УДК 536.21
Карашецький В.П. к.т.н., Яркун В.І.
Національний лісотехнічний університет України

АВТОМАТИЗОВАНА ВЕБ-СИСТЕМА ПІДБОРУ І ВІДОБРАЖЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ АПРОКСИМАНТ ДЛЯ ОДНОВИМІРНИХ ТА ДВОВИМІРНИХ ЗАЛЕЖНОСТЕЙ

Карашецький В.П., Яркун В.І. Автоматизована веб-система підбору і відображення оптимальних апроксимант для одновимірних та двовимірних залежностей. Розроблено методику і програмне забезпечення автоматизованої веб-системи підбору, відображення оптимальних апроксимант для таблично заданих одновимірних та двовимірних залежностей. Розроблене програмне забезпечення представляє веб-сайт. Дану веб-систему можна застосовувати для математичного опису досліджуваних процесів у різних предметних областях. Для отримання розв'язку задачі апроксимації застосовано метод найменших квадратів. В якості апроксимант використано повні поліноми першого, другого, третього степенів та найбільш типові одновимірні залежності.
Ключові слова: апроксимація, метод найменших квадратів, оптимальна апроксиманта, повний поліном, Java, Jzy3d, Hibernate, PrimeFaces.

Карашецкий В.П., Яркун В.И. Автоматизированная веб-система подбора и отображения оптимальных аппроксимант для одномерных и двумерных зависимостей. Разработана методика и программное обеспечение автоматизированной веб-системы подбора, отображения оптимальных аппроксимант для таблично заданных одномерных и двумерных зависимостей. Разработанное программное обеспечение представляет веб-сайт. Данную веб-систему можно применять для математического описания исследуемых процессов в различных предметных областях. Для получения решении задачи аппроксимации применен метод наименьших квадратов. В качестве аппроксимант использовано полные полиномы первого, второго, третьего степеней и наиболее типичные одномерные зависимости.
Ключевые слова: аппроксимация, метод наименьших квадратов, оптимальная аппроксимант, полный полином, Java, Jzy3d, Hibernate, PrimeFaces.

Karashetskyy V.P., Yarkun V.I. Automated web-based system for selecting and displaying optimal approximants for one-dimensional and two-dimensional dependencies. The technique and software of the automated web-system of selection and display of optimal approximants for tabulated one-dimensional and two-dimensional dependencies. To obtain a solution of the approximation problem, the classic method of least squares is applied. To obtain a unified solution of the approximation problem, we use a complete polynomials of the first, second, third orders and the most typical one-dimensional dependencies.
Keywords: approximation, least squares method, optimal approximant, full polynomial, Java, Jzy3d, Hibernate, PrimeFaces.

Постановка проблеми. Результати експериментальних досліджень часто отримують у вигляді таблично заданої функції. Враховуючи те, що кожна з точок, які входять у таблицю експериментальних даних, не є абсолютно достовірною внаслідок впливу ряду випадкових факторів, виникає завдання представити досліджуваний процес у вигляді математичної залежності.

Аналіз досліджень. В ході дослідження розглянуто існуючі системи отримання апроксимант. У роботі [3] описано пакет програм апроксимації функцій за різними способами наближення, розроблений в Інституті кібернетики імені В.М. Глушкова. Надається опис програмного комплексу найкращої рівномірної апроксимації як складової пакета. Наводиться огляд та порівняльні характеристики аналогічних програмних засобів[3].

Пропонується веб-система підбору, відображення оптимальних апроксимант для таблично заданих одновимірних та двовимірних залежностей. В якості апроксимант використано повні поліноми першого, другого, третього степенів та найбільш типові одновимірні залежності.

Виклад основного матеріалу й обґрунтування отриманих результатів дослідження. Часто для побудови функціональних залежностей використовують метод апроксимації, суть якого полягає в тому щоб замінити деяку залежність, наприклад, у двовимірному випадку $z = f(x, y)$, яка відома лише для деякої кількості значень x та y на іншу залежність $z = g(x, y)$ так, щоб відхилення $f(x, y)$ від $g(x, y)$ на множині значень X та Y було найменшим. Функція $g(x, y)$ при цьому називається апроксимантою. Для побудови функціональних залежностей досліджуваних процесів використовується метод найменших квадратів. Апроксимувати таблично задану функцію методом найменших квадратів означає серед всіх апроксимант даного класу вибрати ту, для якої сума S квадратів відхилень δ_i значень апроксиманти у вузлах x_i та y_i від табличних значень z_i буде найменшою

$$S = \sum_{i=1}^{m} (g(x_i, y_i) - z_i)^2 = \sum_{i=1}^{m} \delta_i^{\,2} \to \min . \qquad (1)$$

Однак при такій постановці задача апроксимації експериментальних даних має багато розв'язків. Для отримання єдиного розв'язку цієї задачі потрібно надати $g(x, y)$ певного вигляду, наприклад, повного поліному n-го степеня

$$g(x, y) = a_0 + a_1 x + a_2 y + a_3 xy + a_4 x^2 + a_5 y^2 + \ldots + a_{w-1} x^n + a_w y^n , \qquad (2)$$

де $w = \frac{(2+n)!}{2!n!}$.

З урахуванням (2) запишемо вираз (1) у вигляді

$$S = \sum_{i=1}^{m} (a_0 + a_1 x_i + a_2 y_i + a_3 x_i y_i + a_4 x_i^{\,2} + a_5 y_i^{\,2} + \ldots + a_{w-1} x_i^{\,n} + a_w y_i^{\,n} - z_i)^2 = \sum_{i=1}^{m} \delta_i^{\,2} \to \min . \qquad (3)$$

Очевидно, що величина S – це багатопараметрична функція на множині $a_i, (i = 0, \ldots, w)$. Мінімум такої функції знаходиться при виконанні умов вигляду:

$$\frac{\partial S}{\partial a_0} = 0; \frac{\partial S}{\partial a_1} = 0; \frac{\partial S}{\partial a_2} = 0; \frac{\partial S}{\partial a_3} = 0; \frac{\partial S}{\partial a_4} = 0; \frac{\partial S}{\partial a_5} = 0; \ldots \frac{\partial S}{\partial a_{w-1}} = 0; \frac{\partial S}{\partial a_w} = 0. \qquad (4)$$

Розв'яжемо систему рівнянь виду (4) відносно коефіцієнтів $a_0, a_1, a_2, \ldots a_w$ для кожного з повних поліномів першого, другого, та третього степенів одним із відомих чисельних методів, наприклад, методом Гауса. В результаті отримаємо шукані коефіцієнти апроксимант для кожного з цих поліномів.

Якість апроксимації оцінюватимемо на підставі коефіцієнта детермінації R^2, який визначається [1] наступним чином:

$$R^2 = 1 - \frac{S}{S_{tot}} , \qquad (5)$$

де

$$S_{tot} = \sum_{i=1}^{m} (z_i - \bar{z})^2 ; \qquad (6)$$

$$\bar{z} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} z_i . \qquad (7)$$

Оптимальною вважатимемо ту з отриманих апроксимант, у якої значення коефіцієнта детермінації є найбільшим.

Для одновимірного випадку в якості апроксимант окрім повних поліномів першого, другого, та третього степенів використаємо також найбільш типові одновимірні залежності: $y = ax + b$; $y = be^{ax}$; $y = be^{a/x}$; $y = b10^{ax}$; $y = a \ln x + b$; $y = bx^a$; $y = ax^{-1} + b$; $y = a/e^x + b$; $y = a/(1/x + b)$; $y = ax^2 + bx + c$; $y = a \ln x + bx + c$; $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Розроблене програмне забезпечення представляє веб-сайт, у головному вікні якого (рис. 1) натисненням на кнопку "Login" здійснюється перехід на реєстрацію.

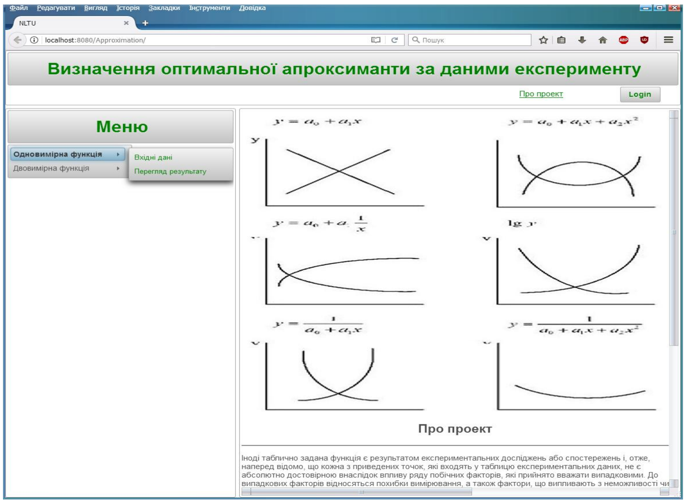

Рис. 1. Головне вікно сайту

Після успішного виконання реєстрації, для підбору і відображення оптимальної апроксиманти для одновимірної залежності користувач вибирає елемент меню "Одновимірна функція" і підпункт "Вхідні дані". З'являється вікно графічного інтерфейсу системи (рис. 2). Спочатку користувачу необхідно порядково заповнити таблицю вхідних величин. Для цього потрібно вводити у відповідні поля значення величин x_i, y_i по кожному i -ому вузлу і натискати кнопку "Ввести значення".

Рис. 2. Вікно графічного інтерфейсу системи для одновимірної залежності

Після натискання кнопки "Ввести значення" з'являється діалогове вікно з повідомленням про введення вказаних значень (рис. 3) або нагадуванням про необхідність заповнення полів (рис 4).

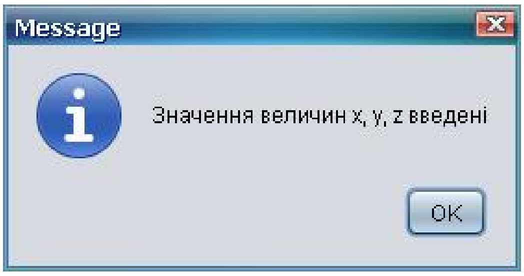

Рис. 3. Діалогове вікно з повідомленням про введення вказаних значень

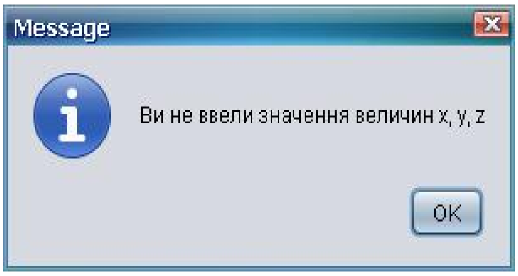

Рис. 4. Діалогове вікно з нагадуванням про необхідність заповнення полів

Кнопки "Видалити рядок" та "Очистити таблицю" призначені відповідно для видалення останнього введеного рядка таблиці та очищення вмісту усієї таблиці. При натисканні на кнопку "Видалити рядок" чи "Очистити таблицю" на екрані відображається діалогове вікно відповідно для видалення останнього введеного рядка таблиці (рис. 5), чи очищення таблиці (рис. 6), яке вимагає підтвердження або відміни вказаних дій.

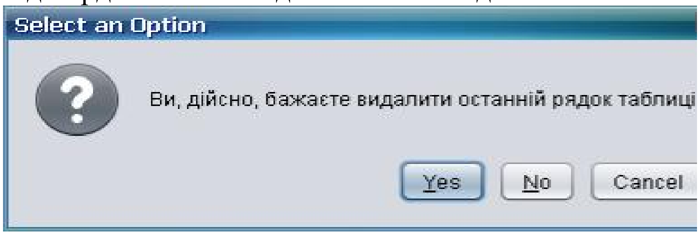

Рис. 5. Діалогове вікно підтвердження або відміни видалення останнього введеного рядка таблиці

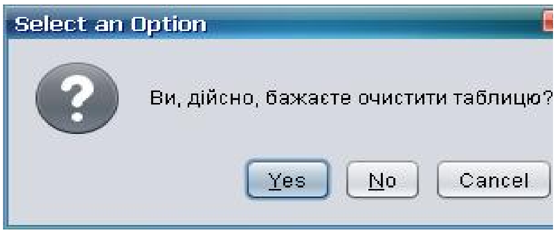

Рис. 6. Діалогове вікно підтвердження або відміни очищення вмісту усієї таблиці

Після заповнення таблиці вхідних величин для підбору оптимальної апроксиманти потрібно вибрати підпункт "Перегляд результату". В результаті у вікні браузера відображається графік одновимірної залежності та оптимальної апроксиманти з аналітичним виразом цієї апроксиманти (рис. 7) або діалогове вікно з повідомленням про неможливість її отримати (рис. 8), якщо система рівнянь (6) не має розв'язку.

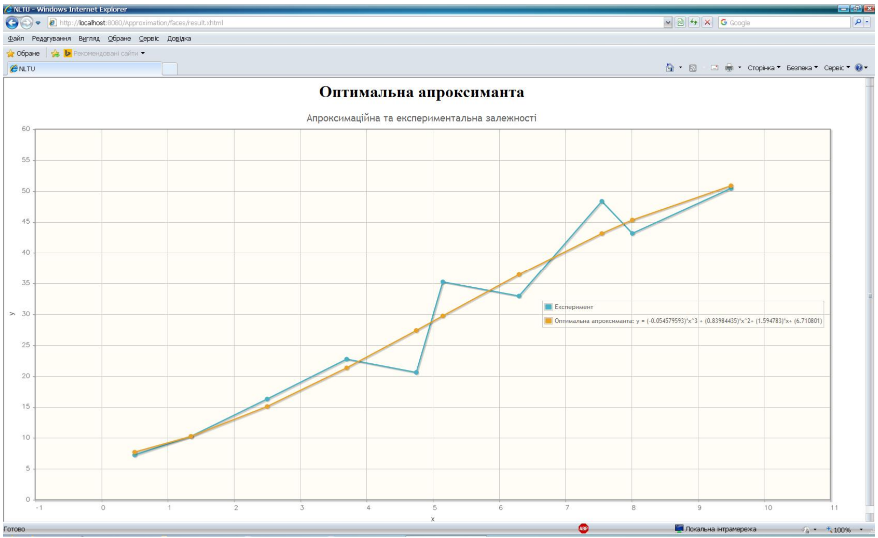

Рис. 7. Графік одновимірної залежності та оптимальної апроксиманти з аналітичним виразом цієї апроксиманти

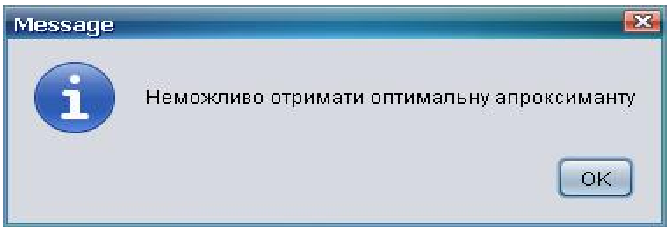

Рис. 8. Діалогове вікно з повідомленням про неможливість отримання оптимальної апроксиманти

Щоб підібрати і відобразити оптимальну апроксиманту для двовимірної залежності користувач вибирає елемент меню "Двовимірна функція" і підпункт "Вхідні дані та перегляд результату". З'являється вікно графічного інтерфейсу системи (рис. 9). Спочатку йому необхідно порядково заповнити таблицю вхідних величин. Для цього потрібно вводити у відповідні поля значення величин x_i, y_i, z_i по кожному i-ому вузлу і натискати кнопку "Ввести значення".

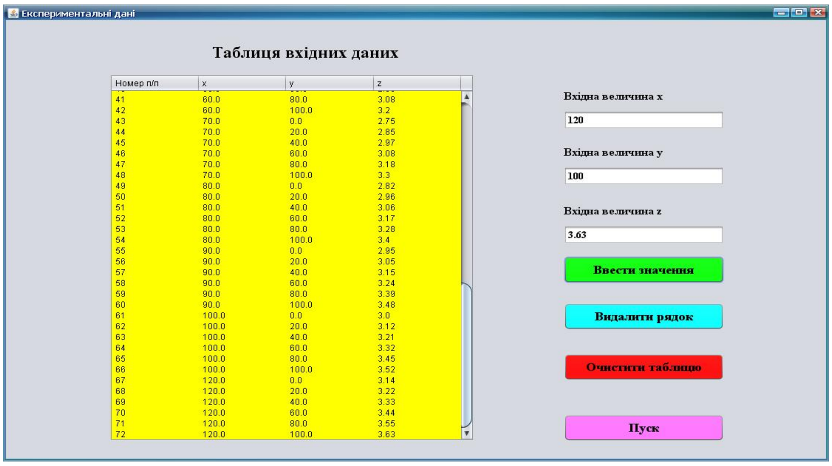

Рис. 9. Вікно графічного інтерфейсу системи для двовимірної залежності

Після заповнення таблиці вхідних величин для підбору оптимальної апроксиманти потрібно натиснути кнопку “Пуск”. В результаті спочатку з’являється діалогове вікно з аналітичним виразом оптимальної апроксиманти (рис. 10) або з повідомленням про неможливість її отримати (рис. 8). Після закриття цього вікна відображається графік оптимальної апроксиманти (рис. 11), який можна повертати, масштабувати, переміщати по осі Z, анімувати і зберегти у вигляді скріншоту, з цією метою застосовано фреймворк Hibernate та бібліотеку Jzy3d [2] на мові Java.

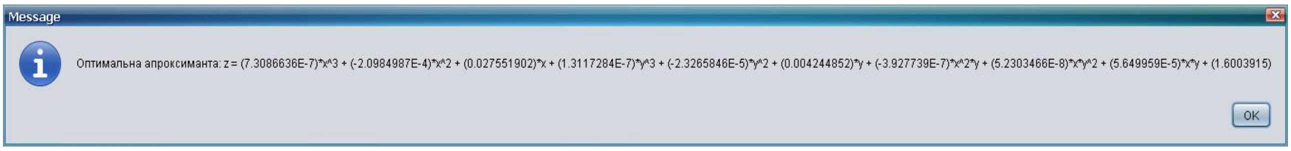

Рис. 10. Діалогове вікно з виразом оптимальної апроксиманти

Висновки та практичне застосування. Розроблено програмне забезпечення з використанням обєктно-орієнтованого підходу для автоматизованої веб-системи, що здійснює підбір і відображення оптимальних апроксимант для таблично заданих одновимірних та двовимірних залежностей. Система надає можливість математичного аналізу досліджуваних процесів у різних предметних областях.

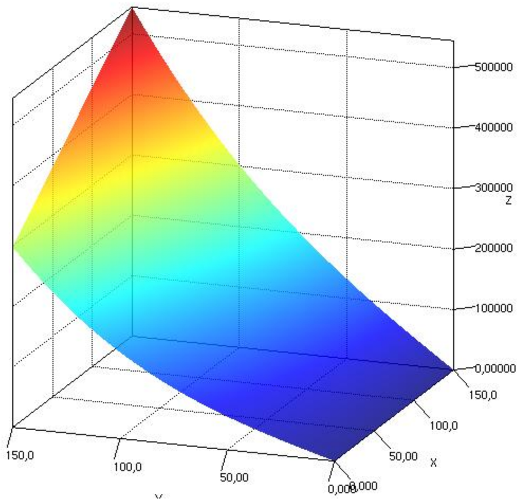

Рис. 11. Графік оптимальної апроксиманти для двовимірної залежності
(Щільність деревини як функція відносної щільності та відносної вологості)

1. Coefficient of determination [Електронний ресурс] : [Веб-сайт]. – Режим доступу: https://en.wikipedia.org/wiki/Coefficient_of_determination (дата звернення 17.01.2019). – Назва з екрана.
2. JZY3D [Електронний ресурс] : [Веб-сайт]. – Режим доступу: http://www.jzy3d.org/ (дата звернення 17.01.2019). – Назва
з екрана.
3. Пакет программ аппроксимации функций / А. А. Каленчук-Порханова, Л. П. Вакал // Комп'ют. засоби, мережі та системи. - 2008. - № 7. - С. 32-38. - Библиогр.: 19 назв. - рус.