С.Ф. Доценко, Н.А. Миклашевская

Изменения уровня моря в мелководном заливе, вызванные прохождением барического фронта

Одномерная баротропная модель длинных волн с учетом придонного трения применена для анализа возмущений уровня моря, вызванных равномерным переносом фронта атмосферного давления. Барический фронт – зона конечной ширины, при пересечении которой атмосферное давление монотонно изменяется от одного постоянного значения к другому. Задача решается методом конечных разностей для бассейна, соответствующего зональному сечению Каркинитского залива.

Показано, что прохождение фронта сопровождается периодическими колебаниями уровня моря во всех точках бассейна. Экстремальные значения смещений уровня моря увеличиваются с ростом скорости переноса и уменьшаются при увеличении ширины фронтальной зоны. Так, увеличение скорости перемещения фронта с 1 до 9 м·c⁻¹ приводит к увеличению максимальных возвышений уровня от 1,5 (W = 50 км) до 7,6 (W = 100 км) раза. Рост ширины фронта с 50 до 150 км уменьшает максимальные смещения уровня моря от 2,2 ($U = 6 \text{ м·c}^{-1}$) до 14,2 ($U = 10 \text{ м·c}^{-1}$) раза.

Ключевые слова: баротропные колебания моря, генерация, движущийся барический фронт, численные решения, Черное море.

Введение. Динамические процессы в атмосфере вызывают низкочастотные колебания уровня моря. Размах таких колебаний в Черном море может превышать 1 м [1]. В Азовском море синоптические колебания уровня могут быть существенно больше, достигая катастрофических значений [2, 3].

Сгонно-нагонные колебания уровня связаны с изменениями полей атмосферного давления и ветра. То же самое касается и мезомасштабных колебаний, к которым можно отнести сейши, приливы и инерционные колебания [1]. Размах сейш достигает первых десятков сантиметров. Приливные колебания уровня в замкнутом Черном море в основном не превышают 10 см. Инерционные колебания, как правило, невелики и составляют несколько сантиметров.

Максимальные сгонно-нагонные подъемы и понижения уровня у побережья Черного моря вызываются проходящими над его акваторией циклонами. Для них характерны следующие диапазоны изменения параметров: радиус — 300 – 600 км, скорость перемещения — 5 – 15 м·с⁻¹, перепад давления между центром и периферией — 5 – 20 гПа. Баротропные колебания уровня Черного моря, вызванные прохождением циклонов, изучались численно в работах [4, 5 и др.] для различных параметров и направлений движения атмосферных образований.

Ниже в рамках одномерной модели нелинейных длинных волн рассмотрены изменения уровня Черного моря в относительно мелководном Каркинитском заливе, вызванные равномерным переносом над акваторией залива

© С.Ф. Доценко, Н.А. Миклашевская, 2013

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, № 4

атмосферного барического фронта. Основное внимание уделено анализу зависимости изменений уровня моря от горизонтальной протяженности и скорости движения фронта. Даны также оценки нормальной к берегу и вдольбереговой проекций поля волновых скоростей.

Математическая постановка задачи. Рассмотрим безграничный в отрицательном направлении оси x бассейн переменной глубины, занимающий область $0 \le x \le l$, -H(x) < z < 0 (рис. 1), где x и z – горизонтальная и вертикальная координаты; вертикальная координата отсчитывается вверх от невозмущенного положения свободной поверхности жидкости z = 0; H = H(x) > 0 – распределение глубины канала при невозмущенном состоянии жидкости. В начальный момент времени t = 0 жидкость неподвижна, ее свободная поверхность горизонтальна, а область возмущений атмосферного давления располагается вне зоны бассейна.



Рис. 1. Схема задачи

В рамках нелинейной теории поверхностных длинных волн с учетом вращения Земли и квадратичного придонного трения исследуем движение жидкости в бассейне, вызванное прохождением над его акваторией в положительном направлении оси x с постоянной скоростью U > 0 барического фронта (рис. 1). Распределение возмущений атмосферного давления во фронте зададим в виде

$$\Delta p = a_0 \rho_g F(\xi), \ \xi = x - Ut , \tag{1}$$

где a_0 – перепад атмосферного давления поперек фронта (в метрах водяного столба); ρ – плотность жидкости; g – ускорение свободного падения; $F(\zeta)$ – безразмерная функция такая, что $F(\zeta) \rightarrow 0$ при $\zeta \rightarrow +\infty$, $F(\zeta) \rightarrow 1$ при $\zeta \rightarrow -\infty$. Протяженность зоны существенного изменения атмосферного давления рав-

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, № 4

на W (см. рис. 1) и играет роль ширины барического фронта. Гидростатическое смещение свободной поверхности жидкости в поле атмосферного давления находится по формуле

$$z_h = -\Delta p(\rho g)^{-1} = -a_0 F(\xi), \qquad (2)$$

известной как приближение обратного барометра [6].

Движение жидкости в бассейне в одномерном случае описывается системой трех уравнений

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} - fv = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x} - k \frac{u \sqrt{u^2 + v^2}}{D} - g \frac{\partial \tilde{\zeta}}{\partial x},$$
(3)

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + fu = -k \frac{v \sqrt{u^2 + v^2}}{D},$$
(4)

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial (Du)}{\partial x} = 0 \tag{5}$$

с начальными условиями

$$u = v = \zeta = 0 \ (t = 0), \tag{6}$$

где u(x, t), v(x, t) – проекции на оси x и y (y – нормальная плоскости Oxz ось) осредненной по глубине горизонтальной скорости течения; $\zeta(x, t)$ – смещение свободной поверхности от горизонтальной плоскости z = 0; $D = H(x) + \zeta(x, t)$ – динамическая глубина жидкости; $\zeta = a_0 F$; $k = 2,6 \cdot 10^{-3}$ – коэффициент придонного трения; f = const – параметр Кориолиса.

На правой боковой границе бассейна x = l, которая предполагается вертикальной твердой стенкой, зададим условие непротекания жидкости

$$u(l,t) = 0. \tag{7}$$

Левая боковая граница *x* = 0 – жидкая. На ней примем условие свободного выхода волны из исследуемой области

$$\frac{\partial u}{\partial t} - c \frac{\partial u}{\partial x} + \sqrt{\frac{g}{H(0)}} \frac{\partial \tilde{\zeta}}{\partial t} = 0, \qquad (8)$$

здесь $c = \sqrt{gH(0)}$ – скорость распространения длинных волн на жидкой границе бассейна.

Анализ движения жидкости проведем для распределения глубины, соответствующего зональному сечению залива вдоль параллели 45,92° с.ш. (сечение Каркинитского залива в самой протяженной его части с запада на восток). Распределение глубины показано на рис. 2.

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, № 4



Рис. 2. Распределение глубины Каркинитского залива *H*(*x*) вдоль зонального сечения 45,92° с. ш.

Численный алгоритм расчета движения жидкости в заливе. Для численного решения задачи (3) – (8) на отрезке $0 \le x \le l$ при $t \ge 0$ использована явно-неявная конечно-разностная схема [7]. Поле скорости *u* в момент времени $t = t_n$ (n = 0; 1; ...) вычислялось в узлах равномерной сетки $x = x_i$ (i = 0, ..., N) с шагом δ , а вдольбереговая проекция скорости течения *v* и смещения свободной поверхности жидкости ζ находились в средних точках $x = x_i - \delta/2$ (i = 1, ..., N) ячеек.

Введем обозначения:

$$x_{i} = t\delta \ (t = 0, ..., N), \ t_{n} = n\tau ,$$
$$u_{i}^{n} = u(x_{i}, t_{n}), \ u_{N}^{n} = 0,$$
$$v_{i}^{n} = v(x_{i} - \delta/2, t_{n}), \ \zeta_{i}^{n} = \zeta(x_{i} - \delta/2, t_{n}) \ (i = 1, ..., N),$$

где τ - шаг по времени. Глубина бассейна задавалась в узлах сетки $H_i = H(x_i)$, а между узлами интерполировалась по линейному закону.

Разностный аналог уравнения (3) в явной форме имеет вид

:5 (:

$$u_{i}^{n+1} = u_{i}^{n} - \frac{1}{2} r u_{i}^{n} \left(u_{i+1}^{n} - u_{i-1}^{n} \right) + f \tau v_{i+1/2}^{n} - gr \left[\left(\zeta_{i+1}^{n} - \zeta_{i}^{n} \right) + \left(\widetilde{\zeta}_{i+1}^{n} - \widetilde{\zeta}_{i}^{n} \right) \right] - k \tau u_{i}^{n} \sqrt{(u_{i}^{n})^{2} + \left(v_{i+1/2}^{n} \right)^{2}} / D_{i}^{n},$$
(9)

здесь $i = 1, ..., N-1; v_{i+1/2}^n = (v_{i+1}^n + v_i^n)/2; D_i^n = H_i + (\zeta_{i+1}^n + \zeta_i^n)/2$ – динамическая глубина жидкости в точке $x = x_i; r = \tau/\delta$.

Уравнение (4) в разностном (явном) виде записывается следующим образом:

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, № 4

$$v_i^{n+1} = v_i^n - \frac{1}{2} r u_{i-1/2}^n \left(v_{i+1}^n - v_{i-1}^n \right) - f \pi u_{i-1/2}^n - k \pi v_i^n \sqrt{\left(u_{i-1/2}^n \right)^2 + \left(v_i^n \right)^2} / D_{i-1/2}^n, \quad (10)$$

где $u_{i-1/2}^n = (u_i^n + u_{i-1}^n)/2$; $D_{i-1/2}^n = (H_i + H_{i-1})/2 + \zeta_i^n -$ полная глубина жидкости в точке $x = x_i - \delta/2$.

Разностный аналог уравнения неразрывности (5) имеет вид

$$\zeta_i^{n+1} = \zeta_i^n - r \Big(u_i^{n+1} D_i^n - u_{i-1}^{n+1} D_{i-1}^n \Big).$$
(11)

В соответствии с (6) начальные условия для системы разностных уравнений (9) – (11) записываются в виде

$$u_i^0 = v_i^0 = \zeta_i^0 = 0 \quad (i = 0, \dots, N),$$
(12)

а условие (8) на свободной границе принимает вид

$$u_0^{n+1} = u_0^n + cr(u_1^n - u_0^n) - \sqrt{\frac{g}{H(0)}} \tau \frac{\partial \tilde{\zeta}}{\partial t},$$
(13)

где $\frac{\partial \tilde{\zeta}}{\partial t}$ ниже находится аналитически.

Результаты численного анализа. Анализ отклика жидкости на прохождение барического фронта проводился по формулам (9) – (13) для различных скоростей переноса *U* и ширины *W* фронта. Функция $F(\xi)$, описывающая изменение возмущений среднего барического поля поперек фронта, задавалась в формуле (1) в виде гладкого модельного распределения

$$F = \sin^2 \frac{\pi \xi}{2W} \ (-W < \xi < 0), \ F = 1 \ (\xi \le -W), \ F = 0 \ (\xi \ge 0).$$

Зависимость волнового движения от ширины фронта W иллюстрирует рис. 3. Как следует из представленных кривых, во всех рассматриваемых точках бассейна при прохождении фронтов наблюдаются периодические колебания уровня. При увеличении ширины фронта в 3 раза происходит трехкратный рост периода колебаний жидкости в бассейне, а именно примерно с 300 до 900 мин в данном случае. Также видно, что на границах бассейна наибольшие амплитуды смещения уровня от невозмущенного положения наблюдаются для самого узкого фронта (W = 50 км). В центре бассейна колебания при прохождении фронта этой ширины минимальны; максимальные отклонения уровня генерируются фронтом шириной W = 150 км.

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, № 4



Р и с. 3. Изменение со временем смещений уровня моря в трех равноотстоящих точках залива $(a - x = 0; \delta - x = l/2; e - x = l)$ при прохождении со скоростью $U = 6 \text{ м} \cdot \text{c}^{-1}$ и перепадом давления $a_0 = 0,3$ м вод. ст. атмосферного фронта различной ширины (I - W = 50 км; 2 - W = 100 км; 3 - W = 150 км)

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, № 4



Р и с. 4. Изменение со временем смещений свободной поверхности в пяти равноотстоящих точках залива (x = 0; l/4; l/2; 3l/4; l) при движении с различной скоростью фронта шириной W = 100 км и перепадом давления $a_0 = 0,3$ м вод. ст.: a - U = 1 м·c⁻¹; $\delta - U = 3$ м·c⁻¹; $\epsilon - U = 6$ м·с⁻¹; $\epsilon - U = 6$ м

На рис. 4 представлены изменения со временем смещений свободной поверхности жидкости в пяти равноотстоящих точках бассейна при прохождении барического фронта с различной скоростью U. При движении фронта на жидкой границе наблюдается понижение уровня, тогда как на твердой границе – повышение (нагон). При низких скоростях движения фронта (рис. 4, *a*, *б*) понижение уровня на левой границе в несколько раз превосходит по абсолютной величине соответствующее повышение на правой, тогда как при больших скоростях амплитуды отклонений уровня на границах примерно одинаковы по своей величине. Как видно из рис. 4, δ , при $U = 3 \text{ м} \cdot \text{c}^{-1}$ после выхода на установившийся режим колебаний периоды и амплитуды волн во всех рассматриваемых точках бассейна близки по своим значениям. С ростом скорости перемещения фронта в мелководной части бассейна колебания усиливаются (рис. 4, e, c). При $U = 9 \text{ м} \cdot \text{c}^{-1}$ период колебаний в мелководной части бассейна меньше периода колебаний в его более глубокой части. После выхода фронта за пределы бассейна ($t \ge (l + W)/U$) колебания уровня продолжаются достаточно долго (от нескольких часов до нескольких суток). Сравнение рис. 4, а и 4, г показывает, что с ростом скорости переноса фронта наблюдается тенденция к усилению колебаний уровня моря.

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, № 4



Р и с. 5. Изменения со временем горизонтальной проекции скорости *и* в пяти точках бассейна (x = 0; l/4; l/2; 3l/4; l) при прохождении с различной скоростью фронта шириной W = 100 км и перепадом давления $a_0 = 0,3$ м вод. ст.: a - U = 1 м·с⁻¹; b - U = 3 м·с⁻¹; b - U = 6 м·с⁻¹; z - U = 9 м·с⁻¹

На рис. 5, 6 представлены колебания проекций горизонтальной скорости в тех же точках и для тех же параметров фронта, что и на рис. 4. Как видно из рис. 5, скорость *и* достигает максимального значения в центральной части бассейна, а именно вблизи локального поднятия дна. Максимальные скорости вдольберегового течения *v* также достигаются в центре бассейна (рис. 6). При x = l/2 максимумы *u* и *v* в 1,3 – 1,9 раза больше экстремальных значений в других точках бассейна. В целом для этого случая горизонтальные скорости не превышают 0,2 и 0,1 м·с⁻¹ для *u* и *v* соответственно. При малых скоростях движения фронта ($U = 1 - 3 \text{ м·c}^{-1}$) вдольбереговая проекция скорости больше нормальной к берегу в 1,3 – 3,3 раза, при $U \ge 4 \text{ м·c}^{-1}$ – наоборот, в 1,5 – 2 раза меньше. В вершине бухты обе проекции скорости малы по сравнению со значениями в центральных точках бассейна. С ростом скорости переноса фронта волновая скорость увеличивается: в 3,8 – 12,8 раза для горизонтальной составляющей *u*, в 1,5 – 1,8 раза для вертикальной составляющей *v*.

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, № 4



Рис. 6. То же, что для рис. 5, но для вдольбереговой проекции v волновой скорости



Р и с. 7. Изолинии экстремальных смещений уровня моря (в метрах) в вершине залива (x = l) в плоскости параметров (W, U) при перепаде давления в фронте $a_0 = 0,3$ м вод. ст.: a – максимальные подъемы уровня; δ – экстремальные понижения уровня

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, № 4

Наконец, рис. 7 дает общую характеристику зависимости экстремальных смещений уровня в вершине залива от характеристик атмосферного фронта. Здесь в плоскости параметров W и U представлены изолинии экстремальных смещений уровня моря на мелководной твердой границе бассейна (x = l). Наиболее интенсивные колебания уровня наблюдаются для относительно узких фронтов ($W \approx 50 - 80$ км) и скоростей переноса $U \ge 4 \text{ м} \cdot \text{c}^{-1}$. Увеличение ширины фронта приводит к уменьшению амплитуды колебаний уровня моря на всей акватории залива, тогда как с ростом скорости переноса фронта она возрастает.

Выводы. В рамках нелинейной баротропной модели длинных волн с учетом придонного трения рассмотрена плоская задача о возмущениях уровня моря при равномерном переносе над полуограниченным бассейном фронта атмосферного давления. Фронт отождествляется с зоной конечной ширины, в которой атмосферное давление монотонно изменяется от одного значения к другому. Учитывается вращение Земли. Задача решается численно методом конечных разностей для бассейна, соответствующего зональному сечению Каркинитского залива. Определены горизонтальная структура и изменение со временем смещений уровня моря и проекций скорости течения.

Прохождение над бассейном барического фронта вызывает периодические колебания уровня моря. Экстремальные значения смещений уровня моря увеличиваются с ростом скорости переноса фронта и уменьшаются при увеличении его ширины. В частности, увеличение скорости перемещения атмосферного фронта с 1 до 9 м·с⁻¹ приводит к увеличению максимальных подъемов уровня моря примерно в 1,5 – 7,6 раза при W = 50 км и W = 100 км соответственно. Изменение ширины фронта с 50 до 150 км вызывает уменьшение максимальных смещений уровня в 2,2 – 14,2 раза при $U = 6 \text{ м·c}^{-1}$ и $U = 1 \text{ м·c}^{-1}$ соответственно.

Расчеты волновых скоростей показали, что в рассмотренных выше случаях нормальная и вдольбереговая проекции могут достигать значений соответственно 0,92 и 0,11 м·с⁻¹ в случае узких и быстродвижущихся фронтов.

Следует заметить, что, помимо воздействия барического поля, существенное влияние на смещения уровня моря при переносе атмосферного фронта может оказывать и поле касательных напряжений ветра, особенно при $U \ge 3 \text{ м} \cdot \text{c}^{-1}$. Вклад последних в поле смещений уровня моря исследовался в работе [8].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Горячкин Ю.Н., Иванов В.А. Уровень Черного моря: прошлое, настоящее и будущее. Севастополь: МГИ НАН Украины, 2006. – 210 с.
- Доценко С.Ф., Иванов В.А. Природные катастрофы Азово-Черноморского региона. Севастополь: НПЦ «ЭКОСИ-Гидрофизика», 2010. – 175 с.
- Гидрометеорология и гидрохимия морей СССР. Т. 5. Азовское море. СПб.: Гидрометеоиздат, 1991. 236 с.
- Еремеев В.Н., Коновалов А.В., Черкесов Л.В. Моделирование длинных баротропных волн в Черном море, вызываемых движущимися барическими возмущениями // Океанология. – 1996. – <u>36</u>, № 2. – С. 191 – 196.

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, № 4

- Иванов В.А., Коновалов А.В., Манилюк Ю.В., Черкесов Л.В. Математическое моделирование сгонно-нагонных колебаний в Черном море // Метеорология и гидрология. – 1999. – № 11. – С. 56 – 63.
- Лаппо С.С. Среднемасштабные динамические процессы океана, возбуждаемые атмосферой. – М.: Наука, 1979. – 181 с.
- Вольцингер Н.Е., Пясковский Р.В. Основные океанологические задачи теории мелкой воды. – Л.: Гидрометеоиздат, 1968. – 300 с.
- Доценко С.Ф., Миклашевская Н.А. Генерация волн в ограниченном бассейне движущимся фронтом атмосферного давления и связанным с ним полем касательных напряжений ветра // Морской гидрофизический журнал. – 2011. – № 4. – С. 13 – 27.

Морской гидрофизический институт НАН Украины,	Материал поступил
Севастополь	в редакцию 12.04.12
E-mail: sf_dotsenko@mail.ru	После доработки 08.08.12

АНОТАЦІЯ Одновимірна баротропна модель довгих хвиль з урахуванням придонного тертя застосована для аналізу збурень рівня моря, викликаних рівномірним перенесенням фронту атмосферного тиску. Баричний фронт – зона кінцевої ширини, при перетині якої атмосферний тиск монотонно змінюється від одного постійного значення до іншого. Задача розв'язується методом кінцевих різниць для басейну, відповідного зональному перетину Каркінітської затоки.

Показано, що проходження фронту супроводжується періодичними коливаннями рівня моря у всіх точках басейну. Екстремальні значення зміщень рівня моря збільшуються з ростом швидкості перенесення і зменшуються при збільшенні ширини фронтальної зони. Так, збільшення швидкості переміщення фронту з 1 до 9 м·с⁻¹ призводить до збільшення максимальних підвищень рівня від 1,5 (W = 50 км) до 7,6 (W = 100 км) раза. Зростання ширини фронту з 50 до 150 км зменшує максимальні зміщення рівня моря від 2,2 ($U = 6 \text{ м·c}^{-1}$) до 14,2 ($U = 1 \text{ м·c}^{-1}$) раза.

Ключові слова: баротропні коливання моря, генерація, рухомий баричний фронт, чисельні рішення, Чорне море.

ABSTRACT One-dimensional barotropic model of long waves allowing for near-bottom friction is applied to analyze sea level disturbances induced by uniform transfer of the atmospheric pressure front. A baric front is a zone of finite width within which the atmospheric pressure varies monotonically from one constant value to another one. The problem is solved by the finite difference method for a basin corresponding to the zonal section of the Karkinitsky bay.

It is shown that passing of the front is accompanied by periodic oscillations of the sea level in all the points of the basin. Extreme values of the sea level displacement grow with increase of the transfer velocity and diminish with increase of the frontal zone width. Thus growth of the front velocity from 1 to 9 m·s⁻¹ leads to growth of maximum level elevations by 1.5 (W = 50 km) – 7.6 (W = 100 km) times. Extension of the front width from 50 to 150 km reduces maximum sea level displacements by 2.2 (U = 6 m·s⁻¹) – 14.2 (U = 1 m·s⁻¹) times.

Keywords: barotropic sea level fluctuations, generation, moving baric front, numerical solutions, Black Sea.

ISSN 0233-7584. Мор. гидрофиз. журн., 2013, № 4