

А. С. Бурый, аспирант; В. И. Симоновский, д-р техн. наук, проф. (Сумский государственный университет, г. Сумы, Украина)

Исследование крутильных колебаний валопровода оппозитной поршневой компрессорной установки

В работе изложена методика расчета собственных частот и форм крутильных колебаний, ориентированная на использование программного комплекса Mathcad. С помощью этой методики выполнен анализ крутильных колебаний валопровода оппозитной поршневой компрессорной установки 4GM25-25/8-34C.

Ключевые слова: поршневой компрессор, собственная частота крутильных колебаний, формы крутильных колебаний, частотное уравнение, условие резонанса.

У роботі викладена методика розрахунку власних частот і форм крутильних коливань, орієнтована на використання програмного комплексу Mathcad. За допомогою цієї методики виконано аналіз крутильних коливань валопроводу оппозитної поршневої компресорної установки 4GM25-25/8-34C.

Ключові слова: поршневий компресор, власна частота крутильних коливань, форми крутильних коливань, частотне рівняння, умова резонансу.

The paper presents the torsional natural frequencies and mode shapes calculation methods focused on the use of Mathcad software. A torsional vibration analysis of balanced-opposed reciprocating compressor system 4GM25-25/8-34C shafting has been conducted by using this method.

Keywords: reciprocating compressor, torsional natural frequency, torsional mode shapes, characteristic polynomial, resonant condition.

Введение

Тенденции в развитии компрессорной техники таковы, что производители стремятся к повышению ее производительности и энергоэффективности с одновременным уменьшением массогабаритных характеристик конструкции при сохранении ее надежности [1].

Основным путем повышения производительности поршневых компрессорных установок (ПКУ) является повышение частоты вращения двигателя. Вопрос экономичности и энергоэффективности решается использованием эффективных средств регулирования их производительности, например, использованием в качестве привода электродвигателей с регулируемой частотой вращения или газопоршневых двигателей, что предполагает работу установки в широком диапазоне частот, а не на одном номинальном режиме. При этом становится актуальной необходимость более точного учета влияния на работу установки такого опасного явления, как крутильные колебания.

Крутильные колебания – один из основных факторов, влияющих на вибронадежность ПКУ

вследствие полигармонического характера крутящего момента и неуравновешенности элементов валопровода. Расширение диапазона рабочих частот установки, повышение его верхнего порога, снижение массы, а с ней и жесткости конструкции может привести к появлению в рабочем диапазоне резонансных режимов.

Поэтому разработка достоверных математических моделей и программ, реализующих соответствующие расчеты, даст возможность достаточно точно прогнозировать уровень колебаний, а также разработать рекомендации по обеспечению требуемых норм по вибрациям.

В настоящее время в связи с появлением и широким распространением персональных компьютеров, систем программирования и мощных программных комплексов (систем автоматизированного проектирования (САПР), систем конечно-элементного анализа и систем компьютерной алгебры) задача расчета крутильных колебаний систем любой сложности существенно упрощается при значительном повышении точности результатов.

В монографии [2] описаны методы всестороннего исследования

крутильных колебаний силовых установок, начиная от подготовки исходных данных и кончая обработкой экспериментальных данных, изложены программы по расчетно-экспериментальному мониторингу крутильных колебаний с использованием системы компьютерной алгебры Mathcad. Однако стоит отметить, что при этом используются не самые простые и точные алгоритмы. Так, расчет свободных колебаний реализован с помощью приближенных методов цепных дробей Терских и последовательных приближений по Хольцеру, имеющих ряд недостатков. Возможности системы Mathcad позволяют значительно проще выполнить данный расчет, применяя матричные операции. В пособии [3] представлены матричные формы записи уравнений движения крутильно-колебательной системы со многими степенями свободы. Этот метод универсален, компактен в представлении исходной информации и расчетных уравнений, и, что немаловажно, легко реализуется с использованием компьютерных технологий.

В данной работе изложена методика расчёта собственных частот и форм крутильных колебаний, ори-

ентированная на использование программного комплекса Mathcad. С помощью этой методики выполнено исследование крутильных колебаний валопровода оппозитной поршневой компрессорной установки 4ГМ25–25/8–34С, разработанной в отделе поршневых машин ПАО Сумское НПО.

Техническая характеристика компрессорной установки

Компрессор 4ГМ25–25/8–34 С является основным звеном компрессорной установки и предназначен для сжатия природного газа путем повышения его давления с 8 кгс/см^2 до 34 кгс/см^2 при производительности, отнесенной к давлению всасывания, 25 м^3 газа в минуту. Компрессор представляет собой одноступенчатую поршневую машину, выполненную на четырехрядной оппозитной базе 4М25 с поршневым усилием на штоке 25 т . Работает без смазки цилиндров и уплотнений штоков. Частота вращения коленчатого вала $n_0 = 245 \text{ об/мин}$, средняя скорость поршня $3,3 \text{ м/с}$. Компрессорная установка разработана в соответствии с требованиями Американского института нефти и стандартом API 618. Общий вид валопровода установки представлен на рисунке 1.

Методика расчёта собственных частот и форм

Предлагаемая методика заключается в реализации матричного метода расчета крутильных колебаний в системах компьютерной алгебры (на примере системы **Mathcad**). Такой способ является наиболее простым для понимания и практического использования, так как при этом пользователю достаточно иметь лишь начальные навыки работы в конкретной системе и не требуется знания языков программирования для самостоятельного написания программ.

Расчету свободных колебаний предшествует приведение системы к дискретному виду и определение ее характеристик. Валопровод приводится к системе цепной структуры, то есть рассматривается модель, состоящая из абсолютно твердых дисков с осевыми моментами инерции, соединенных невесомыми упругими участками с крутильными жесткостями. Такая модель обладает приемлемой точностью для решения практических

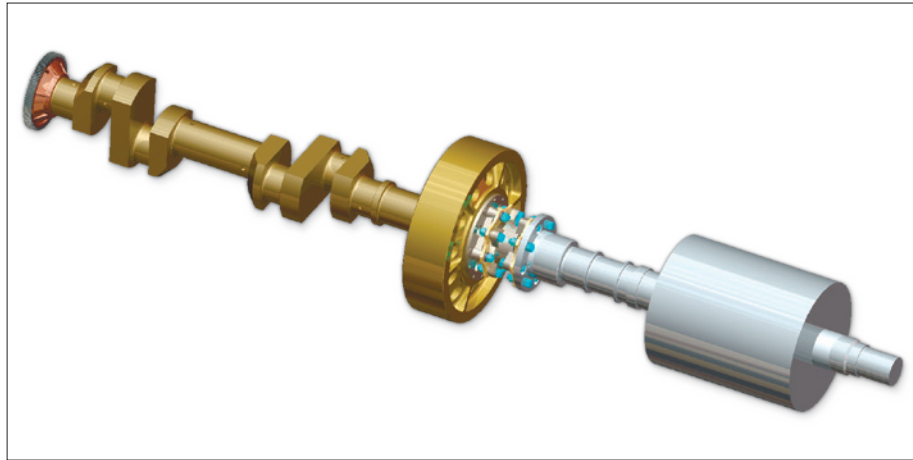


Рис. 1. Общий вид валопровода поршневой компрессорной установки

задач. При этом дифференциальные уравнения колебаний записываются в прямой форме.

Определение характеристик системы сводится к нахождению моментов инерции масс и крутильной жесткости или податливости участков валопровода между этими массами. В пособии по расчету крутильных колебаний [4] подробно описаны рекомендации по составлению расчетных схем. Информацию по определению моментов инерции и податливости участков валопровода можно найти практически в любом пособии по расчету крутильных колебаний.

Следует добавить, что с развитием САПР задача определения моментов инерции геометрически сложных тел (таких как колена кривошипа) упростилась. Достаточно построить 3D модель необходимого участка и, воспользовавшись встроенными функциями программы, получить все его геометрические характеристики. А применение систем конечно-

элементного анализа позволит получить более точные данные о крутильной жесткости сложных участков.

Расчетная схема валопровода рассматриваемой установки представлена на рисунке 2, а результаты расчета моментов инерции и податливостей участков сведены в таблицу 1.

Под поршневой массой в табл. 1 понимается приведенное (усредненное за оборот вала) значение момента инерции деталей кривошипно-шатунного механизма.

В матричном виде система уравнений, описывающая свободные крутильные колебания линейной системы без сопротивления имеет вид [3]:

$$[I]\{\ddot{\phi}\} + [c]\{\dot{\phi}\} = \{0\}, \quad (1)$$

где $[I]$ – диагональная матрица инерционных членов, элементами которой являются моменты инер-

Таблица 1. Результаты расчета моментов инерции и податливостей участков валопровода

№ массы	Наименование участка	Моменты инерции, $I, \text{кг}\cdot\text{м}^2$	Податливости, $e, \text{рад}/\text{Н}\cdot\text{м}$
1	Зубчатое колесо	8,56	
2	I колено и поршневая масса	56,797	$6,01 \cdot 10^{-9}$
3	II колено и поршневая масса	58,938	$4,66 \cdot 10^{-9}$
4	III колено и поршневая масса	58,938	$14,13 \cdot 10^{-9}$
5	IV колено и поршневая масса	60,861	$4,66 \cdot 10^{-9}$
6	Маховик и ведомая полумуфта	728,3	$12,95 \cdot 10^{-9}$
7	Проставка муфты	8,648	$10,785 \cdot 10^{-9}$
8	Ведущая полумуфта	17,209	$10,61 \cdot 10^{-9}$
9	Ротор электродвигателя	1180,1	$16,32 \cdot 10^{-9}$

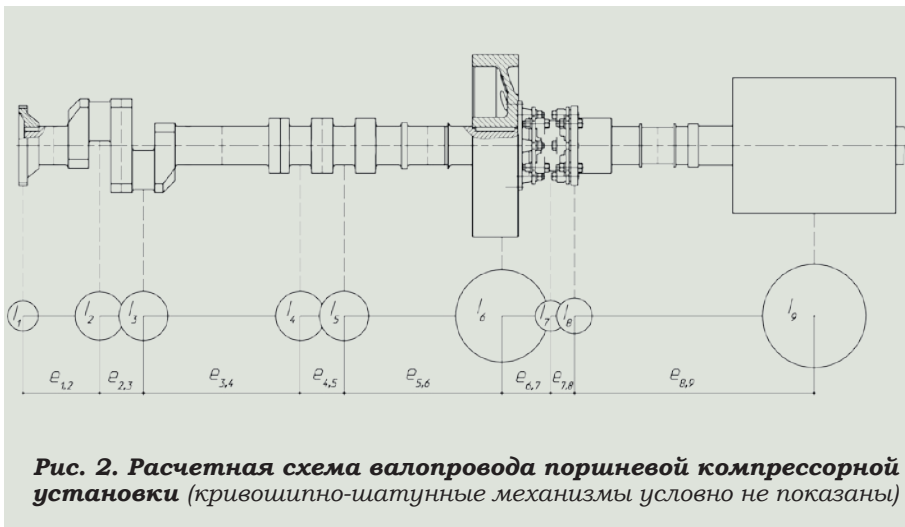


Рис. 2. Расчетная схема валопровода поршневой компрессорной установки (кривошипно-шатунные механизмы условно не показаны)

ции сосредоточенных масс, расположенные на главной диагонали; $[c]$ – ленточная матрица жесткости, также размером $n \times n$:

$$[I] = \begin{pmatrix} I_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & I_2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I_3 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & I_n \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$[c] = \begin{pmatrix} c_1 & -c_1 & 0 & \dots & 0 \\ -c_1 & (c_1 + c_2) & -c_2 & \dots & 0 \\ 0 & -c_2 & (c_2 + c_3) & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_{n-1} \end{pmatrix},$$

$\{\ddot{\phi}\} = (\ddot{\phi}_1, \ddot{\phi}_2, \dots, \ddot{\phi}_n)^T$, $\{\phi\} = (\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_n)^T$ – вектор-столбцы угловых ускорений и перемещений.

Подстановка частного решения в виде $\{\phi\} = \{a\} \sin(\omega \cdot t + \varepsilon)$, где $\{a\} = (a_1, a_2, \dots, a_n)^T$ – вектор-столбец амплитуд колебаний, ω – собственная частота, ε – начальная фаза колебаний, преобразует систему (1) к виду:

$$(-[I] \cdot \omega^2 + [c])\{a\} = \{0\}. \quad (3)$$

Она будет иметь нетривиальное решение тогда и только тогда, когда определитель этой системы равен нулю. Таким образом, получим частотное уравнение:

$$-|[I] \cdot \omega^2 + [c]| = 0. \quad (4)$$

В результате его решения найдем n собственных частот, одна из которых будет нулевой, что соответствует вращению вала, как единого целого, без деформаций. Далее известным образом вычисляются

формы собственных колебаний.

Рассмотрим реализацию данного алгоритма расчета собственных частот и форм крутильных колебаний в системе компьютерной алгебры Mathcad. Исходными данными для расчета будут вектор-столбцы вычисленных ранее значений моментов инерции и податливостей участков валопровода из табл. 1:

$$\{I^*\} = (I_1^*, I_2^*, \dots, I_n^*)^T, \quad (5)$$

$$\{e^*\} = (e_1^*, e_2^*, \dots, e_{n-1}^*)^T.$$

Сразу отметим, что фигурные и квадратные скобки в формулах используются исключительно для наглядности, чтобы выделить вектор-столбцы и матрицы. В тексте реальной программы их быть не должно, а обозначения векторов и матриц следует подбирать удобным и приемлемым для программы способом.

Определим матрицу жесткости: $c_j^* = 1/e_j^*$, $j = 1 \dots (n-1)$, $\{c^*\} = (c_1^*, c_2^*, \dots, c_{n-1}^*)^T$.

Составим матрицы необходимого для расчета вида (2). Матрица $[I]$ будет содержать только элементы главной диагонали: $I_{i,i} = I_i^*$, $i = 1 \dots n$. Элементы матрицы $[c]$ определяются согласно соотношениям: $c_{1,1} = c_1^*$,

$c_{n,n} = c_{n-1}^*$, $c_{k,k} = c_{k-1}^* + c_k^*$, $k = 2 \dots (n-1)$, $c_{j+1,j} = c_{j,j+1} = -c_j^*$, $j = 1 \dots (n-1)$. Остальные элементы матриц по умолчанию равны нулю.

Возможности системы Mathcad позволяют напрямую решить частотное уравнение (4). Используя оператор символьного решения **solve** в сочетании со знаком символьного равенства “ \rightarrow ” получим решение: вектор-столбец квадратов собственных частот, расположенных в произвольном порядке. Применение функции **sort** поможет исправить эту проблему. Отбросив первое нулевое значение и извлекая корень, получим искомый вектор значений собственных частот: $\{\Omega\} = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{n-1})^T$.

Если выполнить некоторые преобразования, отбросив последнее уравнение и положить амплитуду колебаний 1-й массы единице, из системы уравнений (3) получим модальную матрицу относительных амплитуд $\{A\}$ размером $(n-1) \times n$:

$$A_{s,1} = 1, \quad A_{s,j+1} =$$

$$= A_{s,j} - \omega_s^2 \cdot e_j^* \cdot \sum_{m=1}^j (I_m \cdot A_{s,m}), \quad (6)$$

$$j = 1 \dots (n-1),$$

где каждая строка с номером $s = 1 \dots (n-1)$ содержит форму колебаний соответствующей собственной частоты. Еще одно преимущество использования системы **Mathcad** заключается в том, что тут же без особого труда эти формы можно представить в графическом виде.

Результаты расчёта

Результаты расчета собственных частот валопровода установки приведены в таблице 2.

Формы колебаний дают возможность увидеть, какие массы колеблются с наибольшими амплитудами, а узловые точки (точки пресечения кривой с осью вала) указывают участки, на которых возникают наи-

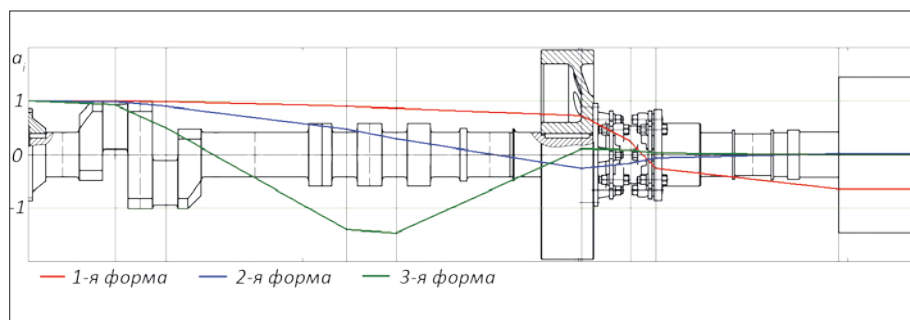


Рис. 3. Формы собственных крутильных колебаний валопровода поршневой компрессорной установки

большие крутящие моменты, а соответственно и знакопеременные напряжения. Модуль разности относительных амплитуд соседних масс пропорциональны напряжениям на данном участке. На рисунке 3 представлены три первые формы свободных колебаний валопровода. Как видим, при резонансе с первой собственной частотой наибольшая нагрузка придется на муфту.

Крутящий момент поршневого компрессора является полигармоническим вынуждающим воздействием. С помощью гармонического анализа его можно разложить в ряд гармонических составляющих с частотами, кратными частоте основной гармоники, то есть частоте вращения вала. Чтобы избежать работы установки на резонансных режимах, необходимо, чтобы ни одна из собственных частот не приближалась ни к одной из гармоник крутящего момента.

Для наглядного определения возможных резонансных режимов воспользуемся частотной диаграммой Кэмпбелла. При ее построении по оси абсцисс в виде вертикальных линий откладываются значения рабочих частот (об/мин), а по оси ординат – горизонтальные прямые критических частот (Гц). Также строится ряд наклонных прямых вида $y = k \cdot x / 60$, соответствующих гармоникам вынуждающего воздействия, где k – номер гармоники. Далее определяются точки пересечения прямых номинальной частоты установки и собственных частот колебаний валопровода. Если эти точки близки к прямым гармоник – возможен резонанс.

Как показывает диаграмма, представленная на рис. 4, в нашем случае точка пересечения прямых номинальной и первой собствен-

ной частот находится между прямыми восьмой и девятой гармоник, ближе к последней. Согласно стандарту API 618, разработанному американским институтом нефти, работа ПКУ не допускается, если одна из собственных частот крутильных колебаний попадает в зону $\pm 10\%$ относительно рабочей частоты или в зону $\pm 5\%$ относительно любой другой гармоники вплоть до десятой. Выполним проверку: первая собственная частота $n_1 = 2087 \text{ мин/об}$; нижняя граница 9-й гармоники: $0,95 \cdot 9 \cdot 245 = 2095 \text{ об / мин} > n_1$.

Таким образом, исследуемая ПКУ работает вне резонансных режимов.

Выводы

В данной работе изложена методика, реализующая матричный

метод расчета собственных частот и форм крутильных колебаний в системе компьютерной алгебры **Mathcad**. С её помощью выполнено исследование крутильных колебаний валопровода оппозитной поршневой компрессорной установки 4ГМ25–25/8–34С; найдены собственные частоты и построены соответствующие им формы.

Расчет показал, что при работе установки резонансные режимы отсутствуют.

Список литературы:

1. Пронин В. А. Тенденции развития компрессорной техники / В. А. Пронин // Научный журнал НИУ ИТМО. Серия «Холодильная техника и кондиционирование». – 2014. – № 1 (14). – С. 9.

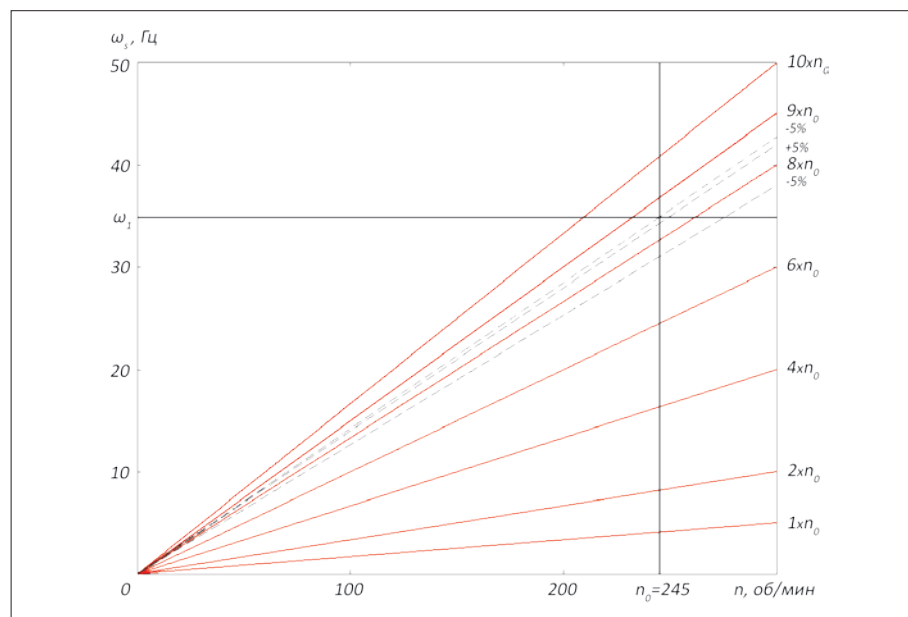


Рис. 4. Диаграмма Кэмпбелла

Таблица 2. Собственные частоты крутильных колебаний валопровода поршневой компрессорной установки

№	Частота, колеб/мин	Частота, рад/с	Частота, Гц
1	2087	218,56	34,785
2	4886	511,71	81,44
3	11670	1222	194,43
4	22270	2333	371,25
5	25490	2670	424,89
6	28290	2962	471,45
7	45880	4805	764,67
8	48070	5034	801,14

2. Ефремов Л. В. Теория и практика исследований крутильных колебаний силовых установок с применением компьютерных технологий / Л. В. Ефремов – СПб.: Наука, 2007. – 276 с.

3. Лашко В. А. Матричные методы в расчетах крутильных колебаний силовых установок с ДВС: Учебное пособие. / В. А. Лашко, М. В. Лейбович. – Хабаровск: Изд-во Хабар. гос. техн. ун-та, 2003. – 211 с.

4. Терских В. П. Крутильные колебания валопроводов силовых установок. Т. 1. Элементы системы и возмущающие моменты / В. П. Терских. – Л.: Судостроение. – 1969. – 206 с.