

©Лазаренко В.И., Оболенская Т.А., Мороз Т.В.

## **БЛОКИРУЮЩИЙ АВТОМАТИЧЕСКИЙ КОНТРОЛЬ КАЧЕСТВА ИЗДЕЛИЙ**

### **1. Постановка задачи**

В высоко автоматизированном производстве стремятся совместить в одном контрольном агрегате функции отсева дефектных изделий и предотвращения появления массового брака. С этой целью автоматическое контрольное устройство располагают непосредственно вслед за рабочими органами по формообразованию изделий внутри автоматической линии. Контрольное устройство обеспечивает проверку всех сходящих с линии изделий, отсеивает дефектные изделия и, будучи соединено со специальным блокирующим устройством, останавливает линию, если доля дефектности в изготовленной продукции слишком велика. Остановленная линия должна быть осмотрена и при обнаружении причины разладки подналажена. Остановка линии вызывает некоторое снижение производительности, и если ее осуществлять при обнаружении контрольным устройством первого дефектного изделия, то возникающие простои линии могут не оправдаться экономией от уменьшения доли брака в продукции. С другой стороны, можно установить и такое правило блокировки (остановки линии), что будут чрезмерными убытки от изготовления дефектных изделий.

Таким образом, возникает задача расчета правила оптимальной блокировки автоматической линии, с тем чтобы суммарные потери от остановок линии и производства дефектных изделий были в среднем наименьшими.

### **2. Анализ исследований**

Обычно в расчетах наибольший интерес представляли условия, обеспечивающие максимальную производительность автоматической линии.

Правило блокировки считалось оптимальным, если доля утеранных вследствие кростов и браке изделий оказывались минимальной.

### 3. Основной материал

Для расчета оптимального правила необходимо изучить процесс изготовления изделий весьма подробно. В частности, надо знать, какие величины  $\varepsilon$  возникают при разладке процесса и каким образом в дальнейшем протекает их изменение. Обычно такие сведения отсутствуют, и приходится устанавливать правило хотя и не оптимальное, но все же предохраняющее от слишком больших потерь.

Основой дальнейших вычислений служит предположение, что после возникновения разладки вероятность  $\varepsilon$  появления дефектного изделия остается в течении дальнейшего хода процесса неизменной. Однако величина  $\varepsilon$  будет рассматриваться как случайная. Это значит, что нельзя заранее однозначно предсказать вероятность возникновения брака при появлении разладки. Такое представление о величине  $\varepsilon$  для большинства практических случаев ближе к действительности. Заметим только, что для задач приемочного контроля случайность величины  $\varepsilon$  имеет гораздо менее осязаемое значение, чем для задачи, рассматриваемой нами здесь.

Путем наблюдения сравнительно просто определить среднее время работы линии до возникновения разладки, а также среднее время, затрачиваемое на подналадку автоматической линии. Поэтому при расчетах будем предполагать, что известны именно эти величины.

Рассмотрим случай. Известны  $T_a$  – математическое ожидание времени работы линии до возникновения разладки,  $T_o$  – среднее время, затрачиваемое на подналадку. Линия останавливается для подналадки, если контрольное устройство обнаружило подряд  $r$  дефектных изделий. Требуется установить правило для выбора числа  $r$  в зависимости от величины  $T_a$  и  $T_o$ . при этом предполагается, что до возникновения разладки вероятность появления дефектного изделия  $\xi_0=0$ .

Пусть  $\tau$  – время работы линии до возникновения разладки,  $o$  – время, затрачиваемое на подналадку линии. Обозначим

$$\tau_s = \tau + o \quad (1)$$

и назовем величину  $\tau_s$  длительностью цикла работы линии. Математическое ожидание длительности цикла

$$T_s = E(\tau) + E(o) = T_a + T_o$$

Если обозначить через  $\eta$  часовую производительность в штуках изделий, то очевидно, что произведение  $\eta \cdot T_o$  дает математическое ожидание числа изделий, утерянных за время одного цикла работы линии. С другой стороны, произведение  $\eta \cdot (T_a + T_o)$  равно математическому ожиданию числа изделий, которые могли бы быть изготовлены за время цикла, если бы не было остановки.

Отношение математического ожидания числа потерянных за цикл работы изделий к математическому ожиданию числа изделий, которые могли бы быть выполнены за этот цикл, будем называть величиной *удельных потерь*. Обозначим эту величину через  $u$ . Таким образом, получим

$$u_1 = \frac{T_o \eta}{(T_a + T_o) \eta} = \frac{T_o}{T_a + T_o}.$$

В равенстве (1) содержится предположение, что линия останавливается сразу, как только возникает разладка. Мы могли бы рассмотреть и другой крайний случай. Когда линия при возникновении разладки вообще не останавливается. Если вероятность появления дефектного изделия при разладке будет равна  $\xi$ , то в среднем за время изготовления  $M$  изделий появится  $M\xi$  дефектных. Поэтому удельные потери составят здесь

$$u_2 = \frac{M\xi}{M} = \xi$$

При каждой разладке относительно автоматической линии может быть принято одно из двух решений. Первое решение – остановить линию; обозначим его через  $d_1$ . Принятие решения  $d_1$  приведет к удельной потере производительности, равной  $u_1$ . Второе решение – продолжить работу линии; обозначим его через  $d_2$ . Принятие решения  $d_2$  приведет к удельной потере производительности, равной  $u_2$ . Очевидно, что решение  $d_1$  будет выгоднее решения  $d_2$ , когда  $u_1 < u_2$ . В идеале

блокировку линии следовало бы устроить так, чтобы при  $u_2 < u_1$  линия работала, а при  $u_2 > u_1$  линия останавливалась для подналадки.

Обозначим через  $u(\xi)$  величину потерь от простоев и изготовления дефектных изделий, тогда при идеально устроенной блокировке потери составят

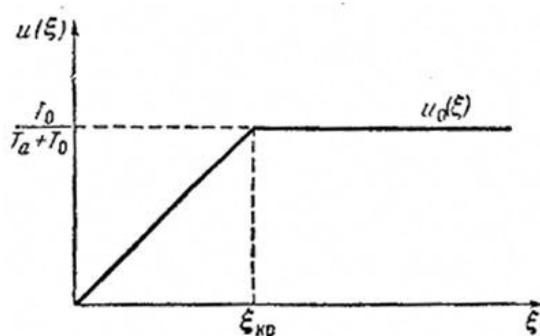
$$\left. \begin{aligned} u_0(\xi) &= \xi \text{ äðè } \xi < \frac{T_o}{T_a + T_o} \\ u_0(\xi) &= \frac{T_o}{T_a + T_o} \text{ äðè } \xi > \frac{T_o}{T_a + T_o} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Величину

$$\xi_{\text{äð}} = \frac{T_o}{T_a + T_o} \quad (3)$$

будем называть *критической вероятностью* появления брака. Согласно (2), при  $\xi > \xi_{\text{äð}}$  целесообразно остановить линию для подналадки. При  $\xi < \xi_{\text{äð}}$  целесообразно продолжить работу линии.

Кривую потерь  $u_0(\xi)$ , заданную аналитически формулой (2) и изображенную на рис. 1 будем называть *идеальной характеристикой потерь*, так как она соответствует случаю, когда решение о продолжении работы линии принимается безошибочно.



**Рис. 1** – Идеальная характеристика потерь

В реальных условиях работы линии мы не имеем возможности безошибочно судить о величине  $\xi$ . Поэтому и решения о подналадке линии принимаются нами с ошибками. В одних случаях работа линии будет продолжена, когда  $\xi > \xi_{\text{äð}}$ , в других линия будет остановлена, хотя  $\xi < \xi_{\text{äð}}$

Поэтому при любом  $\xi$  действительные потери всегда будут больше идеальных, заданных формулой (2). Выбор числа  $r$  для обеспечения оптимальных условий блокировки, естественно, определяется стремлением приблизить реальные потери производительности к идеальной характеристике потерь.

Введем для рассматриваемой нами задачи понятие реальной характеристики потерь. При учете времени от момента разладки до момента ее обнаружения и остановки линии цикл работы будет состоять из трех слагаемых: времени до разладки  $\tau$ , времени от разладки до остановки  $\tau_p$  и времени простоя  $o$ . Соответственно

$$\tau_s = \tau + \tau_p + o \quad (4)$$

Вычисляя математическое ожидание, получим

$$E(\tau_s) = T_a + T_p + T_0; \quad E(\tau_p) = T_p.$$

Математическое ожидание числа изделий, потерянных за цикл работы, составит  $T_0\eta + T_p\eta\xi = T_0\eta + M_\xi\xi$ , где  $M_\xi = T_p\eta$

Отсюда следует, что удельные потери равны

$$u(\xi) = \frac{T_0\eta + M_\xi\xi}{T_a\eta + T_0\eta + M_\xi} \quad (5)$$

Для вычисления величины  $M_\xi = T_p\eta$ , которая характеризует число изделий, выполненных с момента разладки до остановки линии, нам понадобятся некоторые результаты, относящиеся к теории серий случайных событий.

**Определение.** (Серия событий.) Допустим, что осуществляется последовательность опытов, причем в каждом из них может реализоваться либо событие  $A$ , либо событие  $\bar{A}$ . Тогда результаты опытов в последовательности их появления могут быть записаны как

$$\bar{A} A A A \bar{A} \bar{A} \bar{A} A A A \bar{A} A \bar{A} \bar{A} A \bar{A}$$

Последовательность, состоящая из  $\nu$  рядом стоящих букв  $A$ , называется серией событий  $A$  длиной  $\nu$ . В записанной нами последовательности событий  $A$  и  $\bar{A}$  серия событий  $A$  длиной  $\nu=1$  наступает первый раз при втором опыте, серия длиной  $\nu=2$  – при третьем опыте, серия длиной  $\nu=3$  – при девятом опыте.

В процессе изготовления каждого изделия может иметь место либо событие  $B$ , «изделие брак», либо событие  $\bar{A}$ , «изделие годное». Обнаружению контрольным устройством подряд  $r$  дефектных изделий соответствует появление серии событий  $B$  длиной  $\nu=r$ . Остановка линии будет осуществлена при появлении первой такой серии начиная с момента разладки.

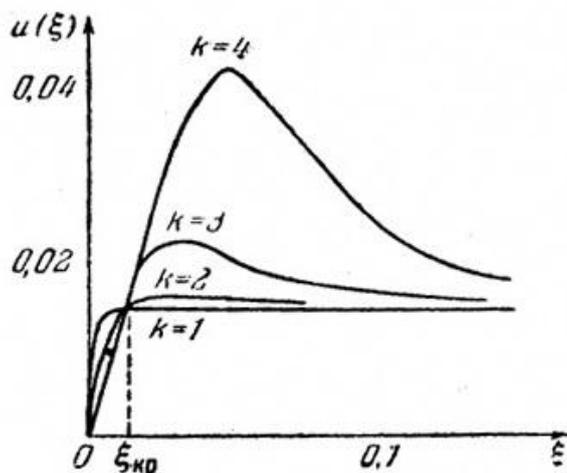
Рассмотрим случай. Пусть выполняется последовательность опытом, причем с вероятностью  $\xi$  в каждом опыте осуществляется событие  $A$ , когда математическое ожидание числа  $\mu$  опытов до первого появления серии событий  $A$  длиной  $r$  задается формулой

$$E(\mu) = \frac{1 - \xi^r}{(1 - \xi)^{\xi^r}} \quad (6)$$

Применяя формулу (6) к нашей задаче, получим

$$M_{\xi} = \frac{1 - \xi^r}{(1 - \xi)^{\xi^r}} \quad (7)$$

Формулы (5), (7) задают реальную характеристику потерь при сделанных в условии задачи предположениях. Близость реальной характеристики потерь к идеальной, заданной формулой (2) будет зависеть от числа  $r$ .



**Рис. 2** – Реальные и идеальные характеристики потерь при  $\xi_{кр}=0,016$

Как видно из рис. 2, при относительно больших  $r$  кривые реальных и идеальных потерь близки при малых  $\xi$  и существенно разнятся при больших  $\xi$ . При малых числах  $r$  картина изменится: обе кривые потерь будут близки при

больших  $\xi$  и будут сильно расходиться при малых  $\xi$ . Если было бы заранее известно, что при разладке величины  $\xi < \xi_{кр}$  встречается чаще, чем  $\xi > \xi_{кр}$ , то имело бы смысл выбрать  $r$  большим. Наоборот, если  $\xi > \xi_{кр}$  встречаются чаще, чем  $\xi < \xi_{кр}$ , то имело бы смысл выбрать  $r$  малым. Однако в рассматриваемом случае мы не располагаем какими бы то ни было сведениями относительно величины  $\xi$ . Учитывая это, разумно выбрать такое число  $r$ , чтобы при любом возможном  $\xi$  потери не были чрезмерными. Для построения соответствующего принципа выбора числа  $r$  рассмотрим разность  $\Delta u(\xi) = u(\xi) - u_0(\xi)$ .

Величина  $\Delta u$  показывает превышение реальных потерь над идеальными, иначе говоря, это тот проигрыш, который возникает за счет ошибочного выбора одного из решений  $d_1$  или  $d_2$ . при изменении  $\xi$  величина  $\Delta u(\xi)$  меняется от нуля (рис. 2) до некоторого максимума, и затем снова до нуля. Заметим, что при этом  $\Delta u(\xi)$  оказывается равным нулю в трех точках: при  $\xi=0$ ,  $\xi=\xi_{кр}$  и  $\xi=1$ . проигрыш за счет ошибок в выборе одного из решений  $d_1, d_2$  будет наибольшим при  $\xi$ , обращающем  $\Delta u(\xi)$  в максимум. Обозначим этот максимум через

$$\max_{\xi} \Delta u(\xi)$$

Для каждого  $r$  величина  $\max \Delta u(\xi)$  будет различной. Так, например, для характеристик потерь, изображенных на рис. 2 имеем следующие величины

$$\begin{aligned} \max_{\xi} \Delta u(\xi): & \quad \text{при } r = 1 & \quad \max_{\xi} \Delta u(\xi) = 0,0120, \\ & \quad \text{при } r = 2 & \quad \max_{\xi} \Delta u(\xi) = 0,0026, \\ & \quad \text{при } r = 3 & \quad \max_{\xi} \Delta u(\xi) = 0,0081, \end{aligned}$$

Для того чтобы потери не были чрезмерными, желательно выбрать такое  $r$ , чтобы среди всех возможных величин  $\max_{\xi} \Delta u(\xi)$  получить наименьшую.

Обозначим ее через  $\min_r \max_{\xi} \Delta u(\xi)$ . Для данных рис. 2 величина  $\min_r \max_{\xi} \Delta u(\xi)$

достигается при  $r=2$ . Поэтому линию следует останавливать для подналадки при обнаружении подряд двух дефектных изделий.

Сформулированный здесь принцип определения числа  $r$  называется *правилом минимакса*. Аналогичное правило может быть сформулировано для любых видов испытаний, когда при каждом из них может быть принято одно из конкурирующих решений, причем любое решение влечет за собой некоторые потери или выигрыш. В частности, его можно указать и для приемочного выборочного контроля. Правило минимакса имеет смысл только в случае весьма ограниченных сведений о состоянии процесса. В нашей задаче оно потеряло бы смысл, если бы мы располагали сведениями о вероятностях появления тех или иных значений величины  $\xi$ .

### **Выводы**

Изложенный способ решения задачи о выборе правил блокировки автоматической линии ограничен по своей применимости. В частности, он не пригоден при наличии постоянно действующих причин. Если  $\xi_0 > 0$ , то остановки линии будут происходить и при отсутствии разладки, так как серии событий  $B$  длиной  $r$  могут иметь место и при нормальном ходе процесса. Это приведет к быстрому росту реальных потерь, и применение правила серий окажется нецелесообразным. В этом случае больший эффект может дать использование скользящих сумм чисел дефектных изделий. На практике, однако, блокировка линий на основе правила серий находит наибольшее применение, так как она не требует сколько-нибудь сложных счетных устройств. Способ подсчета числа  $r$ , приведенный выше будет давать практически удовлетворительные результаты, если  $\xi_0 = 0$ .

### **Список использованных источников:**

1. Артоболевский С. И. Методы расчета выпускной способности рабочих машин / С. И. Артоболевский. – М. : Машгиз, 1972. – 131 с.
2. Герасимов, А. Г. Технологические основы построения систем на сборочных позициях в автоматизированном производстве : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.02.08 / А. Г. Герасимов. – Куйбышев : [б. и.], 1988. – 33 с.

3. Кольман-Иванов Э. Э. Машины-автоматы и автоматические линии химических производств : учеб. пособие / Э. Э. Кольман-Иванов, Ю. И. Гусев. – М. : МГУИЭ, 2003. – 490 с. : ил.

4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров. – 2-е изд., стер. – М.: Высш. шк., 2000. – 480 с.

***Лазаренко В.И., Оболенская Т.А., Мороз Т.В.*** «Блокирующий автоматический контроль качества изделий».

В статье рассмотрены вопросы автоматического контроля изделий в одном контрольном агрегате, который выполняет функции отсева дефектных изделий и превращение появления массового брака.

***Ключевые слова:*** блок, автомат, контроль, дефект.

***Лазаренко В.І., Оболенська Т.О., Мороз Т.В.*** «Блокувальний автоматичний контроль якості виробів».

У статті розглянуті питання автоматичного контролю виробів в одному контрольному агрегаті, який виконує функції відсіву дефектних виробів і перетворення появи масового браку.

***Ключові слова:*** блок, автомат, контроль, дефект.

***Lazarenko V.I, Obolenskaya T.A, Moroz T.V*** “Blocking automatic quality control of products”.

The paper deals with automatic control of products in the same control aggregate, which accomplishes functions of defective products elimination and prevent the mass spoilage appearance.

***Key words:*** block machine, control, defect.

Стаття надійшла до редакції 16 червня 2011 р.