

УДК 622.673:621.313.3

© Кравцов М.К., Оболенская Т.А., Ващук С.А.

## **ВЛИЯНИЕ КОНТАКТОРНОГО ПУСКА АСИНХРОННОГО ДВИГАТЕЛЯ НА УСИЛИЯ В КАНАТАХ**

### **1. Постановка проблемы**

В процессе навивки на барабан шахтной подъемной машины (с постоянным радиусом навивки) канат испытывает статические и динамические усилия, которые во многом определяются характеристиками запуска, осуществляемого электроприводом. Ниже исследуются динамические явления, возникающие в поднимающейся и опускающейся ветвях (обособлено) подъемного каната при заданной скорости подъема, при учете механических характеристик асинхронного электродвигателя.

### **2. Основной материал**

Рассмотрим движение свободно висящего каната с грузом на конце находящегося в начальный момент в состоянии покоя. Расчетная схема представлена на рис.1 .

При решении задачи канат принимается идеально гибким, упругим, подчиняющимся закону Гука; модуль упругости считается величиной постоянной; не учитывается диссипация энергии в канате; в точке схода каната с барабана нет проскальзывания; не учитываются поперечные и крутильные колебания каната.

Дифференциальное уравнение движения имеет вид:

$$m \ddot{X} + T - mg = 0, \quad (1)$$

где  $m$  – масса груза, кг;

$T$  – натяжение каната, кН;

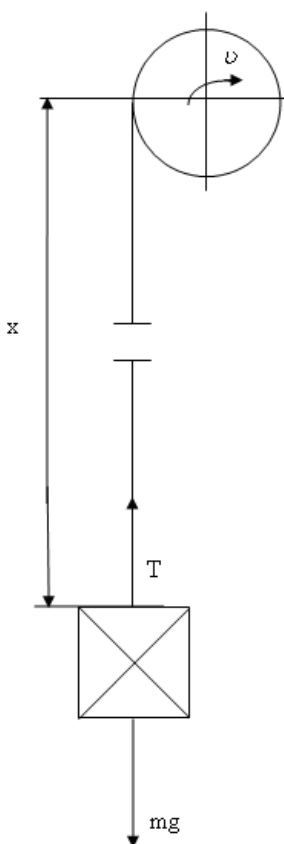
$X$  – расстояние от груза до точки схода каната с барабана, м.

По методу Б. С. Ковальского [1] уточним значение недеформированной длины каната. Обозначая  $dx$  – элемент нерастянутого каната и учитывая что за время  $dt$  – на барабан навивается часть растянутого каната длиной

$$(1 + \varepsilon)dx = v dt ,$$

получим, что времени  $t$  соответствует длина недеформированного

каната  $\int_0^t dx = \int_0^t \frac{v}{1 + \varepsilon} dt ,$



**Рис. 1** – Расчетная схема

где:  $\varepsilon = \frac{T}{E_k F_k}$  – относительное удлинение каната.

Вычтя эту часть из первоначальной длины нерастянутого каната  $l$  получим переменную длину ненавитой на барабан части каната:

$$\ell(t) = \ell - \int_0^t \frac{v}{1 + \frac{T}{E_k F_k}} dt.$$

Таким образом длины поднимающегося и опускающегося концов становятся равными:

Для поднимающейся ветви:

$$X_1 = \left(1 + \frac{T_1}{B}\right) \left(\ell_1 - \int_0^t \frac{v}{1 + \frac{T_1}{B}} dt\right) \quad (2)$$

Для опускающейся ветви:

$$X_2 = \left(1 + \frac{T_2}{B}\right) \left(\ell_2 + \int_0^t \frac{v}{1 + \frac{T_2}{B}} dt\right) \quad (3)$$

где  $\ell_1$  и  $\ell_2$  – первоначальные длины соответственно поднимающейся и опускающейся частей недеформированного каната;

$v$  – скорость навивки каната на барабан;

$B = E_k F_k$  – жесткость сечения каната.

Модуль упругости каната  $E_k$  считаем постоянной величиной. Как показали опыты, величина напряжения мало влияет на значение модуля упругости растянутого каната.

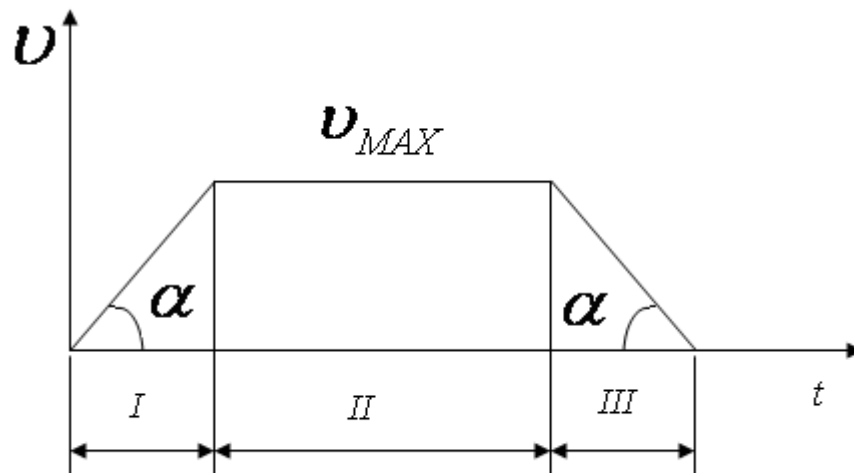
Исключая из исходного уравнения (1) величину  $X$ , получаем соответствующее уравнение непосредственно относительно натяжений  $T$ . Дифференцируя (2) получим:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= \frac{\dot{T}}{B} \left(\ell - \int_0^t \frac{v dt}{1 + \frac{T}{B}}\right) - v, \\ \ddot{X} &= \frac{\ddot{T}}{B} \left(\ell - \int_0^t \frac{v dt}{1 + \frac{T}{B}}\right) - \frac{\dot{T}}{B} \frac{v}{1 + \frac{T}{B}} - \dot{v}. \end{aligned}$$

Подставляя  $\ddot{X}$  в уравнение (1) имеем:

$$\left(1 - \frac{1}{\ell_1} \int_0^t \frac{v dt}{1 + \frac{T_1}{B}}\right) \ddot{T}_1 - \frac{v}{\ell_1 \left(1 + \frac{T_1}{B}\right)} \dot{T}_1 + B \frac{T_1}{m_1 \ell_1} = \frac{B}{\ell_1} (g + \dot{v}). \quad (4)$$

Мы получили в форме Б. С. Ковальського [1] интегро-дифференциальное уравнение движения груза на канате непосредственно в натяжениях для поднимающейся ветви. Пренебрегаем отношением  $T/B \approx 10^{-3}$ .



**Рис. 2** – Тахограмма подъема груза

Запишем уравнение в более простой форме:

$$\left(1 - \frac{1}{\ell_1} \int_0^t v dt\right) \ddot{T}_1 - \frac{v}{\ell_1} \dot{T}_1 + \frac{B}{m_1 \ell_1} T_1 = \frac{B}{\ell_1} (g - \dot{v}), \quad (5)$$

Соответственно для опускающейся ветви получим:

$$\left(1 + \frac{1}{\ell_2} \int_0^t v dt\right) \ddot{T}_2 + \frac{v}{\ell_2} \dot{T}_2 + \frac{B}{m_2 \ell_2} T_2 = \frac{B}{\ell_2} (g - \dot{v}). \quad (6)$$

Уравнения (5), (6) дают картину изменения натяжений  $T_1$  и  $T_2$  при любом законе изменения скорости  $v$ .

Применяя трапецидальную тахограмму подъема груза (рис. 2) для всех ветвей соответственно трем этапам подъема, получим 6 дифференциальных уравнений движения, которые приведены в таблице. Из этой таблицы видно что движение обеих ветвей каната при постоянном

ускорении (положительном или отрицательном) описывается гипергеометрическим уравнением Гаусса, общий вид которого

$$Z(Z-1)T'' + [(\alpha + \beta + 1)Z - \alpha\beta]T' - \alpha\beta T = 0, \quad (7)$$

Уравнения (5) и (6), определяющие равнозамедленное движение опускающейся ветви и равноускоренное поднимающейся ветви, совершенно идентичны по виду. Различие заключается в значениях переменной  $z$ . Решение этих уравнений также имеет совершенно идентичный вид:

$$T = m(g + a) - \frac{1}{\sqrt{\cos\varphi}} (c_1 \cos 2\gamma\varphi + c_2 \sin 2\gamma\varphi), \quad (8)$$

где  $\sin\varphi = \sqrt{Z}$ .

Торможение поднимающейся ветви описывается уравнением, общее решение которого:

$$T_1 = m(g - a) + C_1 F_1\left(\frac{1}{4} - \sqrt{\frac{1}{16} - \gamma_1^2}; \frac{1}{4} + \sqrt{\frac{1}{16} - \gamma_1^2}; \frac{1}{2}; Z\right) + \\ + C_2 \sqrt{Z} F_2\left(\frac{3}{4} - \sqrt{\frac{1}{16} - \gamma_1^2}; \frac{3}{4} + \sqrt{\frac{1}{16} - \gamma_1^2}; \frac{3}{2}; Z\right), \quad (9)$$

где:  $F_1$  и  $F_2$  – гипергеометрические ряды;

$C_1$  и  $C_2$  – произвольные постоянные, определяемые начальными условиями.

Разгон опускающейся ветви описывается уравнением, общее решение которого:

$$T_2 = -m_2(g - a) + C_1 F_1\left(-\frac{5}{4} + \sqrt{\frac{25}{16} - \gamma_2^2}; -\frac{5}{4} - \sqrt{\frac{25}{16} - \gamma_2^2}; -\frac{1}{2}; Z\right) + \\ + C_2 Z^{\frac{3}{2}} F_2\left(\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{25}{16} - \gamma_2^2}; -\frac{9}{4} - \sqrt{\frac{25}{16} - \gamma_2^2}; \frac{5}{2}; Z\right), \quad (10)$$

где:  $F_1$  и  $F_2$  – гипергеометрические ряды;

$C_1$  и  $C_2$  – произвольные постоянные уравнения.

Приводимые уравнения, однако, не дают решения, пригодного для численных расчетов.

Решение в гипергеометрических функциях с помощью асимптотики может дать лишь картину изменения в натяжения в III этапе опускающейся ветви каната (без учета внутренних сопротивлений в канате) и максимальных значений натяжений в поднимающейся ветви при разгоне. И если предположить, что торможение действительно возможно при почти постоянном ускорении (замедлении), что замена этого движения равноускоренным недопустима.

В связи с этим, учтем изменение ускорения подъема груза при разгоне шахтной подъемной машины асинхронным двигателем с контакторным управлением.

Известно, что механическая характеристика асинхронного двигателя с нормальным ротором описывается уравнением Клосса. Если же пренебречь малым активным сопротивлением, то зависимость  $M(S)$  представится выражением:

$$M = \frac{2M_{\max}}{\frac{S_{\max}}{S} + \frac{S}{S_{\max}}}, \quad (11)$$

где:  $M$  – текущий момент, развиваемый двигателем, кНм;

$M_{\max}$  – максимальный момент двигателя, кНм;

$S_{\max}$  – критическое скольжение соответствующее  $M_{\max}$ .

Известно, что если криволинейные участки характеристик заменить секущими, проходящими через истинные точки характеристик на ординатах переключающих моментов  $M_1$  и  $M_2$ , то они все пересекутся в одной точке, абсциссу которой обозначим  $M'$ . При линейной зависимости момента от скольжения текущий момент  $M_i$  на  $i$ -ой ступени выразится зависимостью (рис. 4)

$$M_i = M_1 - (M_1 - M') \frac{v - v_{li}}{v_c - v_{li}}, \quad (12)$$

где:  $M_1$  – наибольший момент переключения, кНм;

$M'$  – момент, соответствующий абсциссе пересечения линейных характеристик двигателя, кНм;

$v$  - текущая линейная скорость  $i$  на окружности барабана, м/с;

$v_{li}$  - начальная скорость на ступени, м/с;

$v_c$  - Скорость каната соответствующая синхронной скорости двигателя, м/с;

Уравнение движения в период запуска

$$\frac{I}{R} \cdot \frac{dv}{dt} = M - M_0, \quad (13)$$

где:  $I$  – приведенный к валу двигателя момент инерции движущихся частей подъемной машины, кг\*м<sup>2</sup>;

$R$  – радиус навивки каната, м;

$M_0$  – момент статистического сопротивления, кНм.

Подставляя (12) в (13) получаем дифференциальное уравнение:

$$\frac{I}{R} \cdot \frac{dv}{dt} = M_1 - (M_1 - M') \frac{v - v_{li}}{v_c - v_{li}} - M_0.$$

Его решение дает изменение скорости во времени на отдельных ступенях

$$v = b - ae^{-kt}, \quad (14)$$

где  $b = \frac{v_c(M_1 - M_0) - v_{li}(M' - M_0)}{M_1 - M'}$  ;

$$a = (v_c - v_{li}) \frac{M_1 - M_0}{M_1 - M'} ;$$

$$k = \frac{M_1 - M'}{v_c - v_{li}} \cdot \frac{R}{I}.$$

При вращении двигателя осуществляется одновременно подъем одного каната с грузом и опускание другого. Используя выражение (14) для уравнений движения поднимающейся и опускающейся ветвей, получаем

обыкновенные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами:

$$\left(\ell_1 + \frac{a}{k} - bt - \frac{a}{k}e^{-kt}\right)\ddot{T}_1 - (b - ae^{-kt})\dot{T}_1 + \frac{b}{m_1}(T_1 - m_1g + km_1ae^{-kt}) = 0, \quad (15)$$

Для опускающейся ветви

$$\left(\ell_2 + \frac{a}{k} + bt + \frac{a}{k}e^{-kt}\right)\ddot{T}_2 - (b - ae^{-kt})\dot{T}_2 + \frac{b}{m_2}(T_2 - m_2g + km_2ae^{-kt}) = 0, \quad (16)$$

Начальные условия для уравнений (15) и (16) подъема из условия непрерывности функций  $T_1$  и  $T_2$  и их первых производных  $\dot{T}_1$  и  $\dot{T}_2$ .

Для случая подъема груза с положения на весу для первой ступени при  $t=0$ :

$$T_1 = m_1g; \quad T_2 = m_2g;$$

$$\dot{T}_1 = 0; \quad \dot{T}_2 = 0;$$

Для последующих ступеней при  $t=0$ :

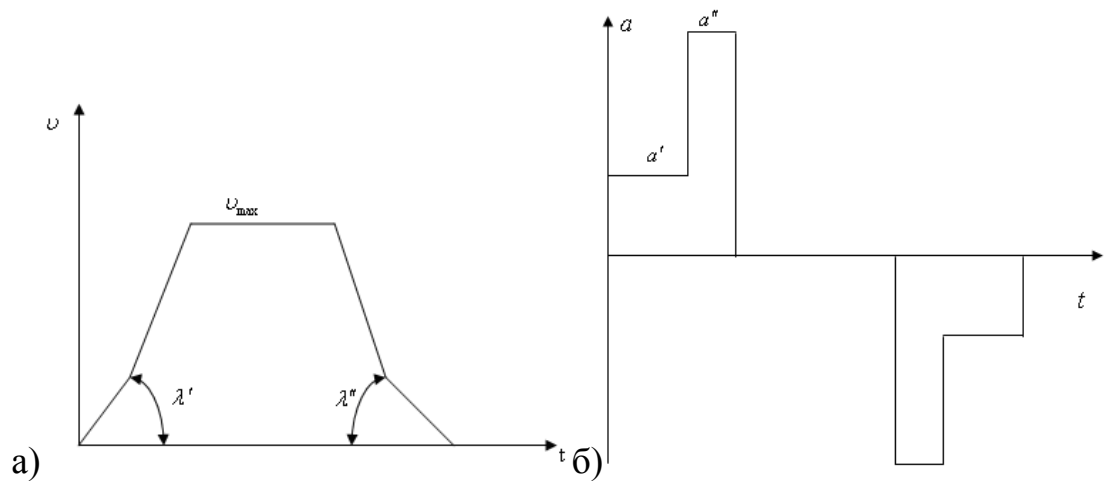
$$T_{1i}(0) = T_{1i-1}(t_i); \quad T_{2i}(0) = T_{2i-1}(t_i);$$

$$\dot{T}_{1i}(0) = \dot{T}_{1i-1}(t_i); \quad \dot{T}_{2i}(0) = \dot{T}_{2i-1}(t_i);$$

Величины  $b$ ,  $a$  и  $k$  в выражении (14) различны для каждой ступени, так как зависят от скольжения по ступени, от количества ступеней и разбивки по ступеням.

Расчет разбивки продолжительности работы асинхронного двигателя на отдельных ступенях при контакторном управлении выполняется в двух вариантах по методике [3]. В первом среднее ускорение на всех пусковых ступенях одинаково ( $j_{cp} = \text{const}$ ), во втором варианте учитывается ограниченная величина скорости во время схода кривых т. е. сложная диаграмма подъема (рис. 3). Здесь и дальше ускорение обозначено  $j$ , чтобы не путать с коэффициентам  $a$  в уравнениях.





**Рис. 3** - Сложная диаграмма скорости (а) и ускорения (б) (второй вариант)

Определим величины, характеризующие разгон подъемной машины.

Линейные скорости в начале и в конце  $i$ -й ступени:

$$v_{1i} = v_c \left[ 1 - \left( \frac{M_2 - M'}{M_1 - M'} \right)^{i-1} \right]; \quad (17)$$

$$v_{2i} = v_c \left[ 1 - \left( \frac{M_2 - M'}{M_1 - M'} \right)^i \right], \quad (18)$$

где:  $v_c$  – линейная скорость, соответствующая синхронному числу оборотов двигателя.

Продолжительность работы на  $i$ -й ступени

$$t_i = \frac{1}{K_i} \ln \frac{j_2}{j_1} = \frac{I_i}{R} \cdot \frac{v_c - v_{1i}}{M_1 - M_0} \ln \frac{M_1 - M_0}{M_2 - M_0},$$

где  $j_1$  и  $j_2$  – соответственно начальное и конечное ускорение ступени:

$$j_1 = \frac{M_1 - M'}{I_i}; \quad j_2 = \frac{M_2 - M'}{I_i};$$

$$j_{cp.} = \frac{j_1 - j_2}{\ln \frac{j_1}{j_2}} = \frac{v_{2i} - v_{1i}}{t_i}.$$

Таблица 1 – Дифференциальные уравнения движения каната

Этапы движения	Наименование ветви	Значение переменной уравнения	Дифференциальное уравнение движения	Вид уравнения
I $v = b + at$	Поднимаемая	$z = \frac{(b+at)^2}{b^2 + 2al_1}$	$Z(1-Z)T_1'' + (\frac{1}{2} - \frac{3}{2}z)T_1' + \gamma_1^2(T_1 - m_1g - m_1a) = 0$	Гипергеометрическое уравнение Гаусса в действительной форме
	Опускаемая	$z = \frac{b+at}{b^2 + 2al_2}$	$Z(1-Z)T_2'' + (\frac{1}{2} - \frac{3}{2}z)T_2' - \gamma_1^2(T_2 - m_2g + m_2a) = 0$	Гипергеометрическое уравнение Гаусса в комплексной форме
II $v = b = const$	Поднимаемая	$z = 2\mu_1 \times \sqrt{1 - \frac{bt}{l_1}}$	$Z^2T_1'' + zT_1' + z^2(T_1 - m_1g) = 0$	Бесселя с действительным аргументом
	Опускаемая	$z = 2\mu_2 \times \sqrt{1 - \frac{bt}{l_1}}$	$Z^2T_1'' + zT_2' + z^2(T_2 - mg) = 0$	То же
III $v = b - at$	Поднимаемая	$z = \frac{(b-at)^2}{b^2 - 2al_1}$	$Z(1-Z)T_1'' + (\frac{1}{2} - \frac{3}{2}z)T_1' - \gamma_1^2(T_1 - m_1g - m_1a) = 0$	Гипергеометрическое уравнение в комплексной области
	Опускаемая	$z = \frac{(b-at)^2}{b^2 - 2al_2}$	$Z(1-z)T_2'' + (\frac{1}{2} - \frac{3}{2}z)T_2' + \gamma_2^2(T_2 - m_2g - m_2a) = 0$	Гипергеометрическое уравнение в действительной области

Интегрирование дифференциальных уравнений (15) и (16) производилось методом Рунге-Кутты без преобразований.

В результате решения получена картина распределения натяжения в опускающейся и поднимающейся ветвях каната в процессе запуска

асинхронного двигателя для двух вариантов разбивки ступеней сопротивления.

Исходные уравнения движения ветвей каната не учитывают сопротивления в канатах. Для первого этапа подъема, характеризующегося частными возмущениями при переключении ступеней сопротивлений, как показатели исследования [4], упругими несовершенствами можно пренебречь.

Для второго и третьего этапов подъема -равномерного движения торможения с постоянным замедлением диссипацию энергии в канате следует учесть.

### **3. Выводы**

Из анализа полученных на результатов можно сделать следующие выводы:

1) динамические натяжения в обеих ветвях каната носят колебательный характер;

2) наибольшие натяжения каната превышают расчетные статические для поднимающейся ветви в первом варианте на 20% и менее, чем на 10% во втором;

3) изменения динамических усилий в опускающейся ветви на первом этапе движения намного больше по амплитуде, чем в поднимающейся ветви, так как длина каната противовеса значительно меньше свободной длины поднимающейся ветви каната;

В III этапе имеет место противоположное явление

4) максимум натяжений в первом варианте приходится на начало движения, во втором -на переключение с первой на вторую ступень;

5) контакторное управление по ступеням сопротивлений при запуске значительно снижает динамические явления в канатах;

6) в поднимающейся ветви в первый момент величина натяжения расчет от начальной точки в обоих вариантах, в опускающейся -уменьшается;

7) степень крутизны огибающих колебаний по ступеням зависит от частоты

$$K = \frac{M_1 - M'}{\nu_0 - \nu_{1i}} \cdot \frac{I}{R}, \text{ с}^{-1}$$

т.е. продолжительность работы на данной ступени в конечном счете зависит от жесткости механических характеристик ступеней

8) большее значение имеет момент, в который произошло переключение механических ступеней. Особенно это важно для первой ступени. Поэтому, зная время выдержки на первой ступени и частоту колебаний, можно заранее предвидеть характер поведения огибающей и выбрать наиболее рациональный вариант разбивки по ступеням.

#### **Список использованных источников**

1. Ковальский Б. С. Грузоподъемные машины. Канаты, блоки, барабаны / Б. С. Ковальский. – Х. : ХВАИУ, 1961 – 87 с.
2. Давыдов Б. Л. Машины угольной промышленности. Т. 2: Машины транспорта и подъема / Б. Л. Давыдов. – М. : Недра, 1959. – 766 с.
3. Борисов Ю. М. Электрооборудование подъемно-транспортных машин / Ю. М. Борисов, М. М. Соколов. – М. : Машиностроение, 1971. – 372 с.
4. Александров М. П. Подъемно-транспортные машины : учеб. для машиностроит. спец. вузов / М. П. Александров. – 6-е изд., перераб. – М. : Высш. шк., 1985. – 520 с.

***Кравцов М.К., Оболенская Т.А., Ващук С.А.*** «Влияние контакторного пуска асинхронного двигателя на усилия в канатах».

Статья посвящена исследованию малоизученного вопроса. Рассматривается шахтная подъемная машина с опускающимися и поднимающимися канатами, приводом которой является асинхронный двигатель с контакторным управлением. При переключении отдельных

ступеней контактора наступає різке змінення крутящого моменту електродвигателя, що викликає додаткові зусилля в канатах.

***Кравцов М.К., Оболенська Т.А., Ващук С.А.*** «Вплив контакту орного пуску асинхронного двигуна на зусилля у канатах»

Стаття присвячена дослідженню маловідомого питання. Розглядається шахтна підйомна машина з канатами, що піднімаються і опускаються, приводом якої є асинхронний двигун з контакторним керуванням. При переключенні окремих ступенів контактору настає різка зміна закручувального моменту електродвигуна, що викликає додаткові зусилля в канатах.

***Kravtsov M.K. Obolenskaya T.A. Vashyuk S.A.*** “The influence of contact start of asynchrony engine on the forces in threads”

The article is devoted to investigation for unknown question. The mine lifting machine with threads that lift up and down is investigated. The engine is asynchron with contact control. During the switching of different steps of contactor the torsion moment of engine is changing, that adds the forces in the thread.