'' & \Delta_{34}''\end{vmatrix}\frac{1}{\tilde{\Delta}};\quad 1-\beta=\begin{vmatrix}\Delta_{12}' & \Delta_{24}'\\ \Delta_{12}'' & \Delta_{24}''\end{vmatrix}\frac{1}{\tilde{\Delta}};\qquad \tilde{\Delta}=\begin{vmatrix}\Delta_{12}' & \Delta_{34}'\\ \Delta_{12}'' & \Delta_{34}''\end{vmatrix}.$$

Здесь $\Delta_{st}^k=(\tilde{v}_s-\tilde{v}_t)^k$, k — номер производной; $s,t=1,\ 2,\ 3,\ 4$.

Используя интегрирование по частям и условия непрерывности, получаем точную схему в виде

$$\int_{x_{i-2}}^{x_{i+2}}S_2(x)(pu'')''dx=\frac{\alpha}{v_1}u_{i-2}+\frac{1-\alpha}{v_2}u_{i-1}+\frac{1-\beta}{v_3}u_{i+1}+\frac{\beta}{v_4}u_{i+2}-$$
$$-\left(\frac{\alpha}{v_1}+\frac{1-\alpha}{v_2}+\frac{1-\beta}{v_3}+\frac{\beta}{v_4}\right)u_i=\int_{x_{i-2}}^{x_{i+2}}S_2(x)f(x)dx. \tag{25}$$

После соответствующих преобразований схема полностью совпадет со схемой, полученной на основе сплайна с параметрами A_j (18).

ЗАМЕЧАНИЯ

1. Точная схема представляется в виде разностных производных (22), однако для реализации целесообразно использовать ее в виде (25).

2. Точную схему для более общего уравнения $(pu'')''-(qu')'+ru=f$ представляет выражение

$$\frac{\alpha}{v_{1,i}}u_{i-2}+\frac{1-\alpha}{v_{2,i}}u_{i-1}+\frac{1-\beta}{v_{3,i}}u_{i+1}+\frac{\beta}{v_{4,i}}u_{i+2}-\left(\frac{\alpha}{v_{1,i}}+\frac{1-\alpha}{v_{2,i}}+\frac{1-\beta}{v_{3,i}}+\frac{\beta}{v_{4,i}}\right)u_i+$$
$$+\int_{x_{i-2}}^{x_{i+2}}[(S_2r-(qS_2')'\,]udx=\int_{x_{i-2}}^{x_{i+2}}S_2fdx.$$

3. Для уравнения $u^{IV} = f$ система $\mathring{v}_j$ имеет явное выражение

$$\mathring{v}_1(x) = \frac{1}{6}(x - x_{i-2})^3, \quad \mathring{v}_2(x) = \frac{1}{6}(x - x_{i-1})^3,$$

$$\mathring{v}_3(x) = \frac{1}{6}(x - x_{i+1})^3, \quad \mathring{v}_4(x) = \frac{1}{6}(x - x_{i+2})^3.$$

В этом случае из формул (12) следует

$$\mathring{A}_1 = 1, \quad \mathring{A}_2 = -4, \quad \mathring{A}_3 = -4, \quad \mathring{A}_4 = 1, \quad \Delta = \sum_{j=1}^{4} \mathring{A}_j = -6.$$

Точная схема имеет вид

$$u_{\bar{x}x\bar{x}x,\, i} = \frac{1}{h^4} \int_{x_{i-2}}^{x_{i+2}} \mathring{S}_2 f dx,$$

где сплайн $\mathring{S}_2(x)$ построен на функциях $\mathring{v}_j(x)$.

4. В работе [3] построена точная разностная схема для уравнения $(pu')' - qu + f = 0$.

Проекция уравнения на сплайн $S_0(x)$ дает более простое выражение для точной схемы

$$(Au_{\bar{x}})_{x_i} - \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} S_0(x)[q(x)u(x) + f(x)]dx = 0,$$

где $S_0(x) = \begin{cases} \dfrac{v_1(x)}{v_1(x_i)}, & x_{i-1} \le x \le x_i, \\ \dfrac{v_2(x)}{v_2(x_i)}, & x_i \le x \le x_{i+1}, \end{cases}$

$$v_1(x) = \int_{x_{i-1}}^{x} \frac{ds}{p(s)}, \; v_2(x) = \int_{x}^{x_{i+1}} \frac{ds}{p(s)}, \; A_i = \frac{1}{v_1(x_i)}.$$

5. Используя сплайн $S_0(x)$, получаем точную схему для уравнения $(pu')' - qu + \lambda ru = 0$. Схема имеет вид

$$(Au_{\bar{x}})_{x,\, i} - \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} S_0(q + \lambda r)\, udx = 0, \; A_i = \frac{1}{v_1(x_i)}.$$

В отличие от схемы в [4] данная схема не содержит параметра λ в A_i.

6. Для получения точной схемы вблизи границы отрезка сплайн использует другую систему линейно независимых функций с учетом граничных условий (см., например, [2]).

7. Таким образом, все указанные методы построения приводят к одной и той же точной схеме.

8. Отметим, что схемы второго порядка точности в равномерной метрике исследованы в [8, 9]. Установлено, что оценки точности для достаточно гладких решений при естественных граничных условиях являются неулучшаемыми.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Все методы построения точной разностной схемы приводят к одной и той же форме записи разностной схемы. Однако метод проектирования на сплайн, который представлен в явном виде, упрощает построение и реализацию схемы, так как не требует решать задачи Коши для линейно независимых функций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бурханов Ш.А., Гуминская Н.А., Макаров В.Л., Приказчиков В.Г. О точных разностных схемах для обыкновенного дифференциального уравнения 4-го порядка. *Доклады Академии наук УССР*. Серия А. 1978. № 9. С. 778–780.
2. Приказчиков В.Г., Клунник О.О., Любомирська О.В. Сплайнові проекційні схеми для рівнянь 4-го порядку. *Обчислювальна та прикладна математика.* 1992. № 7. С. 49–59.
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Однородные разностные схемы высокого порядка точности на неравномерных сетках. *Журнал вычислительной математики и математической физики.* 1961. № 3. С. 425–440.
4. Приказчиков В.Г. Однородные разностные схемы высокого порядка точности для задачи Штурма–Лиувилля. *Журнал вычислительной математики и математической физики.* 1969. № 2. С. 315–336.
5. Корнейчук Н.П., Бабенко В.Ф., Лигун А.А. Экстремальные свойства полиномов и сплайнов. Киев: Наук. думка, 1992. 304 с.
6. Алберг Дж., Нильсон Э., Уолш Дж. Теория сплайнов и ее приложения. Москва: Мир, 1972. 319 с.
7. Роджерс Д., Адамс Дж. Математические основы машинной графики. Москва: Мир, 2001. 604 с.
8. Приказчиков В.Г., Химич А.Н. Точность разностной задачи на собственные значения для обыкновенного дифференциального уравнения четвертого порядка. *Вычислительная и прикладная математика.* Киев: Вища школа, 1977. Вып. 34. С. 148–155.
9. Химич А.Н., Приказчиков В.Г. Точность интегро-интерполяционного метода в задаче прогиба консольной пластины. *Вычислительная и прикладная математика*. 1976. Вып. 32. С. 112–119.

Надійшла до редакції 07.07.2016

В.Г. Приказчиков

МЕТОДИ ПОБУДОВИ ТОЧНОЇ РІЗНИЦЕВОЇ СХЕМИ ДЛЯ ЗВИЧАЙНОГО ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКУ

Анотація. Розглянуто побудову точних різницевих схем для рівняння четвертого порядку зі змінними коефіцієнтами. Для побудови використано отримані в явному вигляді розв'язки задачі Коші.

Ключові слова: точна різницева схема, задача Коші, сплайни, однорідне рівняння.

V.G. Prikazchikov

METHODS TO CONSTRUCT THE EXACT DIFFERENCE SCHEME FOR A DIFFERENTIAL EQUATION OF ORDER 4

Abstract. The paper deals with the construction of exact difference schemes for fourth-order equations with variable coefficients. To this end, we use the explicit solutions of the Cauchy problem.

Keywords: exact difference scheme, Cauchy problem, splines, homogeneous equation.

Приказчиков Виктор Георгиевич, доктор физ.-мат. наук, профессор Киевского национального университета имени Тараса Шевченко, e-mail: viktorprikazchikov@gmail.com.