УДК 514.4

Мамедов Г.Н., Зейналов Л.М, Рустамов Э.Д.,
Полухов И.Х., Асадов Э.З.,
Вневедомственное Главное Управление Государственной Экспертизы
Государственного Агентства по Надзору за Безопасностью в Строительстве,
Азербайджан

УЧЕТ СОВМЕСТНОГО ВЛИЯНИЯ СДВИГА И ПОВОРОТА ИЗ-ЗА ПОДАТЛИВОСТИ ОСНОВАНИЯИ ИЗГИБА ЗДАНИЙ И СООРУЖЕНИЙ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИЛ

Для определения частоты собственных колебаний зданий и сооружений выведена формула с учетом коэффициентов жесткостей грунтов основания при сдвиге (C_x) и неравномерном сжатии (C_φ), а также жесткости самих зданий и сооружений. Из-за достаточной близости расчетных значений периодов собственных колебаний, вычисленных данной формулой и определенных натурными испытаниями зданий, предлагается учитывать предложенную формулу в действующих программах пространственного расчета зданий и сооружений.

Ключевые слова: ганчевые растворы, деформативность, колебания, здания, сооружения, сейсмические силы.

Землетрясение самое страшное бедствие на Земном шаре. Каждый год землетрясения уносят десятки тысяч жизней людей, стирают с лица земли тысячи зданий и сооружений, приносит колоссальный материальный ущерб. Землетрясения, как природного явления, невозможно избежать, однако в наших силах уменьшить его разрушительное действие принятием расчетных моделей, отвечающих реальной работе зданий и сооружений,применением соответствующих конструктивных мероприятий. Для уменьшения воздействия сейсмических сил, еще в VII-XVI веках зодчие Средней Азии и Закавказья под фундаменты сооружений устраивали искусственные песчаные, глинистые, камышовые подушки, а в кладках использовали ганчевые растворы [2].Конструктивные мероприятия, смягчающие сейсмические толчки, и сегодня с успехом применяются в строительстве. Нужно отметить, что в настоящее время во всех странах, в том числе и в Азербайджане, сейсмическая сила, действующая на здания и сооружения, определяется расчетом, т.е. – основным вопросом является правильный выбор расчетной модели здания.

Насколько расчетная модель будет ближе к реальному зданию, настолько расчетная сейсмическая сила будет ближе к реальной сейсмической силе. Предложенная японским ученым П. Омори в начале XX века, расчетная модель зданий для определения сейсмических сил продолжает совершенствоваться и в настоящее время, т.е. ученые и сегодня пытаются как можно больше приблизить расчетные модели к реальным конструкциям зданий.

По существующим нормам сейсмостойкости, расчетная сейсмическая нагрузка S_{ik} в выбранном направлении, приложенная к точке “$к$”и соответствующая i-му тону собственных колебаний зданий и сооружений, определяется по формуле:

$$S_{ik}=k_1\, k_2\, k_3\, Q_k\, A\, k_0\, k_\varphi \beta_i \eta_{ik} \qquad \text{(a)}$$

В формуле (a) все параметры, кроме β_i, η_{ik} постоянные величины, имеющие различные значения в различных нормах по сейсмостойкости, каждый из которых принят на основании общих соображений, в том числе, и коэффициент $к_0$, учитывающий влияния грунтовых условий основания. Так, в 8 бальных сейсмических зонах для грунтов III категории по сейсмическим свойствам:

$к_0$=1,4;$к_0A$=0,35 – по нормам Азербайджана
$к_0$=1,2;$к_0A$=0,60 – по нормам Казахстана
$к_0$=0,7;$к_0A$=0,28 – по нормам Украина
$к_0$=1,0;$к_0A$=0,40 – по нормам России

где А – нормативный сейсмический коэффициент, принятый по азербайджанским нормам 0,125; 0,25; 0,50; 1,0 соответственно для расчетной сейсмичности 7,8,9 и 10 баллов.

Причиной такого разброса при учёте влияния грунтовых условийоснованияприопределениирасчетнойсейсмическойнагрузкипонормамразличных стран является отсутствие более точной расчетной модели зданий и сооружений, близкой к их реальной конструкции при землетрясении.

Предлагаемая работа, нашедшая свое подтверждение в обширных натурных испытаниях зданий с различными конструктивными схемами, расположенными на различных грунтовых условиях, является одной из попыток сблизить расчетные модели с реальными моделями зданий. Основным показателем зданий при сейсмических воздействиях является динамический коэффициент β_i, определяемый в зависимости от периода T_i собственных колебаний зданий и сооружений.

Насколько расчетная величина T_i будет ближе к реальной, настолькорасчетнаясейсмическаясилабудетближекреальнойсейсмическойсиле,возникающейприземлетрясении. Однако, расчетный период свободных колебаний здания, определяемый по существующим методам и применяемый в действующих программах пространственных расчетов зданий, существенно отличается от фактических периодов свободных колебаний здания и тем самым фактической

счете зданий и
снования при
тывается
(C_φ=2C_z)

жений с

дания и
грунтов

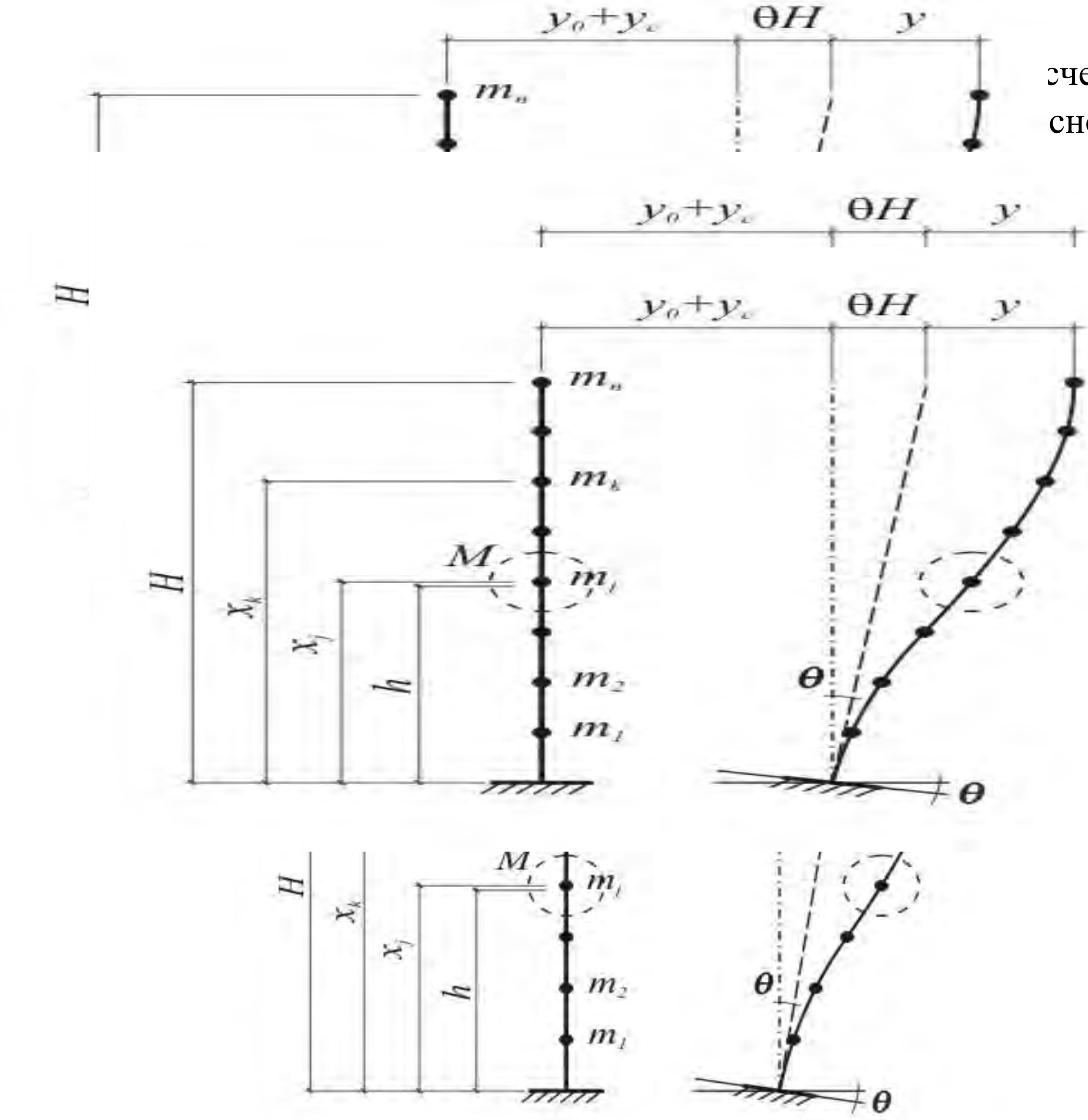

Рис. 1.

Такая расчетная модель здания более близко описываете реальную модель при сейсмических воздействиях и учёт трех факторов (y_c, θ,y) при определении динамических характеристик зданий, способствует значительному сближению расчетных сейсмических сил с реальными. Здесь, принимая координаты $y(t)$,$y_c(t)$,$\theta(t)$ за обобщенные и пользуясь уравнением Лагранжа, уравнение колебания рассматриваемой системы можно написать в виде(1):

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}}\right)-\frac{\partial T}{\partial \theta}+\frac{\partial \Pi}{\partial \theta}=0 \\ &\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}}\right)-\frac{\partial T}{\partial y}+\frac{\partial \Pi}{\partial y}=0 \\ &\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{dt}}\left(\frac{\partial T}{\partial \dot{y}_c}\right)-\frac{\partial T}{\partial y_c}+\frac{\partial \Pi}{\partial y_c}=0 \end{aligned}\right\} \qquad (1)$$

где T и $П$ соответственно кинетическая и потенциальная энергия, которые определяются следующим образом. Принимая массу фундамента несравнимо малой относительно массы системы ($M_ф<M$), координаты перемещения центра массы можно написать в виде(Рис.1)

$$y_1=y_0+y_c+h\ \sin\theta+y$$
$$x_1=h\ \cos\theta$$

Согласно теореме Кенига, полная кинетическая энергия системы будет

$$T=\frac{M\dot{y}_1^2}{2}+\frac{M\dot{x}_1^2}{2}+\frac{J_m\dot{\theta}^2}{2}=\frac{M}{2}(\dot{y}_0+\dot{y}_c+\dot{\theta}h\cos\theta+\dot{y})^2+\frac{M}{2}h^2\dot{\theta}^2\sin^2\theta+\frac{J_m\dot{\theta}^2}{2}$$

Полная же потенциальная энергия системы, состоящая из потенциальной энергии, соответствующей положению груза ($П_1$), упругому изгибу системы ($П_2$), упругому сдвигу($П_3$) и упругому повороту ($П_4$) сооружения, будет

$$П=П_1+П_2+П_3+П_4=Mgh\cos\theta+\frac{k_y y^2}{2}+\frac{k_c y_c^2}{2}+\frac{k_\theta\theta^2}{2}$$

И учитывая значений T и $П$ в (1) получим систему уравнений (2)

$$\left.\begin{aligned}&Mh\ddot{y}+Mh\ddot{y}_c+J_0\ddot{\theta}+(k_\theta-Mgh)\theta=-Mh\ddot{y}_0\\&M\ddot{y}+M\ddot{y}_c+Mh\ddot{\theta}+k_y y=-M\ddot{y}_0\\&M\ddot{y}+M\ddot{y}_c+Mh\ddot{\theta}+k_c y_c=-M\ddot{y}_0\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

Принимая в первом приближении колебания почвы при землетрясениях гармонически затухающими, т.е. соответствующие закономерности $y_o(t)=\alpha_0 e^{-\varepsilon_0 t}\sin\omega t$, легко установить закономерность колебания такой системы путем совместного решения уравнений (2), задаваего в виде

$$y=Ae^{-\varepsilon_y t}\sin\omega t \qquad \varepsilon_y=\alpha_y p_y/2$$
$$y_c=Be^{-\varepsilon_c t}\sin\omega t \qquad \varepsilon_c=\alpha_c p_c/2$$
$$\theta=Ce^{-\varepsilon_\theta t}\sin\omega t \qquad \varepsilon_\theta=\alpha_\theta p_\theta/2$$

Где p_θ, p_y, p_c – собственные частоты соответственно вращательных, изгибных и сдвиговых колебаний.

Коэффициенты A, B, C могут быть определены путем решения системы уравнения (2) и найдены

$$y=\frac{\frac{1}{k_y}a_0e^{-\varepsilon_0 t}\sin\omega t}{\frac{1}{k_y}+\frac{1}{k_c}+\frac{h^2}{k_\theta-Mgh-J_m\omega^2}-\frac{1}{M\omega^2}}\qquad(3)$$

$$y_c = \frac{\frac{1}{k_c} a_0 e^{-\varepsilon_0 t} \sin \omega t}{\frac{1}{k_y} + \frac{1}{k_c} + \frac{h^2}{k_\theta - Mgh - J_m \omega^2} - \frac{1}{M\omega^2}} \quad (4)$$

$$\theta = \frac{a_0 h e^{-\varepsilon_0 t} \sin \omega t}{(\frac{1}{k_y} + \frac{1}{k_c} + \frac{1}{M\omega^2})(k_\theta - Mgh - J_m \omega^2) + h^2} \quad (5)$$

Уравнения (3), (4), (5) легко могут быть приведены в форму, удобную для вычисления частот свободных колебаний сооружений с конечной жесткостью, если учесть, что при совпадении частот собственных колебаний системы (P) с частотой грунта основания (ω) деформация системы стремится к бесконечности, а это условие может быть обеспечено, если знаменатели в формулах (3)...(5) равны нулю, т.е.

$$\frac{1}{k_y} + \frac{1}{k_c} + \frac{h^2}{k_\theta - Mgh - J_m P^2} - \frac{1}{MP^2} = 0$$

$$MJ_m \left(\frac{1}{k_y} + \frac{1}{k_c} \right) P^4 - \left[J_m + Mh^2 + M(k_\theta - Mgh) \left(\frac{1}{k_y} + \frac{1}{k_c} \right) \right] P^2 + (k_\theta - Mgh) = 0 \quad (6)$$

Извыражения (6) легко могут быть определены частоты сдвиговых и вращательных колебаний такой системы. Так, если сооружение абсолютно жесткое ($к_y=\infty$) и неспособно к сдвигу из-забесконечной жесткости основания на сдвиг, т.е. $к_c=\infty$ и система способна лишь к вращательному колебанию, выражение (6) получит следуюущий вид

$$-\left(J_m + Mh^2\right) P_\theta^2 + k_\theta - Mgh = 0$$

$$P_\theta^2 = \frac{k_\theta - Mgh}{J_m + Mh^2} \quad (7)$$

Если же сооружение абсолютно жесткое и не может вращаться из-за бесконечной жесткости основания на сжатие $к_\theta=\infty$, т.е., система может испытывать сдвиговое колебание, то выражение (6) получит вид

$$P_c^2 = \frac{k_c}{M} \quad (8)$$

Наконец, если основание сооружения абсолютно жесткое как на сдвиг, так и на сжатие, т.е. $x_c=\infty$ и $к_\theta=\infty$, такая система способна лишь на колебания и выражение (6) примет вид

$$-\frac{M}{k_y}\cdot P_y^2 = -1$$

$$P_y^2 = \frac{k_y}{M} \qquad (9)$$

С учетом формул (7) , (8) и (9) и обозначая через $\lambda = \frac{J_m + Mh^2}{J_m}$ из формулы(6) будем иметь.

$$P^4 - \lambda P^2\left[\frac{P_y^2 P_c^2}{P_y^2 + P_c^2} + P_\theta^2\right] + \lambda\frac{P_y^2 P_c^2 P_\theta^2}{P_y^2 + P_c^2} = 0 \qquad (10)$$

Чтобы определить частоты собственных колебаний (P_i) сооружения в формуле (10) должны быть известны параметры P_θ, P_c, P_y. Здесь

$$P_\theta^2 = \frac{k_\theta - Mgh}{J_m + Mh^2}$$

$$P_c^2 = \frac{k_c}{M}$$

$$P_{yi}^2 = \frac{k_{yi}}{M} = P_{y1}^2, P_{y2}^2, \dots, P_{yn}^2$$

$$k_\theta = C_\theta J_ф, C_\theta = 2C_z$$

$$k_c = C_x F_ф, C_x = 0{,}7C_z$$

C_z– коэффициент упругого равномерного сжатия, определяемый по результатаммеханическихиспытаний грунта,
$J_ф$– момент инерции площади основания фундамента относительно оси, проходящей через центр тяжести,
$F_ф$– площадь фундамента.

Здесь значение коэффициента упругого равномерного сжатия принимаетсялибовзависимостиотвеличиныосновногорасчетногосопротивления грунта R (СНиП -II-Б 7-70) либо по [3] из таблицы 1.

Таблица 1.

R (MPa)	C_z(N/sm^3)
0,1	20
0,2	40
0,3	50
0,4	60
0,5	70

При промежуточных значениях коэффициент C_z может приниматься по интерполяции. Указанные в таблице значения относятся к фундаментам, у которых площадь подошвы более 10м^2. Для фундаментов, имеющих меньшую площадь, табличные значения C_z, в следствие возрастания роли высоких краевых напряжений, увеличивается в $\sqrt{\frac{10}{F_\Phi}}$столько раз.

Как видноиз вышеизложенного, P_θ и P_c в зависимости от свойств грунтов основания легко могут быть определены. Что касается P_y, т.е. частоты свободных колебаний сооружения с конечной жесткостью на жестком основании (κ_θ=∞, κ_c=∞), то она определяется следующим образом [1].

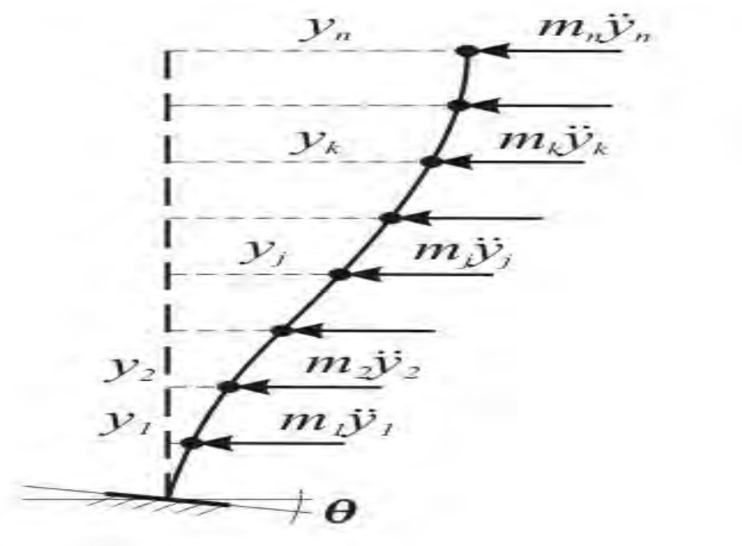

Рис. 2.

При свободном колебании на систему в местах сосредоточения масс действуют инерционные силы, направленные в сторону, противоположную ускорениям, с соответствующими массами (Рис.2). Эти силы равны F_i.

Условие свободных колебаний системы может быть выражено уравнениями, составленными с помощью метода сил.

В таком случае перемещения системы в местах сосредоточения масс от действия сил инерции будут: $F_1^H = -m_1\ddot{y}_1$; $F_2^H = -m_2\ddot{y}_2$;......; $F_n^H = -m_n\ddot{y}_n$

$$\left.\begin{aligned} y_1 &= -m_1\ddot{y}_1\delta_{11} - m_2\ddot{y}_2\delta_{12} - ...... - m_n\ddot{y}_n\delta_{1n} \\ y_2 &= -m_1\ddot{y}_1\delta_{21} - m_2\ddot{y}_2\delta_{22} - ...... - m_n\ddot{y}_n\delta_{2n} \\ &------------------------------ \\ &------------------------------ \\ y_n &= -m_1\ddot{y}_1\delta_{n1} - m_2\ddot{y}_2\delta_{n2} - ...... - m_n\ddot{y}_n\delta_{nn} \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

где $\delta_{jк}$ – перемещение точки (к) от действия единичной силы в точке j ($k, j=1,2,3,...n$).

Этим уравнениям удовлетворяют следующие решения:

$y_1 = \chi_1\sin(P_y t + \varphi)$; $y_2 = \chi_2\sin(P_y t + \varphi)$;...;$y_n = \chi_n\sin(P_y t + \varphi)$ (12)

здесь, χ_1, χ_2, ..., χ_n амплитуды свободных колебаний системы

φ– начальная фаза колебаний;

P_y – круговая частота собственных колебаний системы на жестком основании.

Подставляя значения (12) в уравнения (11), получим систему канонических уравнений:

$$\left.\begin{aligned}
&(m_1\delta_{11} - \frac{1}{P_y^2})\chi_1 + m_1\delta_{12}\chi_2 + ...+ m_n\delta_{1n}\chi_n = 0\\
&m_1\delta_{21}\chi_1 + (m_2\delta_{22} - \frac{1}{P_y^2})\chi_2 + ...+ m_n\delta_{2n}\chi_n = 0\\
&-----------------------\\
&-----------------------\\
&m_1\delta_{n1}\chi_1 + m_2\delta_{n2}\chi_2 + ...+ (m_n\delta_{nn} - \frac{1}{P_y^2})\chi_n = 0
\end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Ненулевые значения отклонений масс $x_1, x_2, ..., x_n$ при свободных колебаниях системы возможны, когда детерминант уравнений (13) равен нулю:

$$\begin{vmatrix}
m_1\delta_{11} - \frac{1}{P_y^2}; m_2\delta_{12}; \cdots; m_n\delta_{1n}\\
m_1\delta_{21}; m_2\delta_{22} - \frac{1}{P_y^2}; \cdots; m_n\delta_{2n}\\
-------------------\\
-------------------\\
m_1\delta_{n1}; m_2\delta_{n2}; \cdots; m_n\delta_{nn} - \frac{1}{P_y^2}
\end{vmatrix} = 0 \qquad (14)$$

Выражение (14) называется частотным уравнением.

Пользуясь обычными алгебраическими приемами, это выражение можно представить развернутым в строку виде уравнения

$$P_y^{2n} - A_1P_y^{2(n-1)} + A_2P_y^{2(n-2)} + ...+ (-1)^n A_n = 0 \qquad (15)$$

Значения P_{yi} в уравнении (15) являются частотами собственных колебаний системы на жестком основании ($\kappa_\theta=\infty$, $\kappa_c=\infty$).

Таким образом, определяя P_{yi} (P_{y1} ,P_{y2}, ..., P_{yn}) по формуле (15) и, учитывая найденные значения P_θ и P_c, по формуле (10) вычисляем P_i-частоты свободных колебаний системы с учетом деформаций сдвига и поворота из-за податливости основания, а также изгиба из-за деформативности сооружения.

Далее в зависимости от P_i определяются коэффициенты динамичности β_i и коэффициенты формы колебания η_i ($x_к$) сооружения. Например, по нормам Азербайджана [5] “Строительство в сейсмических районах” AzДTN 2.3-1, пункт 2.6,рис.2, β_i определяется следующим образом:

$$\beta_i = 1+1{,}5\frac{T_i}{T_A} \quad \text{при} \quad 0 \le T_i \le T$$

$$\beta_i = 2{,}5 \quad \text{при} \quad T_A < T_i \le T_B \qquad (16)$$

$$\beta_i = 2{,}5\left(\frac{T_B}{T_i}\right)^{0{,}5} \quad \text{при} \quad T_B < T_i$$

Здесь $T_i = \frac{2\pi}{P_i}$ - период свободных колебаний сооружения.

P_i – частоты свободных колебаний сооружения, определяемые по формуле (10).

Для определения $\eta_i(x_n)$ необходимо вычислить $\chi_i(x_n)$ с учетом деформаций сдвига, поворота из-за податливости основания и изгиба из-за деформативности сооружения. Поэтому в формуле (13) вместо P_{yi} принимаем P_i,т.е.

$$\left.\begin{array}{l}
(m_1\delta_{11} - \frac{1}{P^2})\chi_1 + m_1\delta_{12}\chi_2 + ... + m_n\delta_{1n}\chi_n = 0 \\
m_1\delta_{21}\chi_1 + (m_2\delta_{22} - \frac{1}{P^2})\chi_2 + ... + m_n\delta_{2n}\chi_n = 0 \\
-------------------------------- \\
-------------------------------- \\
m_1\delta_{n1}\chi_1 + m_2\delta_{n2}\chi_2 + ... + (m_n\delta_{nn} - \frac{1}{P^2})\chi_n = 0
\end{array}\right\} \qquad (17)$$

В формуле (17) значения P_i известны. Решением системы уравнений (17) вычисляется $\chi_i(x_к)$, затем определяется коэффициент формы колебания

$$\eta_i(x_k) = \chi_i(x_k)\frac{\sum_1^n Q_j\chi_i(x_j)}{\sum_1^n Q_j\chi_i^2(x_j)} \qquad (18)$$

В заключении по формуле (а) вычисляются сейсмические силы S_{ik}.

В 1970 году в Научно-Исследовательском Проектно-Конструкторском иституте стройматериаловим С.А. Дадашева в лаборатории сейсмостойкого строительства под руководством к.т.н. доцента Г.А.Алиева с участием

Г.Н. Мамедова были проведены натурные динамические испытания более 20 зданий, покоящихся на скальном, песчаном и глинистом основаниях. Периоды свободных колебаний этих зданий, найденные при натурных испытаниях и вычисленные по формуле (10), приведены в таблице 2.

Как видно из табл.2, экспериментальные и теоретические значения периодов свободных колебаний зданий, вычисленные по формуле (10), достаточно близки друг другу, а иногда и совпадают. Таким образом, можно заключить, что расчетная сейсмическая сила, вычисленная предложенным методом, в такой же степени будет ближе к реальной сейсмической силе, возникшей при землетрясении.

Предложенный метод определения сейсмических сил легко может быть использован в действующих программах пространственного расчета зданий и сооружений путем добавления в эти программы лишь формулы (10) без изменения основного алгоритма программ.

Таблица 2

Объектыиспытания.	Основа-ние фунд.	Периоды свободныхколебаний, (сек.)				Расхождения.%	
		Экспериментальные		Расчетные по формуле(10)			
		Попереч.	Продол.	Попереч.	Прод.	Попереч.	Прод.
450 АС 5 этажный, 4 секционный каменный дом	скала песок глина	0,242 0,270 0,300	0,240 0,250 0,270	0,205 0,280 0,310	0,205 0,250 0,265	18 8,5 3,2	12 0 1,8
9 этажный 1секционный дом с поперечными и продольными стенами	скала песок глина	0,310 0,410 0,440	0,310 0,410 0,440	0,300 0,406 0,430	0,308 0,406 0,430	0,6 0,8 2,3	0,6 0,8 2,3
464 АС 5 этажный, 4 секцион.крупнопанель- ный дом	скала песок глина	0,200 0,220 0,225	0,223 0,233 0,235	0,180 0,215 0,263	0,195 0,213 0,238	11 2,3 14,3	14,2 9,4 1,2
400 АН 5 этажный, 4секцион. крупнопанельный дом	скала песок глина	0,210 0,240 0,300	0,200 0,210 0,243	0,208 0,256 0,314	0,202 0,222 0,247	1,2 6,3 4,5	1,0 5,3 1,6
1.Аз.400 АС 9 этажный, 4 секцион. крупнопанельный дом	скала песок глина	0,313 0,380 0,416	0,290 0,350 0,386	0,274 0,385 0,428	0,250 0,340 0,360	14,3 1,3 2,6	15 3 7,2

Литература

1. Корчинский И.Л.. Сейсмостойкое строительство зданий. Москва 1971.
2. Бачинский Н.М. Антисейсмика в архитектурных памятниках Средней Азии.М-Л, 1949.
3. БарканД.Д. Динамикаоснованийифундаментов. Строиздат,1948.
4. Назаров А.Г. Метод инженерного анализа сейсмических сил. Ереван, 1959.
5. SeysmikrayonlardatikintiAzDTN 2.3-1, Bakı-2009.
6. Фам Дык Кыонг. Коэффициент постели и его использование при расчетевзаимодействия фундаментных плит и грунтовых оснований. Москва, 2009.

АНОТАЦІЯ

Для визначення частоти власних коливань будівель і споруд виведена формула з урахуванням коефіцієнтів жорсткостей ґрунтів основи при зрушенні (Cx) і нерівномірному стискуванні (C), а також жорсткості самих будівель і споруд. Із-за достатньої близькості розрахункових значень періодів власних коливань, вичислених цією формулою і визначених натурними випробуваннями будівель, пропонується враховувати запропоновану формулу в діючих програмах просторового розрахунку будівель і споруд.

Ключові слова: ганчеві розчини, деформативність, коливання, будівлі, споруди, сейсмічні сили.

ANNOTATION

For determination of frequency of eigentones of building and building a formula is shown out taking into account the coefficients of inflexibilities of soils of founding at a change (Cx) and uneven compression (C), and also inflexibility of building and building. From the sufficient closeness of calculation values of periods of the eigentones calculated by this formula and certain model tests building, it is suggested to take into account the offered formula in the operating programs of spatial calculation of building and building.

Keywords: solutions, deformability, vibrations, building, building, seismic forces.