УДК 378.147
Губаль Г.М.
Луцький національний технічний університет

ЗАСТОСУВАННЯ КЕЙС-МЕТОДУ У ВИКЛАДАННІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ ТА ПРИКЛАД НАУКОВО-ДОСЛІДНОГО КЕЙСУ

Губаль Г. М. Застосування кейс-методу у викладанні вищої математики та приклад науково-дослідного кейсу. У статті розглядається застосування кейс-методу у викладанні вищої математики та приклад науково-дослідного кейсу. Обгрунтовано важливість застосування кейс-методу для засвоєння знань. Показано шляхи підвищення якості та ефективності процесу навчання з вищої математики застосуванням кейс-методу у викладанні вищої математики. Розроблено приклад науково-дослідного кейсу.
Ключові слова: кейс-метод, ситуація, кейс-завдання, науково-дослідний кейс, диференціальне рівняння.
Літ. 6.

Губаль Г. Н. Применение кейс-метода в преподавании высшей математики и пример научно-исследовательского кейса. В статье рассматривается применение кейс-метода в преподавании высшей математики и пример научно-исследовательского кейса. Обосновано важность применения кейс-метода для усвоения знаний. Показано пути повышения качества и эффективности процесса обучения высшей математике использованием кейс-метода в преподавании высшей математики. Разработано пример научно-исследовательского кейса.
Ключевые слова: кейс-метод, ситуация, кейс-задание, научно-исследовательский кейс, дифференциальное уравнение.
Лит. 6.

Hubal H. M. Application of Case study in teaching of higher mathematics and an example of a research Case study. Application of Case study in teaching of higher mathematics and an example of a research Case study are considered in the article. The importance of Case study to the assimilation of knowledge is proved. Ways to improve the quality and effectiveness of learning higher mathematics using Case study in teaching of higher mathematics are presented. An example of a research Case study is presented.
Keywords: Case study, situation, Case assignment, research Case study, differential equation.
Bibl. 6.

Вступ. Для досягнення високих результатів у навчанні необхідно використовувати в навчальному процесі активні й інтерактивні методи навчання.

Серед інтерактивних методів навчання в даний час все більшу актуальність набуває кейс-метод (Case study) – метод аналізу ситуацій [1-6]. Суть методу полягає в тому, що студентам пропонують обдумати реальну життєву ситуацію, опис якої одночасно відображає не тільки яку-небудь практичну проблему, але й актуалізує певний комплекс знань, який необхідно засвоїти при розв'язанні даної проблеми. При цьому сама проблема не має однозначних рішень.

Кейс-метод базується на наданні студентам інформаційних освітніх ресурсів у вигляді спеціальних наборів (кейсів) навчально-методичних матеріалів, призначених для вивчення. Завдання викладача полягає у виборі реального матеріалу, а студенти повинні розв'язати поставлену проблему і одержати оцінку своїх дій від інших студентів і викладача. При цьому можливі різноманітні варіанти розв'язання проблеми. Тому викладач повинен допомогти студентам розмірковувати, дискутувати, сперечатись, а не нав'язувати їм свою думку. Викладач направляє бесіду або дискусію, наприклад, за допомогою проблемних питань у втягування студентів у процес аналізу кейса і пошуку варіантів розв'язання. При цьому викладач може нагадувати теоретичний матеріал, пояснювати, узагальнювати.

Основна частина. Кейс-метод найчастіше застосовується при вивченні гуманітарних дисциплін, однак він може бути використаний і при вивченні вищої математики.

Зауважимо, що кейс-метод почав застосовуватись ще на початку XX-го століття в області права і медицини, як метод активного навчання, найбільш наближений до практики.

Перевагами кейс-методу є: створення проблемної ситуації на основі фактів з реального життя, колективний характер пізнавальної діяльності, творчий підхід до пізнання, поєднання теоретичних знань і практичних навиків.

Типи кейсів:

- практичний;
- навчальний;
- науково-дослідний.

Практичний кейс містить життєві ситуації, в яких можливо застосування знань з вищої математики. При цьому їх навчальне призначення зводиться до тренінгу студентів, закріпленню знань, умінь і навиків з можливим включенням альтернативних ситуацій, з яких необхідно вибрати оптимальний варіант. Будується алгоритм дій з перевіркою проміжних відповідей.

Навчальний кейс містить навчальні (умовні) ситуації в предметній області «Вища математика». При цьому формується змістовна модель кейс-завдання. Наводяться взаємопов'язані підзадачі, розв'язання яких повинно привести до розв'язання поставленої задачі.

Науково-дослідний кейс містить математичну модель для одержання нових знань про ситуацію і поведінку в ній. При цьому допускається побудова декількох математичних моделей, які можуть використовувати різні розділи вищої математики, що приводять до розв'язання кейс-завдання. Навчання зводиться до науково-дослідних робіт.

Кейс-метод розвиває навчально-інформаційні компетенції, комунікативні компетенції, дозволяє встановити оптимальне поєднання теорії і практики.

Використання кейс-методу при вивченні вищої математики дає можливість:

- формувати представлення про вищу математику, використання якої дозволяє пізнавати дійсність, описуючи і вивчаючи реальні процеси і явища;
- розвивати вміння працювати з навчально-методичними матеріалами і науковими роботами з вищої математики, точно і грамотно математично виражати свої думки, використовувати логічні обґрунтування, доведення;
- розвивати вміння будувати і досліджувати математичні моделі реальних ситуацій;
- розвивати вміння застосовувати вивчений математичний апарат для розв'язування практичних задач і задач із суміжних дисциплін.

При розв'язуванні кейс-завдань з вищої математики необхідно дотримуватись наступних етапів:

- знайомство з ситуацією, її особливостями. Аналіз ситуації і визначення проблеми;
- визначення можливих методів розв'язання проблеми;
- прийняття рішень по вибору методу і теоретичного апарату;
- побудова математичної моделі;
- розв'язання проблеми;
- перевірка розв'язання.

Кейс-завдання з вищої математики можуть надаватись як для індивідуальної, так і для групової роботи студентів.

Науково-дослідні кейс-завдання являються завданнями більш високого рівня складності.

Для наведеного нижче прикладу науково-дослідного кейсу необхідно застосувати знання з вищої математики та інших наук (екологія, біологія, ботаніка, зоологія, хімія, фізика).

Кейс «Застосування диференціальних рівнянь та систем диференціальних рівнянь».

Тип кейса: науково-дослідний.

Зміст кейса:

Навести приклади коливальних процесів у природі. Побудувати та розв'язати диференціальне рівняння для хімічної реакції в гомогенному (однорідному) середовищі, яка відображає важливі особливості періодичних хімічних реакцій (хімічних реакцій, які протікають у коливальному режимі) у біосистемах. Показати, що мають місце затухаючі коливання.

Наведемо розв'язання даного кейс-завдання.

Множина явищ навколишнього життя показує, що в тварин і рослин, у тому числі навіть в одноклітинних наявні біологічні годинники. Про це свідчать ритмічні скорочення серця, закриття вінчиків багатьох квітів з настанням темноти, періодична зміна інтенсивності фотосинтезу в рослин, коливання розмірів ядер у клітинах та інше.

Усе живе існує в зовнішніх умовах, що періодично змінюються: день змінюється на ніч, прилив – відливом, періодично чергуються пори року і т.д.

Очевидно, що для найкращого пристосування до періодичних зовнішніх умов необхідно мати свій годинник, щоб знати заздалегідь, коли, наприклад, наступить ніч, і встигнути до цього приготуватись.

Крім того, коливальні системи мають ряд важливих особливостей. Одна з них – здатність до взаємної синхронізації, завдяки чому годинник може настроюватись вірно, і з множини слабо зв'язаних коливальних процесів виникає гармонія періодичного явища. Наприклад, на енцефалограмі, яка реєструє біоструми мозку, видно періодично повторювані піки, що слідують один за одним з частотою біля 9 *гц*. Це так званий α-ритм мозку, який керує багатьма нервовими процесами. Зокрема, стробування зображення оком відбувається з частотою 9–10 *гц*. α-ритм формується в результаті взаємної синхронізації множини елементарних генераторів біострумів, розміщених у мозку, які мають біохімічну природу.

Результат зовнішнього впливу на коливальний процес також залежить від того, у який момент часу цей вплив відбувся. Впливи, однакові за силою і характером, можуть привести до протилежних результатів, якщо вони здійснились у різні моменти, або, як кажуть, у різні фази. Інколи навіть слабка, але повторювана дія може здійснити сильний вплив, якщо вона діє в потрібний момент. Очевидно, що цю обставину природа використовувала і використовує при створенні досконалих витворів – живих істот.

Таким чином, живій природі необхідні коливальні процеси, які синхронізовані з часом доби.

Розглянемо побудову диференціального рівняння для хімічної реакції в гомогенному середовищі.

Нехай у деякому об’ємі знаходиться в надлишку речовина P_1, тобто в процесі реакції витрати речовини P_1 майже непомітні. Молекули речовини P_1 з деякою постійною швидкістю λ_0 перетворюється в молекули речовини X (тут ми маємо справу з реакцією нульового порядку). Речовина X може перетворюватись у речовину Y. Це вже реакція другого порядку, оскільки швидкість її тим більша, чим більша концентрація речовини Y. У наведеній нижче кінетичній схемі на цю залежність указує обернена стрілка над символом Y. Молекули речовини Y у свою чергу незворотньо розпадаються, у результаті утворюється речовина P_2 (реакція першого порядку).

Кінетична схема цієї реакції виглядає наступним чином:

$$P_1 \xrightarrow{\lambda_0} X \xrightarrow{\lambda_1} \overset{\hookleftarrow}{Y} \xrightarrow{\lambda_2} P_2.$$

Побудуємо математичну модель цієї реакції, позначивши для спрощення символами X, Y і P_2 концентрації відповідних речовин:

$$\begin{cases} \dfrac{dX}{dt} = \lambda_0 - \lambda_1 XY, \\ \dfrac{dY}{dt} = \lambda_1 XY - \lambda_2 Y, \\ \dfrac{dP_2}{dt} = \lambda_2 Y. \end{cases} \qquad (1)$$

Оскільки перші два диференціальні рівняння не залежать від P_2, то їх можна розглядати окремо. З’ясуємо спочатку, чи може ця реакція протікати так, щоб швидкість утворення речовини P_2 залишалась постійною. Це буде в тому випадку, коли концентрації X і Y не змінюються з часом, тобто:

$$\frac{dX}{dt} = 0 \quad \text{і} \quad \frac{dY}{dt} = 0.$$

З цих умов згідно з (1) одержимо два алгебраїчні рівняння, які пов’язують рівноважні концентрації $\bar{X}$ і $\bar{Y}$:

$$\begin{cases} \lambda_0 - \lambda_1 \bar{X}\bar{Y} = 0, \\ \lambda_1 \bar{X}\bar{Y} - \lambda_2 \bar{Y} = 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Розв’язком системи (2) є:

$$\bar{X} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}, \quad \bar{Y} = \frac{\lambda_0}{\lambda_2}.$$

Задамо для концентрацій X і Y малі відхилення $x(t)$ і $y(t)$ від рівноважних концентрацій $\bar{X}$ і $\bar{Y}$, тобто:

$$X(t) = \bar{X} + x(t), \quad Y(t) = \bar{Y} + y(t).$$

Підставляючи ці вирази в рівняння (1) з урахуванням розв’язку системи (2) і що $\bar{X}$ і $\bar{Y}$ – величини сталі, одержимо систему диференціальних рівнянь для відхилень $x(t)$ і $y(t)$:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\lambda_2 y - \lambda_1 xy - \dfrac{\lambda_1\lambda_0}{\lambda_2} x, \\ \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{\lambda_1\lambda_0}{\lambda_2} x + \lambda_1 xy. \end{cases}$$

Нехтуючи членами, що містять величини другого порядку мализни xy, одержимо лінеаризовану систему для відхилень:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\lambda_2 y - \dfrac{\lambda_1\lambda_0}{\lambda_2} x, \\ \dfrac{dy}{dt} = \dfrac{\lambda_1\lambda_0}{\lambda_2} x. \end{cases} \qquad (3)$$

Зауважимо, що в системі (3) на відміну від системи (1) величини x і y можуть змінювати знак, тоді як вихідні змінні X і Y, які являються концентраціями, можуть бути тільки додатними.

Позначимо $\dfrac{\lambda_1\lambda_0}{\lambda_2} = 2\delta$, $\lambda_1\lambda_0 = \delta_1^2$ і перейдемо до одного диференціального рівняння другого порядку для $x(t)$. Тоді, запишемо систему (3) у вигляді:

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -\dfrac{\delta_1^2}{2\delta} y - 2\delta x, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2\delta x. \end{cases}$$

Продиференціювавши перше з одержаних рівнянь по t, одержимо:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{\delta_1^2}{2\delta} \cdot \frac{dy}{dt} - 2\delta \frac{dx}{dt}.$$

Підставляючи в одержане диференціальне рівняння значення $\dfrac{dy}{dt}$ з другого рівняння системи, одержимо диференціальне рівняння:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\delta \frac{dx}{dt} + \delta_1^2 x = 0. \qquad (4)$$

Характеристичне рівняння цього лінійного однорідного диференціального рівняння зі сталими коефіцієнтами має вигляд:

$$k^2 + 2\delta k + \delta_1^2 = 0.$$

Його корені $k_{1,2} = -\delta \pm \sqrt{\delta^2 - \delta_1^2}$.

Якщо $\delta^2 - \delta_1^2 < 0$ або $\lambda_2^2 > \dfrac{\lambda_1\lambda_0}{4}$ (корені характеристичного рівняння комплексно-спряжені), то, поклавши $\delta^2 - \delta_1^2 = -\omega^2$ (тоді $k_1 = -\delta + \omega i,\ k_2 = -\delta - \omega i$), загальний розв'язок рівняння (4) можна записати у вигляді:

$$x = e^{-\delta t}(C_1 \cos\omega t + C_2 \sin\omega t). \quad (5)$$

Зауважимо, що нерівність $\lambda_2^2 > \dfrac{\lambda_1\lambda_0}{4}$ одержується з нерівності $\delta^2 - \delta_1^2 < 0$ наступним чином:

$$\delta^2 - \delta_1^2 = \left(\frac{\lambda_1\lambda_0}{2\lambda_2}\right)^2 - \lambda_1\lambda_0 = \lambda_1\lambda_0\left(\frac{\lambda_1\lambda_0}{4\lambda_2^2} - 1\right).$$

Тоді $\lambda_1\lambda_0\left(\dfrac{\lambda_1\lambda_0}{4\lambda_2^2} - 1\right) < 0$. Оскільки λ_1 і λ_0 можуть бути тільки додатними, то $\dfrac{\lambda_1\lambda_0}{4\lambda_2^2} - 1 < 0$, звідки $\lambda_2^2 > \dfrac{\lambda_1\lambda_0}{4}$.

Помноживши і поділивши праву частину рівняння (5) на $\sqrt{C_1^2 + C_2^2}$ і позначивши

$$\sqrt{C_1^2 + C_2^2} = A, \quad \frac{C_1}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} = \sin\alpha, \quad \frac{C_2}{\sqrt{C_1^2 + C_2^2}} = \cos\alpha$$

(враховуючи, що $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$), одержимо:

$$x = Ae^{-\delta t}(\sin\alpha\cos\omega t + \cos\alpha\sin\omega t).$$

Тоді розв'язок (5) запишемо у вигляді:

$$x = Ae^{-\delta t}\sin(\omega t + \alpha). \qquad (6)$$

Вираз (6) вказує на те, що мають місце затухаючі коливання, де ω – частота коливань, $Ae^{-\delta t}$ – амплітуда коливань, яка в початковий момент часу ($t = 0$) дорівнює A, а з плином часу зменшується.

Зауважимо, що однією з самих досконалих коливальних систем, створених природою, є серце. Правильність роботи серця визначається синхронною роботою груп м'язів, які забезпечують позмінне скорочення шлуночків і передсердь. Синхронізацію роботи серця здійснює синусовий вузол серця, що виробляє з певною частотою синхронізуючі імпульси електричної напруги. Якщо синхронний режим скорочення серцевих м'язів порушується, то можуть настати так звані фібриляції – хаотичні спазми окремих волокон серцевого м'язу, які, якщо не прийняти екстрених мір, приводять до загибелі організму. Термінові міри полягають в насильній синхронізації серця за допомогою спеціального масажу або електричних імпульсів від лабораторного генератора. Іноді мініатюрний електронний генератор синхронізуючих імпульсів навіть вживлюють в організм. Синхронізація коливань серцевого м'яза проходить на фізіологічному рівні, в ній головну роль відіграє нервова система.

У житті окремих клітин і колективів клітин коливання і синхронізація цих коливань також є. Різні органели клітини – ядро, рибосоми, мітохондрії – коливаються, змінюючи свою форму і об'єм. Коливання ядра, очевидно, сприяє більш інтенсивному обміну речовинами між ядром і цитоплазмою клітини, зокрема більш інтенсивному обміну молекулами, які несуть генетичну інформацію.

Висновки. Таким чином, у статті розглянуто застосування кейс-методу у викладанні вищої математики та показано, що кейс-метод сприяє розвитку вмінь аналізувати ситуацію, оцінювати альтернативи, вибирати оптимальний варіант і складати план його здійснення, формує навики самостійно будувати алгоритми розв'язання задач, виробляє стійкий навик розв'язання практичних задач, формує цікавість і позитивну мотивацію до навчання, підвищує якість і ефективність процесу навчання.

Розроблено приклад науково-дослідного кейсу.

1. Еремин А.С. Обеспечение учебной работы с использованием кейс-метода / А.С. Еремин // Инновации в образовании. – 2010. – № 4. – С. 77–90.
2. Жигилей И.М. Формирование профессиональных компетенций с помощью кейс-метода в высшем образовании / И.М. Жигилей // Преподаватель XXI век. – 2012. – № 1. – С. 29–36.
3. Кейс-метод. Окно в мир ситуационной методики обучения (Case study) [Электронный ресурс] / Управление образовательных и культурных программ Государственного Департамента США, 2007. – Режим доступа: http://www.casemethod.ru, своб. – Загл. с экрана.
4. Погребельная Н.И. Кейс-метод как условие формирования исследовательских способностей студентов вуза / Н.И. Погребельная // Наука и школа. – 2008. – № 1. – С. 73–76.
5. Cameron A. The live teaching case: a new IS method and its application / A. Cameron, M. Trudel, R. Titah, P.Leger, P. Blakey // Journal of information Technology Education. – 2012, – Vol. 11. – P. 27–42.
6. Herreid C. Case study teaching / C. Herreid // New Directions for Teaching and Learning. – 2011. – Vol. 2011, No. 128. – P. 31–40.