УДК 621.004.74:621.365.5

© **Арпентьев Б.М., Резниченко Н.К.**

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССА РАЗБОРКИ СОЕДИНЕНИЯ С НЕОСЕСИММЕТРИЧНОЙ ПЛОСКОЙ ДЕТАЛЬЮ ПРИ ИНДУКЦИОННОМ НАГРЕВЕ

Процесс разборки соединения с тепловым воздействием сложнее сборки, в связи с необходимостью более интенсивного нагрева охватывающей детали, для обеспечения разборочного зазора между деталями, несмотря на теплопередачу к охватываемой.

Нагрев неосесимметричной плоской детали для извлечения из нее охватывающей – вала, наиболее сложная задача вследствие теплоотвода различной интенсивности по координатным осям.

Особый интерес представляет нагрев соединения балансир с торсионом, который используется в ходовой части гусеничной машины. Балансир – это массивная плоская деталь, в отверстие которой по шлицевой посадке скольжения установлен торсион, представляющий собой тонкий вал. После эксплуатации соединение становится практически неразъемным из-за пластических деформаций шлицов и их коррозии. В балансире имеется также отверстие для оси катка. На рис.1. представлена схема балансира с торсионом.

а)

б)

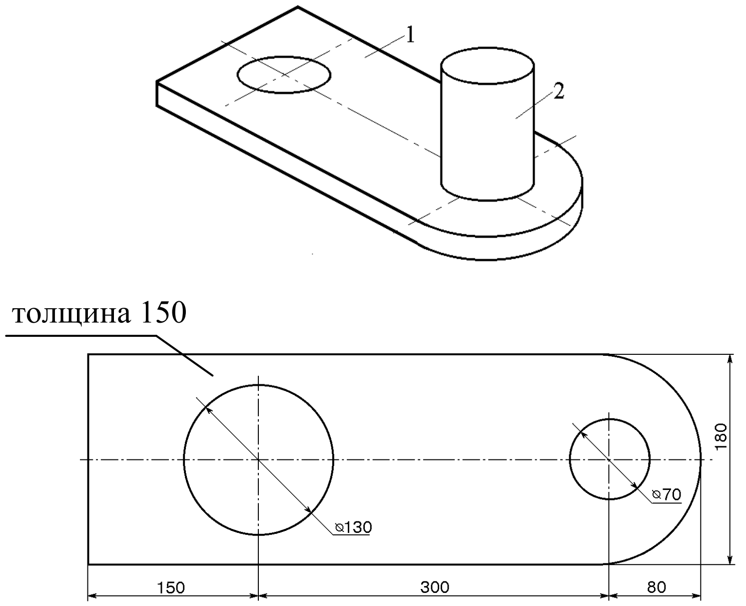

Рис. 1 - Схема балансира в сборе с торсионом а) и балансира б).

1 – балансир; 2 – торсион

Необходимо определить такое распределение температуры в балансире, которое, обеспечивая технологически заданное расширение отверстия, минимизирует количество тепла при ограничении уровня напряжений и температуры. Насколько известно, такая задача для плоской конструкции решается впервые.

Нагреву подлежит зона отверстия диаметром 70мм с двух сторон балансира, то есть выполняется локальный нагрев. Минимизируется функция энергии $Q = Q(q_1,q_2,...,q_n)$, затрачиваемой на нагрев детали, где q_1, q_2, ..., q_n – мощность источников тепла, приложенных на некоторых плоскостях. При этом могут действовать ограничения на температуру

$$T_{min} \leq T(r) \leq T_{max} , \quad (1)$$

где T_{min}, T_{max} – предельные значения температуры, определяемые технологическими условиями и свойствами материала соответственно, и ограничения по напряжениям

$$\sigma_e \leq [\sigma], \quad (2)$$

где [σ] – величина допускаемых напряжений,

$$\sigma_e = \sqrt{0,5\left[(\sigma_r-\sigma_z)^2+(\sigma_z-\sigma_\theta)^2+(\sigma_\theta-\sigma_r)^2\right]+3\left(\tau_{rz}^2+\tau_{z\theta}^2+\tau_{\theta r}^2\right)} \qquad (3)$$

– эквивалентные напряжения.

Расчет по этой формуле (3) рекомендуется для материалов, которые одинаково работают при растяжении и сжатии. Она имеет также названия: четвертая теория прочности, критерий Гебера-Мизеса-Генки.

Граничное условие, представляющее собой неявное ограничение имеет вид

$$\delta \geq u, \qquad (4)$$

где δ – заданное расширение внутреннего отверстия детали u.

Для решения применен комплексный метод М.Бокса. Если целевая функция $Q(q_1, q_2, ..., q_n)$ выпукла и функции неявных ограничений тоже выпуклы, задача будет иметь единственное решение. При решении использован МКЭ в форме метода перемещений, с декартовой системой координат x, y, z. КЭ имеют треугольное поперечное сечение с тремя узлами (рис. 2).

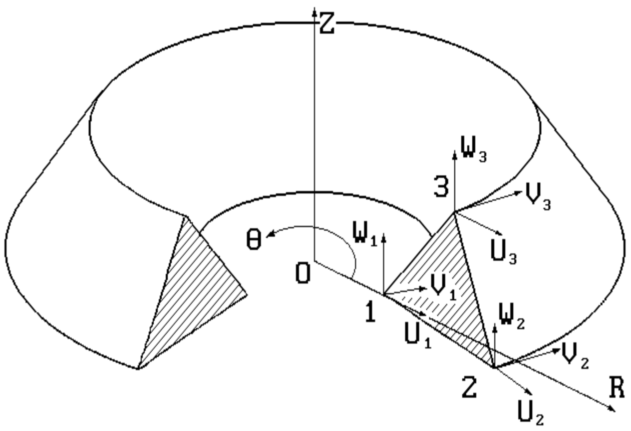

Рис. 2. Схема конечного элемента

Компоненты перемещений в узлах КЭ однозначно определяют перемещения внутри элемента.

$$\vec{U}^e = \{u_1, v_1, u_2, v_2, u_3, v_3\} \qquad (5)$$

Перемещения внутри элемента задаются вектором-столбцом

$$\vec{U} = \{u \; v\}^T = [N]\{U\} \tag{6}$$

матрица $[N]$ содержит функции формы

$$[\mathrm{N}] = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 \end{bmatrix}$$

$$N_i = 0{,}5(a_i + b_i + c_i)/\Delta, \tag{7}$$

где Δ – площадь поперечного сечения КЭ в плоскости rz. Параметры a_i, b_i, c_i определяются по формулам

$$a_i = r_j z_m - r_m z_j; \quad b_i = z_j - z_m; \quad c_i = r_m - r_j; \tag{8}$$

$$i = \overline{1{,}3}; \quad j = \begin{cases} i+1 & (i \neq 3); \\ 1 & (i = 3), \end{cases} \quad m = \begin{cases} i-1 & (i \neq 1); \\ 3 & (i = 1), \end{cases}$$

где r_i, z_i – координаты узловой точки КЭ.

Используются уравнения (5), (6), (7), (8).

Решение задачи МКЭ приводит к системе линейных алгебраических уравнений

$$[K]\{U\}^e = \vec{R} + \vec{F}_{\varepsilon 0}, \tag{9}$$

где $[K]$ – матрица жесткости тела, состоящая из матриц жесткости конечных элементов вида (4.60).

$$\vec{F}^e_{\varepsilon 0} = \int_{V^e} [B]^T [D] \vec{\varepsilon}^{(0)} dV^e \tag{10}$$

– вектор сил, обусловленных температурными деформациями $\vec{\varepsilon}^{(0)}$,

$[D]$ – матрица упругости,

$$[D] = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix},$$

матрица [B] аналогична, где

$$[B_i] = \frac{1}{2\Delta}\begin{bmatrix} b_i & 0 \\ 0 & c_i \\ c_i & b_i \end{bmatrix}.$$

Интегрирование производится численно, так как подинтегральное выражение не зависит от координат. После решения уравнения (9) можно получить перемещения в узлах элемента $\vec{U}^e$ и с помощью соотношений можно получить перемещения в любой точке КЭ. Деформации могут быть получены из формулы, напряжения – из закона Гука

$$\vec{\sigma} = [D]\left(\vec{\varepsilon} - \vec{\varepsilon}^{(0)}\right) \tag{11}$$

Матрица жесткости системы [K] имеет ленточную структуру, причем ширина ленты зависит от формы конструкции и порядка нумерации узлов, и симметрична. Поэтому для решения системы линейных алгебраических уравнений (9) используется метод квадратного корня. Исходное уравнение вида

$$[K]\vec{U} = \vec{F}$$

путем введения подстановки

$$[K] = [\Gamma]^T[\Gamma]$$

преобразуется к следующему виду

$$[\Gamma]\vec{U} = \vec{Y},$$

откуда

$$\vec{U} = [\Gamma]^{-1}\vec{Y}.$$

Алгоритм включает в себя вычисление элементов вспомогательных матриц (прямой ход).

Возможно также использование конечно-разностной схемы Кранка-Николсона, где вычисляются производные по времени от вектора температур $\vec{T}$. Предполагая, что

$$\frac{d\vec{T}^{(0)}}{d\tau} + \frac{d\vec{T}^{(1)}}{d\tau} = \frac{2(\vec{T}^{(1)} - \vec{T}^{(0)})}{\Delta\tau}, \tag{12}$$

получаем систему уравнений в виде

$$\left([K] + \frac{2}{\Delta\tau}[C]\right)\vec{T}^{(1)} = [C]\left(\frac{2}{\Delta\tau}\vec{T}^{(0)} + \frac{d\vec{T}^{(0)}}{d\tau}\right) + \vec{F}^{(cp)}, \qquad (13)$$

где $F^{(\text{ср})}$ – вектор-столбец правой части уравнения в момент времени $(\tau^{(1)} - \tau^{(0)})/2$. Алгоритм этой схемы состоит в последовательном решении уравнения и нахождении $d\vec{T}^{(1)}/d\tau$.

Для решения полученной системы линейных алгебраических уравнений используется метод квадратного корня.

Важным вопросом при решении данной задачи является учет контактной теплопередачи. Рассмотрим его несколько иначе, чем в предыдущей задаче из-за иной физической сущности контакта. Будем использовать понятие термического контактного сопротивления R [м$^2 \cdot$ град/Вт]. Его удобно оценивать величиной эквивалентной длине материала B, температурный перепад на которой соответствует температурному скачку в зоне контакта, то есть

$$R = B/K.$$

Для учета контактного взаимодействия введены специальные контактные конечные элементы. Такой контактный элемент содержит 2 узла с одинаковыми координатами, принадлежащими к смежным контактирующим телам. Элемент характеризуется длиной L вдоль линии контакта в плоскости rz (вся область контакта должна быть «распределена» между контактными элементами, (рис.3) и эквивалентной толщиной B, которая характеризует его термическое сопротивление *R*. Если рассматриваемый контактный элемент при расчете НДС находится в состоянии «зазор», то

$$B = B_G \frac{K_G}{K} + B_0, \qquad (14)$$

где B_G, K_G – фактический зазор в точке контакта и теплопроводность газовой среды.

Если элемент находится в состоянии «натяг» то

$$
\begin{aligned}
&B = \frac{B_0}{1 + \left(\dfrac{B_0}{B_1} - 1 \right) \left(\dfrac{\sigma}{\sigma_1} \right)^{0,8}}, && \sigma \le \sigma_1; \\
&B = B_1 - \frac{(B_2 - B_1)(\sigma - \sigma_1)}{\sigma_2 - \sigma_1}, && \sigma_1 \le \sigma \le \sigma_2; \qquad (15) \\
&B = B_2, && \sigma > \sigma_2
\end{aligned}
$$

где ${}_0$, B_1, B_2 – термическое сопротивление в зоне контакта при нулевом сжимающем напряжении, сжимающем напряжении величиной σ_1 и σ_2,

$$R_i = B_i/K.$$

Длина линии контакта для элемента *a*, находящегося на краю линии контакта составляет $L_1/2$, для элемента *b* – $L_1/2 + L_2/2$; для элемента *c* – $L_2/2 + L_3/2$ (рис.4).

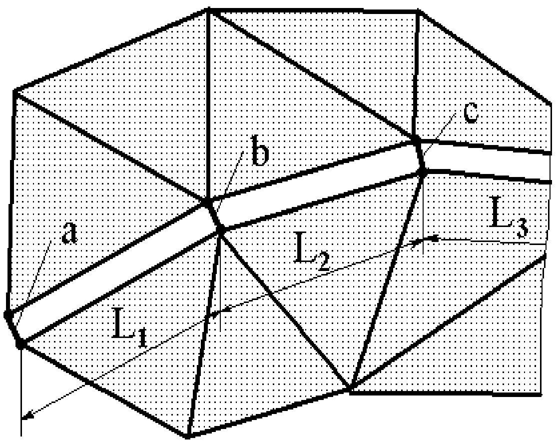

Рис. 3 - имер схемы распределения области контакта между контактными элементами a,b,c

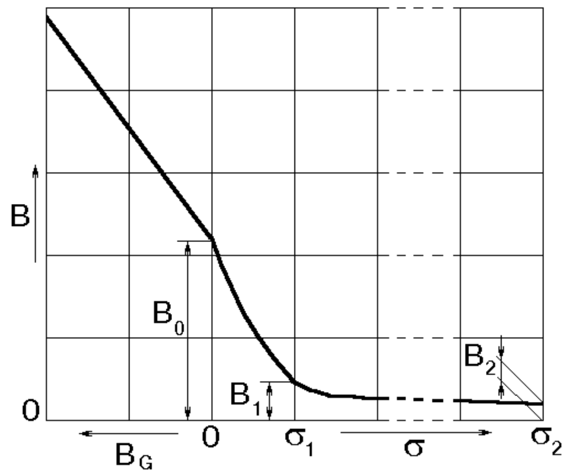

Рис. 4 - Зависимость эквивалентной толщины B контактного элемента от состояния зоны контакта

На рис. 4 представлена зависимость эквивалентной толщины B контактного элемента от состояния зоны контакта.

Матрица теплопроводности контактного элемента определяется по формуле

$$[K] = \frac{KV}{B^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}, \qquad (16)$$

где V – объем, определяемый длиной L линии контакта, эквивалентной толщиной B для данного элемента и толщиной детали H.

Решение оптимизационной задачи выполняется итерационным методом. В нем предполагается, что известно количество варьируемых переменных n, количество ограничений m и начальная точка $\vec{q}_0 = \{q_1, q_2, ... q_n\}^T$, удовлетворяющая всем ограничениям. В первую очередь, выбирают $k = 2n$ точек, которые удовлетворяют всем ограничениям, а также вычисляют целевую функцию W во всех k точках. Множество этих точек называют комплексом.

Как упоминалось выше, предполагается, что точка $\vec{q}_0$ удовлетворяющая всем ограничениям, задана. В качестве начальной, как правило, выбирается равномерная мощность нагрева конструкции. Остальные точки, удовлетворяющие ограничениям, могут быть найдены следующим образом

$$q_{ij} = q_{min} + r\,(q_{max} - q_{min}), \tag{17}$$

где r - псевдослучайная переменная, равномерно распределенная в интервале (0; 1). Если точка, выбранная в соответствии с (4.91), не удовлетворяет всем ограничениям, то она смещается на половину расстояния до центра тяжести множества уже принятых точек $\vec{q}_C$, то есть формируется точка

$$\vec{q}'_i = (\vec{q}_i + \vec{q}_C)/2. \tag{18}$$

Если начальную точку $\vec{q}_0$, отвечающую всем ограничениям, найти не удается, оптимизация применяется для удовлетворения ограничений. После нахождения точки $\vec{q}_0^{(1)}$, удовлетворяющей условию (3), можно перейти к последовательной оптимизации других ограничений, которые не выполняются в точке $\vec{q}_0^{(1)}$.

Итерационная процедура комплексного метода производит поиск минимума перемещением по направлению к минимуму внутри области ограничений.

При проверке на сходимость величин σ^2 используются среднее квадратическое отклонение для k значений функции и максимальное расстояние d между двумя точками комплекса

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(W(\vec{q}_i) - \overline{W})^2}{k}, \tag{19}$$

где

$$\overline{W} = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} W(\vec{q}_i). \tag{20}$$

Если величина достаточно мала, то процедура поиска минимума заканчивается. В противном случае необходимо вернуться на шаг 1 и повторить процедуру.

Выбор $k = 2n$ и $\alpha = 1{,}3$ является эмпирическим правилом. Первое значение частично предотвращает преждевременное сжатие комплекса.

Описанный алгоритм итерационной процедуры использует программный комплекс МКЕ-Д, предназначенный для расчета напряженно-деформированного состояния тел в условиях упругого и упруго-пластического деформирования и задач теплопередачи, а также для оптимизации параметров расчета.

Предлагаемая модель для плоской охватывающей детали с неосесимметрично расположенным в ней отверстием позволяет определить мощности и периодичность действия распределения источников индукционного нагрева.

Список использованных источников

1. Андреев А. Г. Напряженно-деформированное состояние составных осесимметричных конструкций, собираемых с натягом при использовании нагрева / А. Г. Андреев, Н. К. Резниченко // Вісн. Нац. техн. ун-ту "ХПІ". – Х. , 2005. – №47. – С. 3–8.
2. Арпентьев Б. М. Новый метод определения составляющих тепловой проводимости / Б. М. Арпентьев А. К. Дука, А. Н. Куцын // Сб. науч.

тр. Харьк. ин-та социал. прогресса (ХИСП). – Х., 1997. – С. 169–177.
3. Вигак В.М., Ясинский А.В. Оптимизация осесимметричных термоупругих напряжений и перемещений круглой пластины // Докл. АН УССР. – 1985. –Сер. А, № 12. – С. 24–26.
4. Дука А. К. Оптимизация индукционного нагрева изделий в механосборочном производстве / А. К. Дука, Н. К. Резниченко // Резание и инструмент в технологических системах : междунар. науч.-техн. сб. / Нац. техн. ун-т «ХПИ». – Х., 2007. – № 72. – С. 136–143.

Арпентьев Б.М., Резниченко Н.К. «Оптимизация процесса разборки соединения с неосесимметричной плоской деталью при индукционном нагреве».

В статье рассмотрен процесс разборки прессового соединения с неосесимметричной плоской деталью при индукционном нагреве.

Арпентьєв Б.М., Резніченко М.К. «Оптимізація процесу розбирання з'єднання з невісесиметричною плоскою деталлю при індукційному нагріві».

У статті розглянуто процес розбирання пресового з'єднання з невісесиметричною плоскою деталлю при індукційному нагріві.

Arpentev B., Reznichenko N. «Optimisation of process of dismantling of joint with non axisymmetric a flat detail at the induction heating».

The process of sorting out joints of press with non axisymmetric flat detail at the induction heating is cosidered in the article.