

УДК 532.529

Д-р физ.-мат. наук А.А. Приходько, Э.К. Магдин, Г.Э. Толочьянц, М.С. Арсенюк

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРЕХМЕРНОГО ТЕЧЕНИЯ ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ В МНОГОШАШЕЧНОМ РДТТ

*Для расчета газодинамических процессов в многошашечном РДТТ применены трехмерные нестационарные уравнения Навье-Стокса сжимаемого газа. При построении численного алгоритма применялся метод конечных объемов. Расчеты проводились на гексаэдрической неструктурированной сетке. Выполнено тестирование программно-методического обеспечения на трансзвуковом течении в диффузоре. Проанализированы результаты расчета пространственного течения продуктов сгорания внутри камеры сгорания и сопла. Представлены распределения чисел Маха, давления и температуры потока вдоль оси сопла.*

*Для розрахунку газодинамічних процесів у багатощашковому РДТТ застосовані тривимірні нестационарні рівняння Нав'є-Стокса стисливого газу. Під час побудови чисельного алгоритму застосовувався метод кінцевих об'ємів. Розрахунки проводили на гексаедричній неструктурованій сітці. Виконано тестування програмно-методичного забезпечення на трансзвуковій течії в дифузорі. Проаналізовано результати розрахунку просторової течії продуктів згорання всередині камери згорання та сопла. Наведено розподіли чисел Маха, тиску та температури потоку вздовж осі сопла.*

*For calculation of gas-dynamic process in multiblock solid-propellant rocket motors three-dimensional unsteady Navier-Stokes equations of compressive gas are applied. For numerical algorithm the finite volume method was used. The calculations were done using hexahedral unstructured mesh. The software was tested for transonic flow in diffuser. The results of calculation of three-dimensional flow of combustion products inside combustion chamber and nozzle are analyzed. Distributions of Mach number, pressure and temperature of the flow along nozzle axis, are presented.*

### Введение

За последние годы математическое моделирование в аэрогидродинамике и тепломассообмене стало основным инструментом решения научно-технических задач. Развитие вычислительной аэродинамики было стимулировано растущими потребностями в теоретических исследованиях в механике жидкости и газа, тепломассообмене, при решении прикладных задач ракетной и авиационной техники, машиностроения и металлургии. Расчет интегральных характеристик одно- и двухфазных потоков продуктов сгорания в камере РДТТ, критическом сечении и на срезе сопла представляет значительный интерес при решении многих задач проектирования и отработки конструкции РДТТ. Для дальнейшего улучшения массово-габаритных и расходно-тяговых характеристик РДТТ необходимо подробное изучение внутрикамерных процессов. При выборе толщины теплозащитного покрытия и материала для критического сечения сопла необходима информа-

ция о поле скоростей и температуры вблизи стенок.

Ракетные двигатели твердого топлива (РДТТ) применяются как стартовые, маршевые, разгонные, тормозные, управляющие, газогенераторы и т.д. для довольно широкого класса ракет и космических аппаратов [1-9].

В работах [1-9] рассмотрены вопросы проектирования РДТТ, приведены методики для расчета внутрикамерных параметров. Для расчета РДТТ до настоящего времени применялись уравнения квазистационарных термодинамических процессов и одномерной газодинамики с использованием осредненных по поперечным сечениям параметров, приближенные интегральные методики с учетом переменности подвода массы и перепада давления по длине камеры сгорания, приближенные инженерные методики определения тяги по давлению в камере сгорания и параметрам потока на входе в сопло. Широко используются инженерные методики расчета газодинамики и теплообмена в проточной части РДТТ,

основанные на экспериментальных результатах.

В современных РДТТ применяются топлива со значительным содержанием металлических добавок. В продуктах сгорания содержится конденсированная фаза в виде частиц окислов металлов, имеющих размеры от 1 до 10 мкн, их массовая доля в продуктах сгорания достигает 30-40% [1]. В настоящее время в аэрогидродинамике и теплообмене при исследовании многофазных сред используются модель взаимопроникающих сред, инерционная и гомогенная модели [10]. В модели взаимопроникающих сред набегающий поток принимается двухскоростным и двухтемпературным, а расчет состояния сред выполняется одновременно. В инерционной модели траектории дисперсной фазы рассчитываются после получения характеристик несущей среды. В гомогенной модели принимается, что несущая и дисперсная фазы движутся с одинаковыми скоростями, а при решении учитывается обмен массой, импульсом и энергией между фазами.

Значительное увеличение мощности современных компьютеров позволяет использовать все более сложные математические модели, учитывающие взаимное влияние микро- и макромасштабных процессов в проточной части РДТТ. Для расчета газодинамических процессов в многосашечном РДТТ в настоящей работе применены трехмерные нестационарные уравнения Навье-Стокса сжимаемого газа.

### Постановка задачи

Воспользуемся для описания течения продуктов сгорания гомогенной моделью. Будем предполагать, что скорость и температура конденсированных частиц совпадают со скоростью и температурой газа. Наличие конденсированной фазы учитывается с помощью эффективных теплоемкостей, газовой постоянной и показателя адиабаты [1].

Наиболее гибкий подход при дискретизации исходных уравнений, позволяющий использовать структурированные и неструктурированные сетки, базируется на нестационарных уравнениях Навье-Стокса

сжимаемого газа, записанных в векторной интегральной форме [11-13].

Запишем нестационарные уравнения Навье-Стокса сжимаемого газа в интегральной векторной форме. Для этого разобьем расчетную область на непересекающиеся контрольные объемы и проинтегрируем уравнения, имеем

$$\iiint_V \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} dV + \iiint_V (\mathbf{F} - \mathbf{F}_v) dV = 0.$$

Вычислим интеграл от конвективных и вязких членов по формуле Гаусса-Остроградского, принимая нестационарную производную постоянной внутри контрольного объема, не изменяющегося по времени. Получим

$$V \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \oint_S (\mathbf{F} \cdot \mathbf{n} - \mathbf{F}_v \cdot \mathbf{n}) dS = 0,$$

где  $V$  – объем ячейки;  $S$  – площадь ее поверхности. Вектор состояния  $\mathbf{q}$ , векторы конвективного  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{n}$  и диффузионного  $\mathbf{F}_v \cdot \mathbf{n}$  потоков в приближении тонкого слоя определяются соотношениями

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ e \end{bmatrix}; \quad \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} = \begin{bmatrix} \rho U \\ \rho U u_1 + n_x p \\ \rho U u_2 + n_y p \\ \rho U u_3 + n_z p \\ (e + p) U \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{F}_v \cdot \mathbf{n} = \frac{1}{\text{Re}} \begin{bmatrix} 0 \\ \mu \left( u_{1n} + \frac{1}{3} n_x U_n \right) \\ \mu \left( u_{2n} + \frac{1}{3} n_y U_n \right) \\ \mu \left( u_{3n} + \frac{1}{3} n_z U_n \right) \\ f_{5v} \end{bmatrix},$$

где  $\rho$  – плотность;  $u_i, i=1, 2, 3$  – декартовы компоненты вектора скорости;  $p$  – давление;

$e = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \rho u_k u_k$  – полная энергия;

$q_k = -k \frac{\partial T}{\partial x_k}$  – тепловой поток;  $T$  – температура;

тура;  $\mu$  – коэффициент вязкости;  $k$  – коэффициент теплопроводности;

$$f_{sv} = \frac{k}{Pr(\gamma-1)} (a^2)_n + \frac{\mu}{2} (u_1^2 + u_2^2 + u_3^2)_n + \frac{\mu}{3} UU_n;$$

$U = n_x u_1 + n_y u_2 + n_z u_3$  – скорость в направлении внешней единичной нормали к поверхности ячейки;  $n_x, n_y, n_z$  – компоненты единичного вектора внешней нормали к грани контрольного объема;  
 $U_n = n_x u_{1n} + n_y u_{2n} + n_z u_{3n}$ .

Система уравнений записана в дивергентном виде и при замене дискретным аналогом будет обладать свойствами сохранения массы, импульса и энергии с соответствующей точностью в каждой расчетной точке.

Для моделирования турбулентности использовалась однопараметрическая дифференциальная модель Spalart-Allmaras.

*Начальные условия.* В качестве начальных условий использовались параметры заторможенного потока.

*Граничные условия.* На поверхности корпуса РДТТ и сопла задавались условия прилипания. На поверхности шашек задавались температура и давление торможения. На выходном срезе сопла РДТТ задавалось давление.

### Расчетная методика

Численное решение системы исходных уравнений получено методом контрольных объемов. Реализация численной методики расчета газодинамических процессов в проточной части РДТТ осуществлялась путем наращивания новыми модулями, задающими геометрию, начальные и граничные условия пакета прикладных программ исследования процессов аэрогидромеханики и тепломассопереноса [11-13].

С помощью программно-методического обеспечения могут быть решены следующие задачи:

1. Расчет стационарного и нестационарного турбулентных течений в проточной части РДТТ.

2. Визуализация геометрии расчетной области.

3. Визуализация пространственного течения, построение распределения давления, компонент вектора скорости, изолиний газодинамических функций в проточной части, векторов скорости, изоповерхностей различных функций, характеризующих течение.

4. Расчет интегральных характеристик РДТТ.

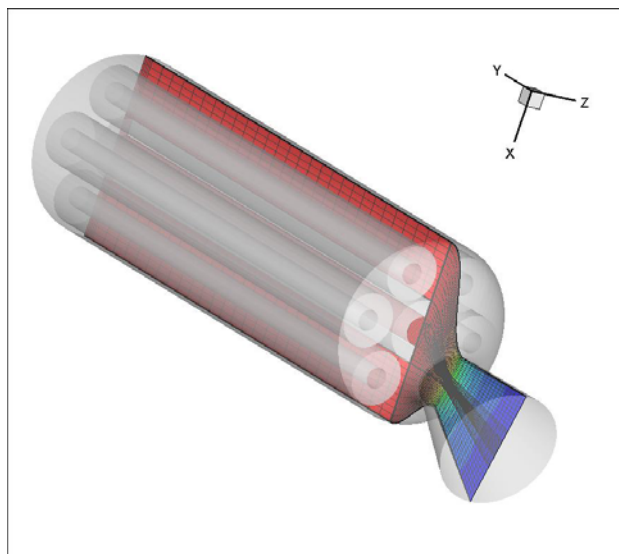
### Дискретизация проточной части РДТТ

Дискретизация расчетной области является одним из этапов процесса численного моделирования. Качество сеточной модели влияет на точность, сходимости и скорость получения решения. Время, необходимое на создание сетки, часто занимает значительную часть общего времени выполнения инженерного расчета. Алгоритмы построения сеток по своей сложности часто не уступают алгоритмам решения исходных уравнений Навье-Стокса.

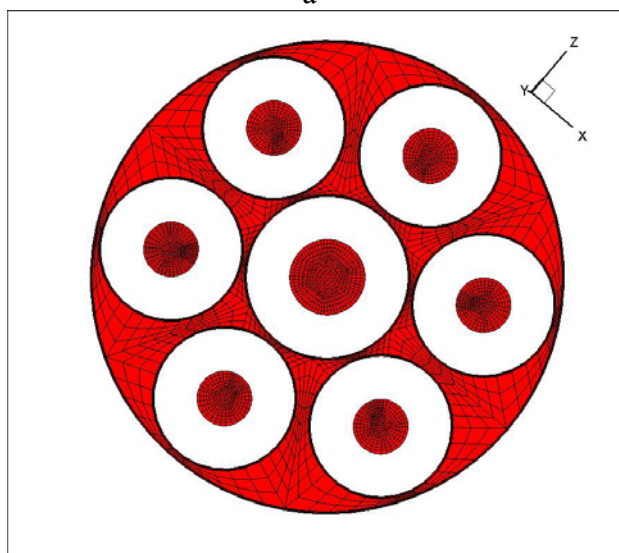
В разработанном программно-методическом обеспечении дискретизация расчетной области может быть выполнена с помощью встроенного сеточного генератора, независимых сеточных генераторов, а также путем прочтения сетки, построенной в других инженерных пакетах или CAD-системах. Импорт геометрии расчетной области из CAD-систем осуществляется с помощью стандартных форматов STL, IGES и т. д. В качестве разностных ячеек используются гексаэдры, усеченные многогранники, призмы, пирамиды, тетраэдры. Сетки имеют сложную топологию, адаптивно сгущаются к границам расчетной области и особенностям решения. Формирование модели может осуществляться как с помощью графического интерфейса, так и с использованием встроенной системы команд, работающей в режиме интерпретатора. Препроцессор последовательно выполняет команды, поступающие от графического интерфейса набранными вручную либо записанными в предварительно созданном командном файле.

Для дискретизации расчетной области в проточной части многошашечного РДТТ со сложной геометрической топологией был применен программный комплекс ANSYS ICEM CFD. После построения сеточной области ее можно импортировать в другие

инженерные пакеты для решения поставленной задачи. ANSYS ICEM CFD поддерживает множество инженерных пакетов, в которых можно проводить расчет. Среди них: ANSYS Fluent, ANSYS CFX, NASTRAN, PATRAN, STAR-CD и др. ICEM CFD поддерживает экспорт геометрических данных в самых разных форматах Pro/E, CATIA, ParaSolid, Unigraphics, I-DEAS, ICEM Surf, Solid Works, ACIS, Capri, DWG, DXF, IDI, IGES, STEP, STL, VRML.



а



б

Рис. 1. Внешний вид корпуса РДТТ (а) и неструктурированная сетка в срединном сечении камеры сгорания (б)

Ниже приведены результаты расчетов, выполненные на многоблочной гексаэдрической неструктурированной сетке, состоящей из 306832 узлов, 306832 вершин и

886152 граней (рис. 1). Минимальный шаг сетки – 0,2 мм. Максимальный линейный размер расчетной области – 580 мм. Сетка была экспортирована в формат Cobalt (или Fluent\_v6 mesh).

### Тестирование методики

Большую роль в вычислительной аэродинамике играет верификация используемых моделей и тестирование численных методик. Тщательный подбор различных модельных примеров и тестов, апробация схем, сравнение их между собой, а также с экспериментальными данными, известными расчетами и точными решениями позволяют ускорить разработку программно-методического обеспечения и повысить достоверность получаемых результатов. Численные методики и программно-методическое обеспечение тестировали на задачах о разрыве диафрагмы в канале (тест Сода), взаимодействии скачка уплотнения с пограничным слоем, расчете обтекания дозвуковым, трансзвуковым и сверхзвуковым потоками цилиндра и профиля, расчетных и нерасчетных течениях в соплах [11-13].

При тестировании методик расчета внутренних трансзвуковых течений в каналах, соплах и решетках профилей в качестве тестовой задачи, которая включена в список общепризнанных верификационных тестов NASA для пакетов вычислительной аэродинамики, было также рассмотрено течение в диффузоре Sajben [14, 15].

Входящий поток характеризовался параметрами торможения  $p_0 = 135000 \text{ н/м}^2$ ,  $T_0 = 277,78 \text{ К}$ ,  $a_0 = \sqrt{\gamma RT_0} = 334,1 \text{ м/с}$ ,

$\rho_0 = \frac{\gamma p_0}{a_0^2} = 1,6931 \text{ кг/м}^3$ , число Рейнольдса

$Re_* = \frac{\rho_* a_* L}{\mu_*} = 5,6 \cdot 10^5$ , где  $L = 1$ ; дюйм равен

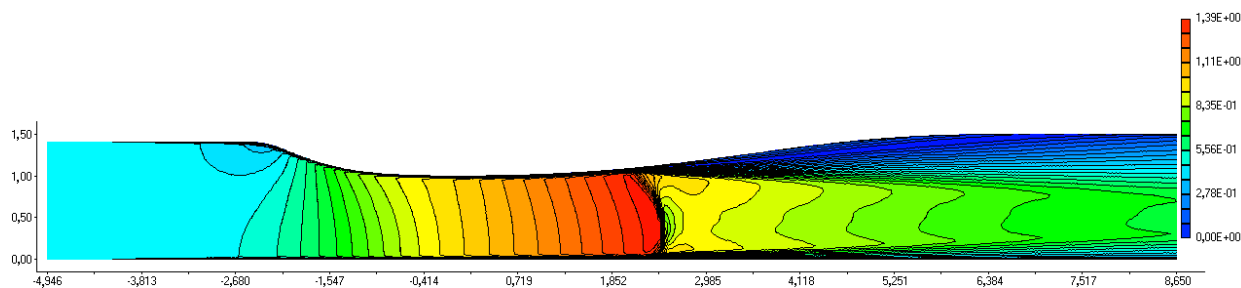
0,0254 м. Звездочкой отмечены критические параметры. Высота критического сечения –  $H_+ = 1,73221$  дюйма.

Результаты расчетов приведены на рис. 2 для случаев сильного скачка ( $p_{exit} / p_0 = 0,72$ ). Точками показаны экспериментальные данные, тонкой линией – результаты известных численных расчетов.

### Результаты расчетов

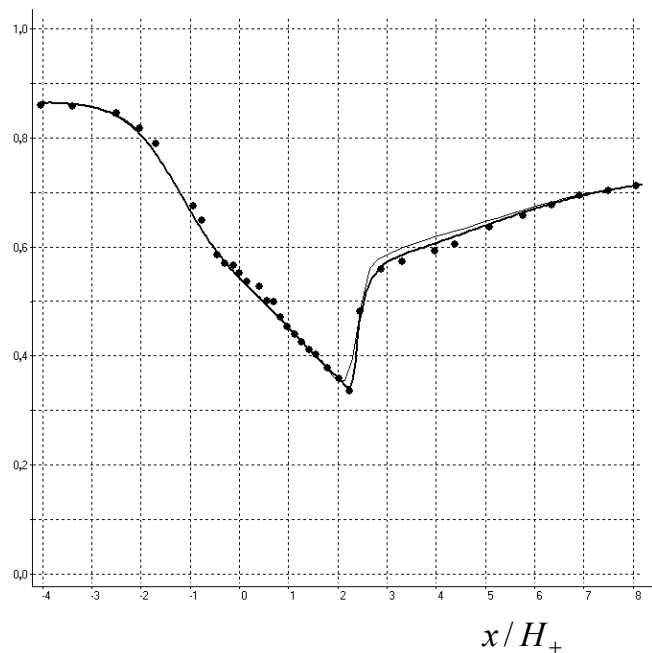
Результаты расчетов представлены в виде распределения давления по корпусу РДТТ (рис. 3), пространственных изоповерхностей в расчетной области (рис. 4, 5),

изолиний газодинамических характеристик в характерных сечениях расчетной области (рис. 6) и графиков изменения газодинамических характеристик вдоль оси симметрии, проходящей от шашек до выходного сечения сопла (рис. 7).



а

$$\frac{p}{p_0}$$



б

Рис. 2. Распределения чисел Маха (а) в расчетной области и давления на нижней поверхности диффузора (б) для случая сильного скачка

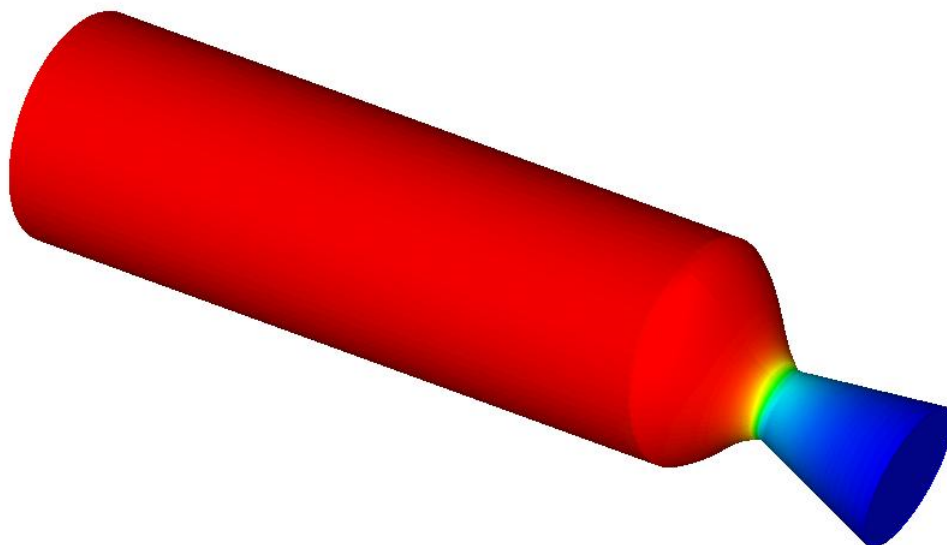


Рис. 3. Распределение давления по корпусу РДТТ

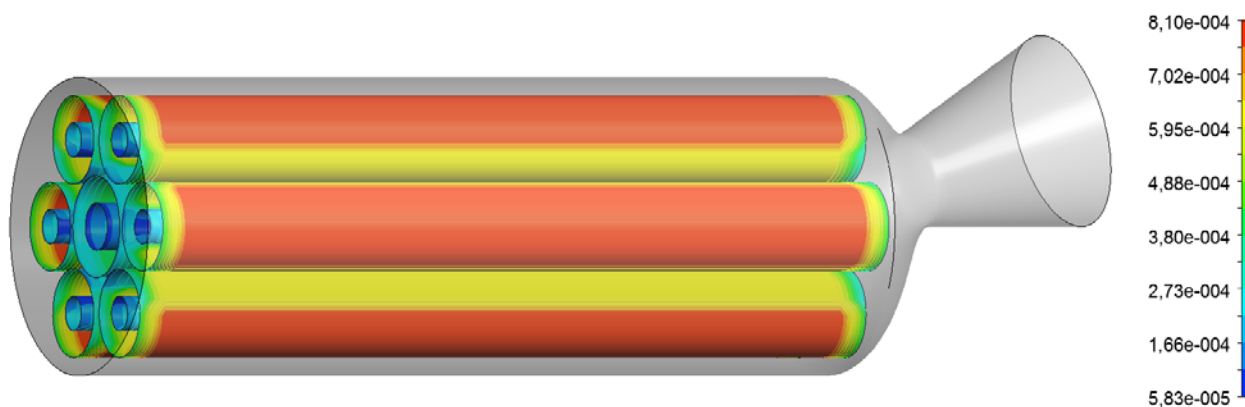


Рис. 4. Массовый расход на шашках



Рис. 5. Визуализация турбулентных пространственных структур в проточной части РДТТ (инвариант Q)

В результате горения твердого топлива на боковой поверхности шашек выделяются продукты сгорания, которые под давлением

направляются в сторону сопла двигателя. На входе в сопло газ сжимается и ускоряется, достигая звуковой скорости в критическом

сечении сопла. В сверхзвуковой части сопла газ, продолжая двигаться к выходу, расширяется и ускоряется до значений  $M = 3$  (рис. 7).

Массовый расход газа с поверхности шашек распределен неравномерно (рис. 4). На внешних поверхностях, обращенных ближе к внешней стенке корпуса РДТТ, массовый расход газа в несколько раз больше, чем со стороны, обращенной к центральной шашке, и на внутренних поверхностях всех шашек. В поперечном срезе, расположенном ближе к выходу, течение газа направлено к выходу. В срезе, расположенном ближе к закрытой части РДТТ, течение газа внутри крайних шашек направлено от выхода, а между шашками и внутри центральной шашки – к выходу. Ближе к выходу газ разгоняется сильнее в центрах внутренних каналов шашек и в пространстве

между крайними шашками ближе к внешнему корпусу РДТТ. Турбулентность в течении начинает генерироваться уже во внутренних каналах шашек, особенно центральной шашки, и при истечении в сопло только усиливается (рис. 6).

Распределение изолиний чисел Маха, изобар, изотерм, изолиний плотности, изолиний кинетической энергии турбулентности, эффективной вязкости в плоскости, проходящей через ось симметрии корпуса РДТТ, приведено на рис. 6.

В сверхзвуковой части сопла течение ускоряется от 1 М в критическом сечении до 3 М ближе к выходному сечению (рис. 7).

Давление вдоль оси сопла резко падает от 35 атм до значений около нуля в области возле выходного сечения, где на небольшом промежутке сохраняет это значение с незначительными колебаниями (рис. 7).



а



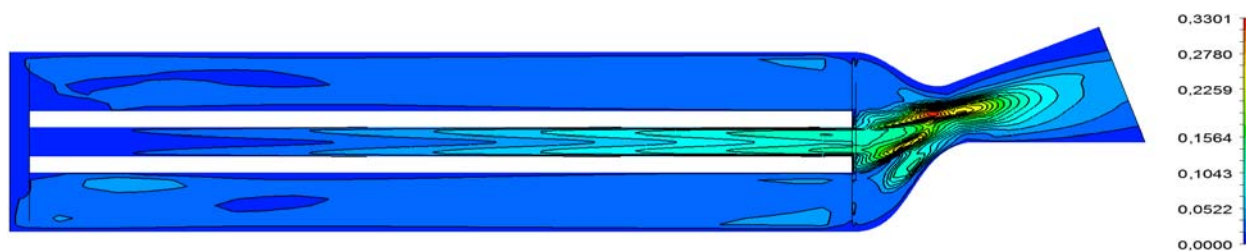
б



в



г



Д

Рис. 6. Распределение изолиний чисел Маха (а), изобар (б), изотерм (в), изолиний кинетической энергии турбулентности (г), изолиний эффективной вязкости (д) в плоскости, проходящей через ось симметрии корпуса РДГТ

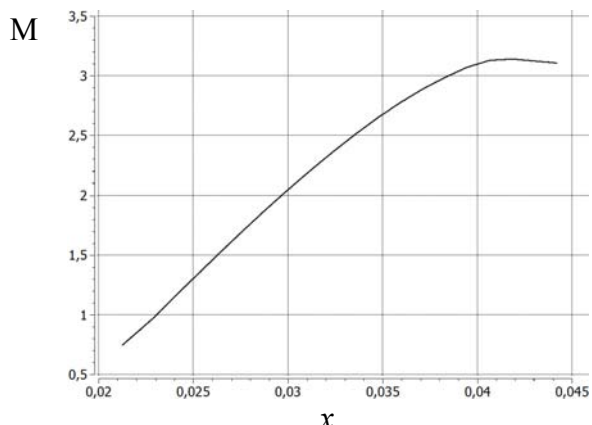
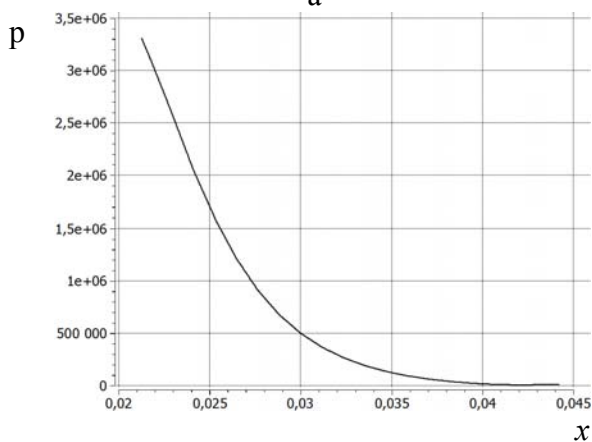


Рис. 7. Изменение числа Маха (а), давления, Па (б), осевой составляющей вектора скорости, м/с, вдоль оси, проходящей от шашек до выходного сечения сопла (в)

Температура в критическом сечении не значительно отличается от температуры горения шашек – 2100 К, ускорение течения приводит к падению температуры ниже 800 К возле выходного сечения сопла. Плотность в критическом сечении принимает значение около  $6 \text{ кг/м}^3$ , после чего стремительно падает до значений около  $0,5 \text{ кг/м}^3$ .

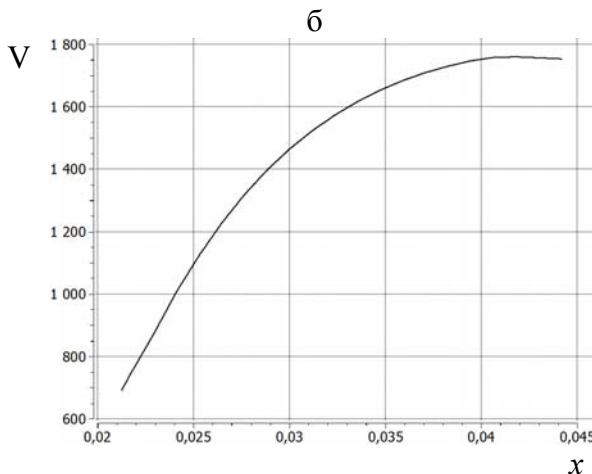


Расчеты показали, что режим работы сопла близок к расчетному.

Погрешность вычисления тяги и удельного импульса РДГТ по сравнению с данными натуральных испытаний не превышала 3%.

### Выводы

Представлены результаты разработки программно-методического обеспечения для расчета газодинамических процессов в многошашечных РДГТ. В качестве исходной системы уравнений использовались трехмерные нестационарные уравнения Навье-Стокса сжимаемого газа. Для моделирования турбулентности использовалась однопараметрическая дифференциальная модель Spalart-Allmaras. При построении численного алгоритма применялся метод конечных объемов. Расчеты проводились на гексаэдрической неструктурированной сетке. Разработаны алгоритмы дискретизации расчетной области и визуализации течений для проточной части РДГТ. Выполнено тестирование программно-методичес-



В



кого обеспечения на трансзвуковом течении в диффузоре.

Проведены расчеты газодинамических процессов продуктов сгорания в проточной части многошашечного РДТТ. Анализируются результаты визуализации пространственного потока внутри камеры сгорания и сопла, распределения чисел Маха, давления и температуры потока вдоль оси сопла.

#### Список использованной литературы

1. *Абугов Д.И.* Теория и расчет ракетных двигателей твердого топлива: Учебник для машиностроительных вузов / Д.И. Абугов, В.М. Бобылев. – М.: Машиностроение, 1987. – 272 с.

2. *Алемасов В.Е.* Теория ракетных двигателей: учебник для студентов машиностроительных специальностей вузов / В.Е. Алемасов, А.Ф. Дрегаллин, А.Г. Тишин / Под ред. В.П. Глушко. – М.: Машиностроение, 1980. – 533 с.

3. *Ерохин Б.Т.* Теоретические основы проектирования РДТТ / Б.Т. Ерохин. – М.: Машиностроение, 1982. – 206 с.

4. Исследование ракетных двигателей на твердом топливе / Под общ. ред. Саммерфельда М. – М.: Изд-во иностр. лит-ры, 1963. – 118 с.

5. *Калинин В.В.* Нестационарные методы проектирования узлов РДТТ / В.В. Калинин, Ю.Н. Ковалев, А.М. Липанов. – М.: Машиностроение, 1986. – 215 с.

6. *Липанов А.М.* Проектирование ракетных двигателей твердого топлива / А.М. Липанов, А.В. Алиев. – М.: Машиностроение, 1995. – 400 с.

7. *Соркин Р.Е.* Газотермодинамика ракетных двигателей на твердом топливе / Р.Е. Соркин. – М.: Наука, 1967. – 386 с.

8. *Стернин Л.Е.* Основы газодинамики двухфазных течений в соплах / Л.Е. Стернин. – М.: Машиностроение, 1974. – 212 с.

9. *Фахрутдинов И.Х.* Конструкция и проектирование ракетных двигателей твердого топлива / И.Х. Фахрутдинов, А.В. Котельников. – М.: Машиностроение, 1987. – 375 с.

10. *Нигматулин Р.И.* Динамика многофазных сред / Р.И. Нигматулин. – М.: Наука, 1987. – Т.1, 2. – 640 с.

11. *Приходько А.А.* Компьютерные технологии в аэрогидромеханике и тепломассообмене / А.А.Приходько. – Киев: Наук. думка, 2003. – 380 с.

12. *Приходько А.А.* Современные технологии математического моделирования в аэрогидродинамике и тепломассообмене / А.А.Приходько // Техническая механика. – 2009. – № 1. – С. 29-43.

13. *Приходько А.А.* Математическое моделирование течений в проточной части турбомашин авиационных и ракетных двигателей на основе уравнений Навье-Стокса // Космическая техника. Ракетное вооружение: Сб. науч.-техн. ст. – 2012. – Вып. 1. – С. 29-43.

14. *Богар Т.Дж.* Экспериментальное исследование параметров течения и характерных частот возмущений в сверхзвуковых диффузорах / Т.Дж. Богар, М. Сейбен, Дж.К. Кроутил // Аэрокосмическая техника. – 1984. – № 5. – С. 3-14.

15. NPARC Alliance Verification and Validation Archive.  
[www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/archive.html](http://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/archive.html)

Статья поступила 24.05.2015