30. Standards and Guidelines for Quality Assurance in the European Higher Education Area, 2009 [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://www.enqa.eu/files/ESG_3edition %20(2).pdf. — Назва з екрану.

31. ENQA (European Association for Quality Assurance in Higher Education) Strategic Plan 2011-15 [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://www.enqa.eu/files/ Strategic %20Plan %202011-2015.pdf. — Назва з екрану.

Стаття надійшла до редакції 17.12.2012 р.

УДК 330.131.7

В. В. Вітлінський, д-р екон. наук, професор,
ДВНЗ «КНЕУ імені Вадима Гетьмана»,
А. В. Сігал, канд. екон. наук, доц.,
Таврійський національний університет імені В. І. Вернадського

ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ІГОР У СИСТЕМІ ПРИЙНЯТТЯ КРЕДИТНИХ РІШЕНЬ З УРАХУВАННЯМ РИЗИКУ

АНОТАЦІЯ. У роботі розглянуто питання економіко-математичного моделювання з урахуванням невизначеності, конфліктності і породженого ними економічного ризику на базі сумісного застосування теорії ігор і нечіткої математики. Приведено класифікація інформаційних ситуацій, а також можливі методи розв'язання неокласичних антагоністичних ігор. Сумісне застосування теорії ігор і нечіткої математики розглянуто на прикладі прийняття кредитних рішень.

КЛЮЧЕВІ СЛОВА: невизначеність; конфліктність; економічний ризик; теорія ігор; нечітка математика; інформаційна ситуація; неокласична антагоністична гра.

АННОТАЦИЯ. В работе рассмотрены вопросы экономико-математического моделирования с учётом неопределённости, конфликтности и порождённого ими экономического риска на основе совместного применения теории игр и нечёткой математики. Приведена классификация информационных ситуаций, а так же возможные методы решения неоклассических антагонистических игр. Совместное применение теории игр и нечёткой математики рассмотрено на примере принятия кредитных решений.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: неопределённость; конфликтность; экономический риск; теория игр; нечёткая математика; информационная ситуация; неоклассическая антагонистическая игра.

ABSTRACT. In this article the modeling under uncertainty, conflict and economic risk on the basis of joint application of game theory and fuzzy mathematics is considered. The classification of information situations is obtained and possible methods for solving the neoclassical antagonistic games *were defined. Joint application of game theory and fuzzy mathematics is considered on the example of credit decisions.*

KEYWORDS: uncertainty; conflict; economic risk; game theory; fuzzy mathematics; information situation; neoclassical antagonistic game.

Вступ. На сьогодні розроблено багато методів і моделей управління кредитним ризиком. Проте існує нагальна необхідність удосконалення та аналітичного забезпечення цього процесу. Насамперед додатково до використовуваних методів аналізу кредитоспроможності позичальника необхідно застосовувати нові показники оцінювання надійності потенційних позичальників.

Метою цієї роботи є побудова моделі у процесах прийняття кредитних рішень з урахуванням ризику, яка ґрунтується на комплексному застосуванні теорії антагоністичних ігор і нечіткої математики.

Поза сумнівом, управління економічним ризиком (ЕР) в економіці слід здійснювати на основі загальнонаукового системного підходу за концептуальною схемою такого загального вигляду: якісний аналіз ЕР → моделювання ЕР → кількісне оцінювання рівня ЕР → урахування суперечності, невизначеності, неповноти інформації, конфліктності, багатокритеріальності, альтернативності та зумовленого ними ЕР у процесі прийняття управлінського рішення.

ЕР — це економічна категорія, що відображає характерні особливості сприйняття суб'єктом прийняття рішень (СПР) об'єктивно існуючих невизначеності та конфліктності, внутрішньо властивих процесам визначення цілей, аналізу та оцінюванню альтернатив та прийняттю рішень, які обтяжені можливими небезпеками і невикористаними можливостями. ЕР має діалектичну об'єктивно-суб'єктивну структуру [1—3].

Функціонування економічної системи (ЕС) завжди ускладнене суперечністю, невизначеністю, неповнотою інформації, конфліктністю, багатокритеріальністю, альтернативністю та зумовленим ними ЕР.

У моделюванні функціонування ЕС неможливо заздалегідь знати і передбачати усі обставини, які будуть мати місце в майбутні періоди часу, а також неможливо знати і передбачати всі наслідки прийнятих і реалізованих управлінських рішень. Цей факт і складає головну причину невизначеності функціонування ЕС. А невизначеність і конфліктність економічних ситуацій породжують ЕР.

Таким чином, ризик і невизначеність — це невід'ємні атрибути процесу прийняття управлінських рішень. ЕР і невизначеність для свого адекватного моделювання вимагають застосування різноманітного математичного апарату. Без цього неможливо прийняти оптимальне управлінське рішення. Правила прийняття управлінських рішень з урахуванням ЕР і невизначеності ґрунтуються на різних концепціях. Однією із найвідоміших, достатньо широко досліджених і часто використовуваних у теоретичних і прикладних дослідженнях, є концепція теорії ігор і теорії прийняття статистичних рішень.

Теоретико-ігрові моделі. Досягнення теорії ігор, практично відразу, з моменту її створення як самостійної науки, почали застосовуватись для аналізу економічних явищ і процесів, для підтримки прийняття управлінських рішень. Для дослідження функціонування ЕС в умовах суперечності, невизначеності, неповноти інформації, конфліктності, багатокритеріальності, альтернативності та зумовленого ними ЕР доцільно використовувати схему статистичної гри, тобто гри з «природою» (економічним середовищем), складовими якої є:

1) перший гравець, тобто СПР, який усвідомлено вибирає рішення (чисту або змішану стратегію) із множини $I = \{1;...;k\}$ чистих стратегій i;

2) другий гравець, тобто «природа», яка в момент реалізації СПР свого прийнятого рішення може випадковим чином опинитись в одному зі своїх попарно несумісних можливих станів, що належать до заданої множини $J = \{1;...;n\}$ можливих станів j;

3) відсутність у СПР апріорної інформації про те, в якому саме своєму можливому стані у момент реалізації свого рішення буде знаходиться «природа» (тобто яку свою чисту стратегію реалізує другий гравець);

4) повне або часткове знання СПР функціонала оцінювання (платіжної матриці) $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$, значення елементу r_{ij} якого характеризує ефективність (виграш або програш СПР) рішення у випадку вибору (реалізації) ним своєї чистої стратегії i в умовах, коли «природа» опинилася у можливому стані j, де $i = \overline{1, k}$, $j = \overline{1, n}$.

Можна вважати, що функціонал оцінювання $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$ заданої статистичної гри має додатний інгредієнт $\mathbf{R} = \mathbf{R}^{+}$, тобто СПР намагається максимізувати значення оцінок прийнятих рішень. Таку статистичну гру будемо вважати рівнозначною скінченій грі двох осіб з нульовою сумою, платіжна матриця якої співпадає з функціоналом оцінювання $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k\times n} = \left(r_{ij}\right)$. Для цієї гри потрібно знайти розв'язок (рівновагу): оптимальні стратегії гравців, тобто вектори $\mathbf{p}^* = \left(p_1^*; ...; p_k^*\right)$, $\mathbf{q}^* = \left(q_1^*; ...; q_n^*\right)$, а також значення ціни гри $V_{\mathbf{R}}^* = \mathbf{p}^* \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{q}^* = \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(r_{ij} \cdot p_i^* \cdot q_j^*\right)$.

Імовірності p_i, q_j застосування гравцями своїх відповідних чистих стратегій згідно стратегіям $\mathbf{p} = \left(p_1;...; p_k\right)$, $\mathbf{q} = \left(q_1;...; q_n\right)$ мають задовольняти наступним вимогам:

$$\sum_{i=1}^{k} p_i = 1, \tag{1}$$

$$p_i \geq 0, \quad i = \overline{1, k}, \tag{2}$$

$$\sum_{i=1}^{n} q_j = 1, \tag{3}$$

$$q_j \geq 0, \quad j = \overline{1, n}. \tag{4}$$

Значення компонент p_i^*, q_j^* оптимальних стратегій гравців обов'язково задовольняють вимогам (1)—(4), а також згідно означенню ситуації рівноваги (сідлової точки гри) вони задовольняють умовам

$$\sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(r_{ij} \cdot p_i \cdot q_j^*\right) \leq V_{\mathbf{R}}^* \leq \sum_{i=1}^{k}\sum_{j=1}^{n}\left(r_{ij} \cdot p_i^* \cdot q_j\right) \tag{5}$$

для будь яких векторів $\mathbf{p} = \left(p_1;...; p_k\right)$, $\mathbf{q} = \left(q_1;...; q_n\right)$, компоненти яких задовольняють вимогам (1)—(4).

Якщо нижня ціна α гри дорівнює верхній ціни β гри, тобто $\alpha = \beta$, де $\alpha = \max\limits_i \alpha_i$, $\beta = \min\limits_j \beta_j$, $\alpha_i = \min\limits_j r_{ij}$, $i = \overline{1, k}$, $\beta_j = \max\limits_i r_{ij}$, $j = \overline{1, n}$, то говорять, що в грі існує сідлова точка. Якщо в грі існує сідлова точка, то в платіжній матриці $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k\times n} = \left(r_{ij}\right)$ існує сідловий елемент $r_{i_0 j_0}$, який одночасно є мінімальним у рядку і максимальним у стовпчику, в яких він знаходиться. Для сідлового елементу виконуються рівняння $r_{i_0 j_0} = \alpha_{i_0} = \beta_{j_0} = \alpha = \beta$, при цьому гра має розв'язок у чистих стратегіях: стратегії i_0, j_0 є оптимальними чистими стратегіями гравців, а число $V = \alpha = \beta$ називають чистою ціною гри.

Якщо α не дорівнює β, тобто $\alpha < \beta$, де $\alpha = \max\limits_{i} \alpha_i$, $\beta = \min\limits_{j} \beta_j$, $\alpha_i = \min\limits_{j} r_{ij}$, $i = \overline{1, k}$, $\beta_j = \max\limits_{i} r_{ij}$, $j = \overline{1, n}$, то сідлова точка в грі відсутня, а її розв'язок не може бути в чистих стратегіях. У цьому випадку гра має розв'язок у змішаних стратегіях: стратегії $\mathbf{p}^* = \left(p_1^*; \ldots; p_k^*\right)$, $\mathbf{q}^* = \left(q_1^*; \ldots; q_n^*\right)$, що задовольняють умовам (1)—(5), є оптимальними змішаними стратегіями гравців, а число $V_{\mathbf{R}}^* = \sum\limits_{i=1}^{k} \sum\limits_{j=1}^{n} \left(r_{ij} \cdot p_i^* \cdot q_j^*\right)$ є ціною гри та знаходиться в умовах $\alpha \le V_{\mathbf{R}}^* \le \beta$.

Економічна інтерпретація компонент оптимальних стратегій гравців, ціни відповідної гри та їх знайдених значень може бути різною. У кожному випадку необхідно враховувати економічний зміст початкової модельованої ситуації прийняття рішення.

Теоретико-ігрове моделювання ситуацій прийняття управлінських рішень з урахуванням ЕР і невизначеності часто здійснюється за допомогою застосування теорії прийняття статистичних рішень, тобто за допомогою розв'язання статистичних ігор. Зазвичай, невизначеність характеризують розбиттям множини критеріїв прийняття управлінських рішень на групи, які відповідають певним класам інформаційних ситуацій. Такий підхід можна вважати продуктивним. Кожній інформаційній ситуації відповідає свій набір критеріїв прийняття рішень, які можна застосовувати в полі даної інформаційної ситуації. У разі застосування теорії ігор для вибору СПР оптимальних управлінських рішень (оптимальних чистих або змішаних стратегій першого гравця) або множини еквівалентних щодо вибраного критерію оптимальних управлінських рішень можна використовувати різні критерії прийняття рішень у полі наявної інформаційної ситуації. Особливості застосування цих критеріїв детально розглянуті в [2, с. 137—176].

Теорія антагоністичних ігор (АІ), тобто ігор двох осіб з нульовою сумою, є однією із найбільш розроблених математичних теорій і однією із найбільш вживаних у теорії і практиці економіки теоретико-ігрових моделей. У ігровому моделюванні процесу прийняття управлінських рішень прагнуть повністю визначити значення всіх складових частин АІ: множин усіх чистих стратегій обох гравців і платіжну матрицю $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$ гри, а саме, точні істинні значення всіх її елементів r_{ij}. Але не завжди є можливість повністю визначити точні істинні значення всіх елементів платіжної матриці $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$ АІ, що характеризує деяку ситуацію прийняття управлінських рішень. Особливо характерні такі ситуації для умов трансформаційної економіки і масштабної приватизації державної власності.

Надалі будемо розрізняти поняття класичних антагоністичних ігор (КАІ) і неокласичних антагоністичних ігор (НАІ). *КАІ* будемо називати скінчену гру двох осіб з нульовою сумою з повною інформацією. Тобто, КАІ це є система $\langle I, J, \mathbf{R} \rangle$, для якої повністю відомі всі складові: $I = \{1;...; k\}$ — множина чистих стратегій першого гравця, $J = \{1;...; n\}$ — множина чистих стратегій другого гравця, $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$ — платіжна матриця гри, r_{ij} — виграш першого гравця (програш другого гравця), якщо перший гравець застосував свою чисту стратегію i, а другий — свою чисту стратегію j.

НАІ будемо називати скінчену гру двох осіб з нульовою сумою з неповною інформацією, для якої повністю відомі множини $I = \{1;...; k\}$, $J = \{1;...; n\}$, а платіжна матриця $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$ гри відома частково, тобто є хоча б один елемент r_{ij}, точне істинне значення якого невідомо.

Саме застосування в економіці й управлінні НАІ дозволяє краще враховувати суперечливість, невизначеність, неповноту інформації, конфліктність, багатокритеріальність, альтернативність і зумовлений ними ЕР. Отже, в багатьох ситуаціях можливе якісніше управління ризиком на підґрунті застосування НАІ, ніж управління ЕР із застосуванням КАІ. Крім того, застосування НАІ розширює можливості та сферу застосування теорії ігор в економічній теорії і практиці. Ігри з неповною інформацією вивчаються з середини XX століття [4, 5]. На жаль, питання та проблеми застосування НАІ у прийнятті рішень з урахуванням невизначеності, конфліктності та зумовлений ними ЕР вивчені недостатньо. Так само потребують розвитку методи розв’язання НАІ.

Як вже зазначалося, у статистичній грі другим гравцем є «природа» (економічне середовище). На відміну від СПР «природа» не вибирає усвідомлено свої стратегії, а випадковим чином може виявитись в одному зі своїх можливих станів j, де $j = \overline{1, n}$.

Таку статистичну гру будемо ототожнювати з АІ, тобто скінченою грою двох осіб з нульовою сумою, платіжна матриця якої співпадає з функціоналом оцінювання $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = \left(r_{ij} \right)$. Хоча за наявних умов інтереси учасників не обов'язково протилежні.

Якщо функціонал оцінювання $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = \left(r_{ij} \right)$ відомий повністю, то статистичну гру будемо ототожнювати з відповідною КАІ, а якщо він відомий неповністю, то — з відповідною НАІ.

Одним із раціональних і найпростіших методів пошуку розв'язків НАІ є підхід, що ґрунтується на коректному приведенні таких ігор до КАІ. Розв'язок отриманої КАІ можна інтерпретувати як розв'язок початкової НАІ. Для оцінювання невідомих значень елементів платіжної матриці можливе використання методів інтерполяції, екстраполяції, регресійного аналізу тощо.

У роботі [6] наведена класифікація ІС, у полі яких можуть бути заданими НАІ, та перераховані можливі підходи до розв'язання НАІ. Ця класифікація ІС подібна, наведеній у [7, с. 13], класифікації ІС для рівнів невизначеності вибору «природою» своїх можливих станів.

Для НАІ під *інформаційною ситуацією* (*ІС*) I_l розумітимемо певний ступінь градації, що характеризує невизначеність значень тих елементів r_{ij} частково заданої платіжної матриці $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = \left(r_{ij} \right)$, точні істинні значення яких невідомі.

Уточнену класифікацію [8] ІС можна представити в такому вигляді.

Нульова ІС I_0, коли всі елементи r_{ij}, точні істинні значення яких невідомі, виміряні з істотними помилками.

Перша ІС I_1, коли всі елементи r_{ij}, точні істинні значення яких невідомі, є реалізаціями заданих випадкових величин.

Друга ІС I_2, коли всі елементи r_{ij}, точні істинні значення яких невідомі, є можливими значеннями заданих функцій.

Третя ІС I_3, коли значення всіх елементів r_{ij}, точні істинні значення яких невідомі, належать заданим множинам.

Четверта ІС I_4, коли про можливі значення всіх елементів r_{ij}, точні істинні значення яких невідомі, немає жодної математичної інформації.

П'ята ІС I_5, коли всі елементи r_{ij}, точні істинні значення яких невідомі, приймають якнайгірше для першого гравця значення («природа» вважається зловмисним противником, тоді СПР вважає недоцільним ризикувати, тому що має місце жорстка конкуренція і/або криза тощо).

Шоста ІС I_6, коли всі елементи r_{ij}, точні істинні значення яких невідомі, належать заданим нечітким множинам [9, 10];

Сьома ІС I_7 — змішана ІС, коли є хоч б два елементи r_{ij}, точні істинні значення яких невідомі, де всі ці елементи можуть бути розподілені хоч б на дві групи, для кожної із яких має місце своя власна ІС (або такі елементи r_{ij} є об'єктами двоїстої природи, як, наприклад, випадкові процеси).

У розгляді моделей прийняття управлінських рішень з урахуванням суперечливості, невизначеності, неповноти інформації, конфліктності, багатокритеріальності, альтернативності та зумовленого ними ЕР основна трудність полягає не у виконанні розрахунків, а в побудові самих моделей, адекватних наявної ситуації. Введені поняття НАІ та ІС дають змогу застосовувати теоретико-ігрове моделювання ситуацій прийняття управлінських рішень. А проведений аналіз ЕР набуває нових якостей, стає адекватнішим наявній ситуації.

Аналіз кредитоспроможності позичальників. З погляду ризикології кредитний ризик — це фінансова категорія, котра є окремим випадком ЕР. Крім цього погляду на кредитний ризик у широкому сенсі, в економічній літературі поширено поняття кредитного ризику у вузькому сенсі: «кредитний ризик — це можливість втрат унаслідок невиконання контрагентом своїх договірних зобов'язань» [11, с. 362]. До категорії кредитного ризику відносять, насамперед, збитки, пов'язані з оголошенням контрагентом дефолта, банкрутства тощо.

На сьогоднішній день моделі, методи й інструменти управління кредитними ризиками розроблені досить детально. Процес управління кредитними ризиками містить два важливі аспекти: якісний і кількісний. Якісний аспект полягає у визначенні кредитоспроможності (надійності) потенційного позичальника. Сучасний підхід до кількісного оцінювання рівня кредитного ризику ґрунтується на концепції value at risk (VaR) [11, с. 285]. За своєю імовірнісною сутністю показником VaR є критичним значенням заданого порядку (ймовірності p) випадкової величини, що характеризує відповідні втрати. Концепція VaR стала загальноприйнятим стандартом для оцінювання ринкових ризиків. Однак, VaR має низку недоліків, про які йдеться у деяких наукових статтях.

Зазначимо, що мало є розроблених і широко вживаних методів і моделей аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників, що ґрунтуються на сумісному застосуванні теорії ігор і нечіткої математики. У статті [12] була вперше запропоновано матричну модель оцінювання рівня кредитного ризику, яка ґрунтується на застосуванні інформації про кредитні історії потенційних позичальників, а також на сумісному застосуванні теорії ігор і нечіткої математики. Згодом дана концепція теоретико-ігрового моделювання кредитного ризику була розвинена в роботах [13, 14]. Застосування теорії ігор в аналізі кредитоспроможності потенційних позичальників дозволяє уточнити знайдену оцінку кредитоспроможності потенційних позичальників. Хоча саме теоретико-ігровий підхід до аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників дозволяє підійти до оцінювання кредитоспроможності портфельно, тобто за сукупністю всіх наявних претендентів на отримання кредиту в даному банку в даний період часу. Нарешті, теоретико-ігровий підхід до аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників дає змогу оцінити відносну репутацію кожного з наявних претендентів на отримання кредиту в даній фінансовій установі в даний період часу, а на підставі знайденої оцінки відносної репутації потенційного позичальника цей підхід дозволяє обчислити значення індивідуальної величини відсоткової ставки у разі видачі йому кредиту.

Для вивчення й оцінювання кредитоспроможності кожного потенційного позичальника є сенс застосовувати як індивідуальний підхід, так і портфельний (за сукупністю всіх потенційних позичальників), тобто необхідно проводити порівняльний аналіз відносної репутації всіх потенційних позичальників за їх сукупністю. Індивідуальний аналіз має бути комплексним і ґрунтуватись на якісному і кількісному аналізах різної статистичної інформації про успішність потенційного позичальника. Портфельний підхід може бути уточнений і посилений за рахунок використання моделі аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників, яка ґрунтується на комплексному застосуванні теорії ігор і нечіткої математики.

Зауважимо, що застосування AI до аналізу кредитних історій потенційних позичальників має як переваги (аналіз здійснюється за всією сукупністю потенційних позичальників, вдається знайти чисельне ранжирування рівнів відносної репутації тощо), так і недоліки (наприклад, надмірна обережність).

У разі, коли платіжна матриця відповідної гри відома повністю, ситуацію прийняття кредитних рішення характеризує КАІ, коли ж платіжна матриця відповідної гри відома частково — НАІ.

Теоретико-ігрова модель оцінювання відносної репутації потенційних позичальників. Будемо інтерпретувати множину позичальників, що мають найбільший рівень відносної репутації, як нечітку (розпливчасту) множину вигляду $\widetilde{I} = \{(\mu_1/1);...;(\mu_k/k)\}$. Для кожного елементу i базової множини $I = \{1;...;k\}$ повинне бути задане значення функції належності μ_i даній нечіткій множині $\widetilde{I}$, де $\mu_i \in [0;1]$, $i = \overline{1,k}$. Якщо для деякого потенційного позичальника i_0 виявиться справедливою рівність $\mu_{i_0} = 0$, то це означає, що порівняно з іншими потенційними позичальниками його відносну репутацію слід вважати мінімальною (найбільш негативною). А якщо для деякого потенційного позичальника i_0 виявиться справедливим рівність $\mu_{i_0} = 1$, то це означає, що порівняно з іншими потенційними позичальниками його відносну репутацію можна вважати максимальною (найбільш позитивною).

Під множиною всіх потенційних позичальників даного банку будемо розуміти множину $I = \{1;...;k\}$ потенційних позичальників, що занумеровані послідовними натуральними числами від 1 до k і претендують на отримання в даному банку достатньо близьких за обсягом однотипних кредитів (одного вибраного діапазону).

Для визначеності припустимо, що кредитний відділ банку рекомендує не видавати кредити тим потенційним позичальникам, у кредитних історіях яких є проблемні кредити. Тобто, всі потенційні позичальники із множини $I = \{1;...;k\}$ не мають у своїй кредитній історії проблемних або непогашених кредитів. Зокрема потенційного позичальника виключають із числа кандидатів на отримання кредиту, якщо раніше він прострочив платіж за якийсь отриманий раніше кредит, або в процесі повернення отриманого ним раніше кредиту кредитор змінював оцінку кредитоспроможності даного клієнта, погіршуючи значення його кредитного рейтингу й оцінку рівня класу його як позичальника, або на даний момент цей потенційний позичальник має непогашений кредит у даному або в іншому банку (незалежно від того закінчився термін погашення цього кредиту чи ні) тощо.

Ситуація прийняття кредитних рішень на підставі кредитних історій усіх потенційних позичальників характеризується наступними складовими:

1. повністю відома множина $I = \{1;...;k\}$ усіх потенційних позичальників даного банку, занумерованих першими натуральними числами;

2. повністю відома множина $S = \{S_1;...;S_n\}$ величин усіх кредитів, отриманих хоч б одним із даних потенційних позичальників, і впорядкованих за збільшенням їхніх значень $S_1 < ... < S_n$;

3. частково або повністю відома матриця $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k\times n} = (r_{ij})$, значення елементів r_{ij} якої дорівнюють кількості кредитів обсягом S_j, отриманих i-м потенційним позичальником.

Зауважимо, що можливі й інші способи побудови функціоналу оцінювання $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k\times n} = (r_{ij})$. Наприклад, елементи r_{ij} можуть чисельно характеризувати динаміку зміни репутації відповідного позичальника.

Для обчислення оцінок значень функції належності $\mu_i \in \lfloor 0; 1 \rfloor$, де $i = \overline{1, k}$, можна розв'язати АІ, що задана матрицею $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k\times n} = (r_{ij})$. Залежно від часткового або повного знання матриці $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k\times n} = (r_{ij})$ ситуацію прийняття кредитних рішень за сукупністю всіх потенційних позичальників характеризує НАІ або КАІ. Отримання оцінок значень функції належності $\mu_i \in \lfloor 0; 1 \rfloor$ для всіх потенційних позичальників дозволяє обчислити значення вартості видаваних їм кредитів, тобто величин відповідних індивідуальних відсоткових ставок.

Застосування теоретико-ігрового підходу для побудови моделі кредитування на підставі вивчення кредитних історій ускладнене низкою невирішених задач. По-перше, в країнах СНД мережа бюро кредитних історій знаходиться лише на початковій стадії свого формування, що тягне певні організаційні складнощі в плані збору початкової інформації. Необхідно враховувати, що відповідне законодавство країн СНД, зокрема й України, лише набуває чинності: наприклад, закон про кредитні історії існує в Росії з 2004-го року, а в Україні — з 2006-го року. По-друге, знайдений розв'язок відповідної АІ потребує коректної інтерпретації. По-третє, сам пошук розв'язку відповідної АІ може виявитись досить складною задачею. Наприклад, метод розв'язання

НАІ та трудомісткість цього розв’язання істотно залежать від наявної ІС. По-четверте, застосування теоретико-ігрового інструментарію для побудови моделі кредитування потенційних позичальників може призвести до прийняття надмірно консервативних рішень, що може виражатись у відмові видачі кредитів достатньо надійним позичальникам, а також у призначенні завищених відсоткових ставок. У результаті може зменшитись попит на послуги банку.

Співробітники банку або фінансової установи можуть ухвалити рішення щодо кредитування кожного із потенційних позичальників згідно наступної моделі оптимізації рівня ЕР у процесі вибору найнадійніших потенційних позичальників і визначення індивідуальної величини відсоткової ставки, яка складається з виконання послідовності таких процедур [14, с. 119].

1. Оцінювання (наприклад, згідно скорингової технології) індивідуальної кредитоспроможності кожного, окремо взятого, потенційного позичальника й визначення його сукупного кредитного балу.

2. З урахуванням знайденого значення сукупного кредитного балу i-го потенційного позичальника, визначення значення його кредитного рейтингу, на підставі чого задавання діапазону $\lfloor a_i; b_i \rfloor$, якому має належати значення його індивідуальної відсоткової ставки для.

3. Розв’язання відповідної КАІ, коли матриця $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$ відома повністю, або НАІ, коли матриця $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$ відома частково.

4. Обчислення оцінок значень функції належності за формулою $\mu_i = C \cdot p_i^*$, де p_i^* — це відповідна компонента оптимальної змішаної стратегії першого гравця $\mathbf{p}^* = (p_1^*; ...; p_k^*)$, а множник $C = \dfrac{1}{\max\limits_i p_i^*}$ підбирається так, щоб виконувалась рівність $\max\limits_i \mu_i = 1$.

5. Побудова нечіткої множини $\widetilde{I} = \{(\mu_1/1);...;(\mu_k/k)\}$ найнадійніших потенційних позичальників.

6. Обчислення індивідуального значення c_i відсоткової ставки i-го потенційного позичальника за формулою:

$$c_i = b_i - \mu_i \cdot (b_i - a_i) = \mu_i \cdot a_i + (1 - \mu_i) \cdot b_i, \qquad i = \overline{1, k}. \qquad (6)$$

Не важко помітити, що чим більшим є значення оцінки відносної репутації i-го потенційного позичальника, тобто чим більшим виявилось значення відповідної компоненти p_i^* оптимальної стратегії $\mathbf{p}^* = (p_1^*; ...; p_k^*)$ першого гравця, тим ближче значення функції належності $\mu_i = C \cdot p_i^*$ для відповідного елемента нечіткої множини $\widetilde{I} = \{(\mu_1/1);...;(\mu_k/k)\}$ до найбільшого можливого значення, тобто до 1. Аналогічно, чим меншим є значення оцінки відносної репутації i-го потенціального позичальника, тобто чим меншим виявилось значення відповідної компоненти p_i^* оптимальної стратегії $\mathbf{p}^* = (p_1^*; ...; p_k^*)$ першого гравця, тим ближче до найменшого можливого значення, тобто до 0, значення функції належності $\mu_i = C \cdot p_i^*$ для відповідного елемента нечіткої множини $\widetilde{I} = \{(\mu_1/1);...;(\mu_k/k)\}$ найнадійніших позичальників. Отже, чим більшим виявилось значення оцінки відносної репутації i-го потенційного позичальника, тим меншою буде вартість кредитного продукту для нього.

Необхідно детальніше прокоментувати етап 3 пропонованої теоретико-ігрової моделі оптимізації рівня ЕР у процесі вибору найнадійніших потенційних позичальників і визначення індивідуальної величини відсоткової ставки. Цей етап полягає у розв'язанні відповідної АІ, яка задана платіжною матрицею $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k \times n} = (r_{ij})$. У найпоширенішому й найсприятливішому для застосування цієї моделі випадку відповідна АІ не має сідлової точки, а тому ця гра має розв'язок у змішаних стратегіях гравців. Проте дана АІ може мати сідлову точку. Розглянемо можливі підходи уточнення застосування пропонованої моделі в цьому випадку.

Якщо відповідна АІ має сідлову точку, то пошук вектора $\mathbf{p}^* = (p_1^*; ...; p_k^*)$ може ґрунтуватись на використанні домінування (у широкому сенсі) чистих стратегій першого гравця. При цьому спочатку необхідно побудувати вектор $\hat{\mathbf{p}} = (\hat{p}_1;...; \hat{p}_k)$.

Якщо є чиста стратегія i першого гравця, що домінує над усіма іншими його чистими стратегіям, то з матриці R необхідно викреслити рядок i, тоді отримаємо матрицю $\mathbf{R}' = \mathbf{R}'_{(k-1) \times n} = (r'_{ij})$, а $\hat{p}_i = \gamma_1$. Якщо є дві дублюючі одна одну чисті стратегії i та l

першого гравця, що домінують над усіма іншими його чистими стратегіями, то з матриці $\mathbf{R}$ необхідно викреслити рядки i, l, тоді отримаємо матрицю $\mathbf{R}' = \mathbf{R}'_{(k-2)\times n} = \left(r'_{ij}\right)$, а $\hat{p}_i = \hat{p}_l = \gamma_1$. Якщо не існує стратегій першого гравця, домінуючих над усіма іншими його чистими стратегіями, і в матриці $\mathbf{R}$ існує сідловий елемент, то необхідно викреслити рядок i, який відповідає максимінній стратегії першого гравця, тоді отримаємо матрицю $\mathbf{R}' = \mathbf{R}'_{(k-1)\times n} = \left(r'_{ij}\right)$, а $\hat{p}_i = \gamma_1$. А якщо i та l — номери двох різних максимінних чистих стратегій першого гравця, то з матриці $\mathbf{R}$ необхідно викреслити рядки i та l, тоді отримаємо матрицю $\mathbf{R}' = \mathbf{R}'_{(k-2)\times n} = \left(r'_{ij}\right)$, а $\hat{p}_i = \hat{p}_l = \gamma_1$. Значення γ_1 визначимо пізніше.

Аналогічно діємо, якщо є три і більше дублюючих одна одну чистих стратегій першого гравця, що домінують над усіма іншими його чистими стратегіями, або якщо є три та більше максимінних чистих стратегій першого гравця.

Далі для отриманої спрощеної матриці $\mathbf{R}'$ необхідно діяти аналогічно і спочатку перевірити наявність чистих стратегій першого гравця, що домінують над усіма іншими його чистими стратегіями, або виявити наявність сідлових елементів. Якщо виявиться, що матриця $\mathbf{R}'$ має чисті стратегії першого гравця, що домінують всі інші його чисті стратегії, або сідлові елементи, то викреслюванням відповідного рядку або відповідних рядків отримаємо матрицю $\mathbf{R}''$.

Наприклад, нехай з початкової матриці $\mathbf{R}$ був викреслений лише один рядок і в матриці $\mathbf{R}' = \mathbf{R}'_{(k-1)\times n} = \left(r'_{ij}\right)$ є одна чиста стратегія першого гравця, що домінує над усіма іншими його чистими стратегіями. Тоді із матриці $\mathbf{R}'$ необхідно викреслити відповідний рядок i (i — це номер відповідного рядка в початкової матриці $\mathbf{R}$) та отримати матрицю $\mathbf{R}'' = \mathbf{R}''_{(k-2)\times n} = \left(r''_{ij}\right)$, а $\hat{p}_i = \gamma_2$. Аналогічно вчинимо, якщо в матриці $\mathbf{R}'$ не існує жодної чистої стратегії першого гравця, що домінують над усіма іншими його чистими стратегіями, але в матриці $\mathbf{R}'$ існує сідловій елемент. Значення γ_2 визначимо пізніше.

Нехай після чергового спрощення матриці отримана матриця $\breve{\mathbf{R}} = \breve{\mathbf{R}}_{m\times n} = \left(\breve{r}_{ij}\right)$, в якій не існує жодного сідлового елементу, де $\mathbf{R}$ — перша матриця, $\mathbf{R}'$ — друга матриця,..., $\breve{\mathbf{R}}$ — s-а матриця. Тоді, якщо $m = 1$ (формально можна вважати, що у цій матриці не існує сідлової точки), то $\hat{p}_i = \gamma_s$, де i — це номер рядка з початкової матриці $\mathbf{R}$, який відповідає єдиному рядку, що залишився (у матриці $\breve{\mathbf{R}}$). Значення γ_s визначимо пізніше.

А якщо $m > 1$, то необхідно розв'язати АІ, яка задана матрицею $\breve{\mathbf{R}}$, при цьому у векторі $\hat{\mathbf{p}} = (\hat{p}_1;...;\hat{p}_k)$ елементам, що відповідають не викресленим рядкам початкової матриці, треба надати значення, які мають відповідні елементи оптимальної змішаної стратегії $\breve{\mathbf{p}}^* = (\breve{p}_1^*;...;\ \breve{p}_m^*)$ першого гравця в АІ, яка задана матрицею $\breve{\mathbf{R}}$. У цьому випадку $\gamma_s = 2 \cdot \max\limits_{i=\overline{1,\,m}} \breve{p}_i^* > 0$.

Розглянемо можливі значення для чисел $\gamma_1, \ldots, \gamma_s$. Для визначення значень цих чисел від СПР потрібні висока кваліфікація, наявність значного досвіду і професійної інтуїції. Якщо СПР, виходячи з наявної інформації, особистого досвіду й інтуїції, визнає, що альтернатива, яка відповідає першому викресленому рядку початкової матриці $\mathbf{R}$, обтяжена високим рівнем ризику, то необхідно задати нульове значення: $\gamma_1 = 0$ і/або $\gamma_2 = 0$ і так далі Якщо ж СПР визнає альтернативи, які відповідають викресленим рядкам матриці $\mathbf{R}$, найнадійнішими, то $\gamma_1 > \gamma_2 > ... > \gamma_s > 0$, а для визначення значень цих чисел можна застосовувати наступний підхід.

Якщо $m = 1$, то для визначення значень чисел $\gamma_1, \ldots, \gamma_s$ доцільно застосовувати формули Фішберна: $\gamma_i = \dfrac{2 \cdot (s - i + 1)}{s \cdot (s+1)}$ або $\gamma_i = \dfrac{2^{s-i}}{2^s - 1}$, де $i = \overline{1,\,s}$. А якщо $m > 1$, то формули Фішберна треба видозмінити, наприклад, так: $\gamma_i = \dfrac{2 \cdot (s-i)}{s \cdot (s+1)} + \gamma_s$ або $\gamma_i = \dfrac{2^{s-i} - 1}{2^s - 1} + \gamma_s$, де $i = \overline{1,\,s}$, $\gamma_s = 2 \cdot \max\limits_{i=\overline{1,\,m}} \breve{p}_i^* > 0$.

Компоненти вектора $\hat{\mathbf{p}} = (\hat{p}_1;...;\hat{p}_k)$, побудованого розглянутим методом, задовольняють вимогам (1). Після того, як буде побудовано вектор $\hat{\mathbf{p}} = (\hat{p}_1;...;\hat{p}_k)$, можуть бути обчислені значення компонент вектора $\mathbf{p}^* = (p_1^*;...;p_k^*)$ за формулою $p_i^* = \hat{p}_i \big/ \hat{P}$,

$i=\overline{1,k}$, де $\hat{P}=\sum_{i=1}^{k}\hat{p}_i$. Для знайдених чисел $p_i^*=\hat{p}_i\big/\hat{P}$ будуть справедливі всі вимоги (1) і (2).

Після чого треба знайти значення оцінок функції належності за наведеною вище формулою: $\mu_i=C\cdot p_i^*$, $i=\overline{1,k}$, де p_i^* — компоненти вектора $\mathbf{p}^*=\left(p_1^*;\ldots;p_k^*\right)$, побудованого на підґрунті використання домінування (у широкому сенсі) чистих стратегій першого гравця, $C=1\Big/\max\limits_i p_i^*$.

З одного боку, можна стверджувати, що на сьогоднішній день методи і моделі управління кредитними ризиками розроблені досить детально. Зокрема, як наголошувалось вище, розроблені методи оцінювання вартості кредитного продукту з урахуванням ризику, а також системи рейтингового оцінювання кредитоспроможності потенційного позичальника. Наголосимо, що сучасний етап розвитку кредитного ризик-менеджменту характеризується все більш широким впровадженням внутрішніх банківських моделей кількісного оцінювання рівня ризику кредитних портфелів. Традиційні моделі оцінювання кредитоспроможності потенційних позичальників (наприклад, аналіз фінансового положення, аналіз прогнозу грошових потоків, експертне оцінювання ризикованості кредитного продукту, план руху кредитних засобів тощо) взаємодоповнюють один одного. Тому ці моделі краще застосовувати комплексно.

З іншого боку, можна стверджувати, що на сьогодні не існує ретельно розроблених і широко вживаних методів і моделей аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників, що ґрунтуються на сумісному застосуванні теорії ігор та нечіткої математики. Застосування теорії ігор в аналізі кредитоспроможності потенційних позичальників дозволяє уточнити знайдену оцінку їх кредитоспроможності. Тобто, саме теоретико-ігровий підхід до аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників дозволяє підійти до оцінювання кредитоспроможності портфельно, тобто за сукупністю усіх наявних претендентів на отримання кредиту в даному банку в даний період часу. Нарешті, теоретико-ігровий підхід до аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників дозволяє оцінити відносну репутацію кожного із наявних претендентів на отримання кредиту в даному банку в даний період часу, а на підставі знайденої оцінки відносної репутації потенційних позичальників теоретико-ігровий підхід дає змогу обчислити значення індивідуальної величини відсоткової ставки у разі видачі банком кредиту даному позичальникові. Усе це дозволяє стверджувати, що пропоновану концепцію оптимізації рівня кредитного ризику, що ґрунтується на сумісному застосуванні теорії антагоністичних ігор та нечіткої математики, доцільно включати в комплекс моделей аналізу кредитного ризику банків.

Сказане дозволяє стверджувати, що є нагальна необхідність розробки теоретико-ігрових методів і моделей аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників. Це дозволить повніше врахувати суперечність, невизначеність, неповноту інформації, конфліктність, багатокритеріальність, альтернативність і зумовлений ними ЕР у процесі прийняття управлінських рішень про кредитування потенційних позичальників, що, зокрема, призведе до стабілізації функціонування як банків, узятих окремо, так і банківської системи загалом.

Пропоновану концепцію оптимізації рівня кредитного ризику, що ґрунтується на комплексному застосуванні теорії ігор та нечіткої математики, можна застосовувати в таких випадках:

- у прийнятті рішень про можливість надання кредиту потенційним позичальникам;
- в обчисленні значень внутрішнього і/або зовнішнього кредитного рейтингу;
- в обчисленні вартості кредитних продуктів;
- як своєрідну систему кредитної безпеки, що заздалегідь попереджує про можливість втрат і дозволяє своєчасно розробити комплекс заходів щодо оптимізації рівня кредитного ризику;
- для прийняття стратегії поводження з потенційним позичальником, наприклад, для вироблення умов, дотримання яких дозволить банку видати даному потенційному позичальникові необхідний кредит.

Прийняття рішень про кредитування. Розглянемо схему прийняття кредитних рішень на підставі розв’язку відповідної АІ, побудови нечіткої множини $\widetilde{I} = \{(\mu_1/1);...;(\mu_k/k)\}$ найнадійніших позичальників і знайдених оцінок їх відносної репутації (надійності).

Спочатку розглянемо випадок, коли платіжна матриця $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k\times n} = (r_{ij})$ відома повністю та потрібно знайти оптимальний розв’язок КАІ. Передусім, необхідно зазначити, що матриця $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{k\times n} = (r_{ij})$ має в цьому випадку низку характерних властивостей, представлених, наприклад, у роботі [15].

Розглянемо наступну числову реалізацію пропонованої моделі оптимізації рівня кредитного ризику, яка ґрунтується на сумісному застосуванні теорії ігор і нечіткої математики.

Нехай ситуація прийняття рішень за сукупністю даних потенційних позичальників характеризується такими складовими частинами.

1. Множина $I = \{1; 2; 3\}$ потенційних позичальників даного банку, занумерованих першими натуральними числами.

2. Множина $S = \{S_1; S_2; S_3; S_4; S_5; S_6\}$ величин усіх кредитів, отриманих хоч б одним із цих потенційних позичальників, і впорядкованих за збільшенням їхніх значень: $S_1 < S_2 < S_3 < < S_4 < S_5 < S_6$.

3. Платіжна матриця $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = (r_{ij}) = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 2 & 0 \end{pmatrix}$, значення елементів r_{ij} якої дорівнюють кількості кредитів обсягом S_j, отриманих i-м потенційним позичальником.

Очевидно, дану ситуацію прийняття кредитних рішень характеризує КАІ, яка задана вказаною платіжною матрицею $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = (r_{ij})$. У заданій платіжній матриці сідловий елемент відсутній, оскільки $\alpha = \max\limits_i \alpha_i = \max\limits_i \min\limits_j r_{ij} = \max\{0; 0; 0\} = 0$, $\beta = \min\limits_j \beta_j = \min\limits_j \max\limits_i r_{ij} = \min\{1; 2; 1; 1; 1\} = 1$, $\alpha = 0 < 1 = \beta$. Розв'язок даної КАІ має вигляд: $V_{\mathbf{R}}^* = 0{,}4$, $\mathbf{p}^* = (0{,}2; 0{,}4; 0{,}4)$, $\mathbf{q}^* = (0{,}4; 0{,}2; 0{,}4; 0; 0; 0)$.

Підставляючи значення $C = 1 \big/ \max\limits_i p_i^* = 1/0{,}4 = 2{,}5$ у формулу для обчислення значень функції належності, отримуємо $\mu_i = C \cdot p_i^* = 2{,}5 \cdot p_i^*$, де $i = \overline{1, 3}$, тобто $\mu_1 = 2{,}5 \cdot p_1^* = 2{,}5 \cdot 0{,}2 = = 0{,}5$, $\mu_2 = 2{,}5 \cdot p_2^* = 2{,}5 \cdot 0{,}4 = 1$, $\mu_3 = 2{,}5 \cdot p_3^* = 2{,}5 \cdot 0{,}4 = 1$. Нечітка множина найнадійніших позичальників:

$$\widetilde{I} = \{(\mu_1/1); (\mu_2/2); (\mu_3/3)\} = \{(0{,}5/1); (1/2); (1/3)\}.$$

Прокоментуємо отриманий на цьому етапі результат. Найменш надійним виявився перший потенційний позичальник, а найнадійнішими — другий і третій потенційні позичальники, значення оцінок відносної репутації яких співпали. Цікаво, що саме перший потенційний позичальник, що опинився найменш надійним, отримав раніше більше всіх кредитів: 4 кредити, тоді як другий і третій потенційні позичальники отримували раніше тільки по 3 кредити.

Припустимо, що фінансові ресурси даного банку не дозволяють йому видати кредити всім трьом потенційним позичальникам, але цих фінансових ресурсів досить для кредитування будь-яких 2 потенційних позичальників із трьох наявних. Тоді, згідно знайденої нечіткої множині найнадійніших позичальників, необхідно рекомендувати видати кредит другому і третьому позичальникам.

Нехай додатково відомо, що згідно знайдених оцінок індивідуальних кредитних спроможностей потенційних позичальників та їх сукупним кредитним балам діапазонами значень їх відсоткових ставок є наступні інтервали: $\lfloor a_1; b_1 \rfloor = \lfloor 12; 14{,}1 \rfloor$, $\lfloor a_2; b_2 \rfloor = \lfloor 13; 15 \rfloor$, $\lfloor a_3; b_3 \rfloor = \lfloor 14; 15{,}5 \rfloor$. Знайдемо індивідуальні значення c_i відсоткових ставок кожного із трьох наявних потенційних позичальників. Застосовуючи формулу (6), знаходимо, що

$$c_1 = \mu_1 \cdot a_1 + (1 - \mu_1) \cdot b_1 = 0{,}5 \cdot 12 + (1 - 0{,}5) \cdot 14{,}1 = 13{,}05\ \%,$$

$$c_2 = \mu_2 \cdot a_2 + (1 - \mu_2) \cdot b_2 = 1 \cdot 13 + (1 - 1) \cdot 15 = 13\ \%,$$

$$c_3 = \mu_3 \cdot a_3 + (1 - \mu_3) \cdot b_3 = 1 \cdot 14 + (1 - 1) \cdot 15{,}5 = 14\ \%.$$

Зазначимо, що, хоча відносна репутація першого потенційного позичальника виявилась найменшою, значення його індивідуальної величини відсоткової ставки не є найбільшим. Це пояснюється тим, що кожен із трьох наявних потенційних позичальників у процесі аналізу його кредитоспроможності й оцінювання фінансового положення набрав свою власну загальну суму балів і був віднесений до відповідного класу позичальників. Крім того, можливо першому потенційному позичальнику в даному банку надані певні пільги, тому що він є, наприклад, постійним клієнтом банку.

З урахуванням сказаного можна зробити кілька важливих висновків.

По-перше, як уже наголошувалось, на етапі індивідуального аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників потрібно усунути з розгляду тих із них, кредитоспроможність яких знаходиться на недостатньому рівні. Аналіз кредитоспроможності не виключених з розгляду потенційних позичальників доцільно проводити портфельно: здійснювати порівняльний аналіз кредитоспроможності та відносної репутації всіх потенційних позичальників за їх сукупністю.

По-друге, однією із ознак рівня відносної репутації потенційних позичальників, вивчення яких можна визнати обов'язковим, є вивчення їх кредитних історій. Застосування економіко-математичного моделювання в розгляді кредитних історій потенційних позичальників дозволяє зменшити як рівень ризику неповернення виданих кредитів і значення ймовірності виникнення інших проблем по виданих кредитах, з одного боку, так і рівень ЕР діяльності даного банку в цілому, з іншого боку.

По-третє, розглянута числова реалізація пропонованої теоретико-ігрової моделі оптимізації рівня ЕР у процесі вибору найнадійніших потенційних позичальників і визначення індивідуальної величини відсоткової ставки свідчить, що можливе коректне застосування теоретико-ігрового моделювання в розгляді кредитних історій потенційних позичальників. Потрібно також враховувати, що теоретико-ігрове моделювання аналізу кредитних історій потенційних позичальників має як переваги (аналіз за всією сукупністю потенційних позичальників, чисельне ранжирування рівнів кредитоспроможності потенційних позичальників тощо), так і недоліки (наприклад, надмірна обережність в рекомендації кредитування потенційного позичальника, проблеми застосування, що виникають, наприклад, у разі відсутності кредитних історій).

По-четверте, застосування економіко-математичного моделювання, теоретико-ігрового підходу до визначення індивідуальної величини відсоткової ставки потенційного позичальника дозволяє уточнити результати скорингової методики, зменшити рівень кредитного ризику банку, як за даним кредитом, так і в діяльності всієї фінансової установи загалом.

Тепер розглянемо випадок, коли ситуація прийняття рішень за сукупністю даних потенційних позичальників кредитним відділом банку характеризується такими складовими частинами.

1. Множина $I = \{1; 2; 3\}$ потенційних позичальників даного банку, занумерованих першими натуральними числами.

2. Множина $S = \{S_1; S_2; S_3; S_4; S_5; S_6\}$ величин усіх кредитів, отриманих хоч б одним із даних потенційних позичальників, і впорядкованих за збільшенням їх значень: $S_1 < S_2 < S_3 < S_4 < < S_5 < S_6$.

3. Платіжна матриця задана частково і має наступний вигляд $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = \left(r_{i\,j}\right) = \begin{pmatrix} 0 & r_{12} & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & r_{33} & 0 & r_{35} & 0 \end{pmatrix}$, де r_{12} — це елемент нечіткої множини $\widetilde{R}_{12} = \{(0{,}6/2); (0{,}5/3); (0{,}1/4)\}$, r_{33} — це елемент нечіткої множини $\widetilde{R}_{33} = \{(0{,}1/1); (0{,}2/2); (0{,}9/3); (0{,}4/4)\}$, r_{35} — це елемент нечіткої множини $\widetilde{R}_{35} = \{(0{,}3/3); (0{,}9/4); (0{,}7/5)\}$.

Очевидно, задану ситуацію прийняття кредитних рішень характеризує НАІ в полі шостої ІС I_6, яка задана вказаною платіжною матрицею $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = \left(r_{i\,j}\right)$. Повний перебір всіх можливих комбінацій значень елементів r_{12}, r_{33}, r_{35}, точні істинні значення яких невідомі, тут достатньо великий. З урахуванням заданих нечітких множин $\widetilde{R}_{12}$, $\widetilde{R}_{33}$, $\widetilde{R}_{35}$ необхідно розглянути і розв'язати $3\cdot 4\cdot 3 = 36$ КАІ.

У даному випадку можна діяти так. Приведемо дану НАІ до відповідної КАІ. Для цього елементам матриці $\mathbf{R} = \mathbf{R}_{3\times 6} = \left(r_{i\,j}\right)$, точні істинні значення яких невідомі, надамо наступні числові значення (отримані, наприклад, експертними методами): $\hat{r}_{12} = 2{,}8$, $\hat{r}_{33} = 3$, $\hat{r}_{35} = 4{,}2$.

Платіжна матриця приймає наступний вигляд:

$$\hat{\mathbf{R}} = \hat{\mathbf{R}}_{3\times 6} = \left(\hat{r}_{ij}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 2{,}8 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 4{,}2 & 0 \end{pmatrix}. \qquad (7)$$

У матриці (7) сідловий елемент відсутній, оскільки $\alpha = \max\limits_i \alpha_i = \max\limits_i \min\limits_j \hat{r}_{ij} = \max\{0; 0; 0\} = 0$,
$\beta = \min\limits_j \beta_j = \min\limits_j \max\limits_i \hat{r}_{ij} = \min\{1; 2{,}8; 3; 1; 4{,}2; 1\} = 1$, $\alpha = 0 < 1 = \beta$.

Розв'язок даної НАІ має вигляд: $V_{\mathbf{R}}^* = \dfrac{42}{71}$, $\mathbf{p}^* = \left(\dfrac{15}{71}; \dfrac{42}{71}; \dfrac{14}{71}\right)$, $\mathbf{q}^* = \left(\dfrac{42}{71}; \dfrac{15}{71}; \dfrac{14}{71}; 0; 0; 0\right)$.

Підставляючи значення $C = 1 \Big/ \max\limits_i p_i^* = 1/(42/71) = 71/42$ у формулу для обчислення значень функції належності, отримуємо $\mu_i = C \cdot p_i^* = \frac{71}{42} \cdot p_i^*$, де $i = \overline{1, 3}$, тобто $\mu_1 = \frac{71}{42} \cdot p_1^* = \frac{71}{42} \cdot \frac{15}{71} = \frac{15}{42}$, $\mu_2 = \frac{71}{42} \cdot p_2^* = \frac{71}{42} \cdot \frac{42}{71} = 1$, $\mu_3 = \frac{71}{42} \cdot p_3^* = \frac{71}{42} \cdot \frac{14}{71} = \frac{14}{42}$. Отже, шукана нечітка множина найнадійніших позичальників має наступний вигляд:

$$\widetilde{I} = \{(\mu_1/1); (\mu_2/2); (\mu_3/3)\} = \left\{\left(\frac{15}{42}\Big/1\right); (1/2); \left(\frac{14}{42}\Big/3\right)\right\}.$$

Деякі особливості розглянутої числової реалізації запропонованої теоретико-ігрової моделі оптимізації рівня ЕР у процесі вибору найнадійніших потенційних позичальників необхідно прокоментувати. По-перше, значення $\hat{r}_{12} = 2{,}8$, $\hat{r}_{33} = 3$, $\hat{r}_{35} = 4{,}2$ для елементів, істинні значення яких невідомі, підібрані згідно з заданими нечіткими множинами $\widetilde{R}_{12}$, $\widetilde{R}_{33}$, $\widetilde{R}_{35}$, яким ці елементи належать згідно наявної інформації. По-друге, найнадійнішим виявився другий потенційний позичальник (для якого точно відомо, що раніше він отримав всього лише 3 кредити, що є найменшим показником серед даних потенційних позичальників, оскільки два інших потенційних позичальники раніше отримали не менше 4 кредитів), а найменш надійним — третій потенційний позичальник. По-третє, якщо фінансові ресурси даного банку не дозволяють йому видати кредити всім трьом потенційним позичальникам, але цих фінансових ресурсів досить для кредитування будь-якої пари з них, то згідно знайдених оцінок значень функції належності нечіткій множини $\widetilde{I} = \{(\mu_1/1); (\mu_2/2); (\mu_3/3)\}$ найнадійніших позичальників для кожного із них, є сенс рекомендувати видати кредит тільки другому і першому потенційним позичальникам.

Нехай додатково відомо, що діапазонами значень їх відсоткових ставок є інтервали $\lfloor a_1; b_1 \rfloor = \lfloor 12; 14{,}1 \rfloor$, $\lfloor a_2; b_2 \rfloor = \lfloor 13; 15 \rfloor$, $\lfloor a_3; b_3 \rfloor = \lfloor 14; 15{,}5 \rfloor$. Знайдемо індивідуальні значення c_i відсоткових ставок, застосовуючи формулу (6):

$$c_1 = \mu_1 \cdot a_1 + (1 - \mu_1) \cdot b_1 = \frac{15}{42} \cdot 12 + \left(1 - \frac{15}{42}\right) \cdot 14{,}1 = 13{,}35\ \%,$$

$$c_2 = \mu_2 \cdot a_2 + (1-\mu_2) \cdot b_2 = 1 \cdot 13 + (1-1) \cdot 15 = 13\ \%,$$

$$c_3 = \mu_3 \cdot a_3 + (1-\mu_3) \cdot b_3 = \frac{14}{42} \cdot 14 + \left(1 - \frac{14}{42}\right) \cdot 15{,}5 = 15\ \%.$$

Наголосимо, що хоча в розглянутих числових реалізаціях пропонованої теоретико-ігрової моделі оптимізації рівня ЕР у процесі вибору найнадійніших потенційних позичальників і визначення індивідуальної величини відсоткової ставки задані одні і ті ж діапазони можливих значень відсоткових ставок для кредитів, що видаються потенційним позичальникам, значення індивідуальних величин відповідних відсоткових ставок, знайдені для розглянутих різних ІС, різні між собою. Це, зокрема, показує, що теоретико-ігровий підхід дозволяє адекватніше враховувати наявну інформацію й індивідуальні особливості потенційних позичальників, а також уточнити оцінку їх індивідуальної кредитоспроможності навіть за умови збігу їх сукупних кредитних балів.

Одним із наслідків світової фінансової кризи стало значне зниження кредитної активності. Всі останні роки перед кризою банки, фінансові установи і кредитні організації в усьому світі готові були видавати кредити всім охочим, а умови видачі однотипних кредитів потенційним позичальникам близьких категорій часто уніфікувались і не залежали від індивідуальних особливостей позичальників. З виникненням фінансової кризи банки і фінансові установи вдались до іншої крайності: всім почали відмовляти в наданні кредитів, зокрема, й бездоганним клієнтам.

На наш погляд, кредитна політика банків щодо потенційних позичальників і дотримання їхніх інтересів має бути більш осмисленою, спрямованою на більш адекватне врахування суперечливості, невизначеності, неповноти інформації, конфліктності, багатокритеріальності, альтернативності та зумовленого ними ЕР. Для цього слідує кілька уточнити комплекс вживаних моделей оцінювання й оптимізації рівня кредитного ризику. Наприклад, уточнення класифікації потенційних позичальників на різні групи залежно від рівня ризику їх кредитування можна виконувати на підставі запропонованої концепції оптимізації рівня кредитного ризику, що ґрунтується на сумісному застосуванні теорії антагоністичних ігор і нечіткої математики.

Отже, традиційні методи та моделі, вироблені для оцінювання й оптимізації рівня кредитного ризику та для управління кредитним ризиком, можуть і, на нашу думку, мають бути доповнені теоретико-ігровим підходом оцінювання й оптимізації рівня кредитного ризику. Однією із методик, якою можуть бути доповнені традиційні методи та моделі управління кредитним ризиком, є теоретико-ігровий метод оптимізації рівня ЕР у процесі вибору найнадійніших потенційних позичальників і визначення індивідуальної величини відсоткової ставки. Даний теоретико-ігровий метод оптимізації рівня кредитного ризику дає змогу, з одного боку, підійти до аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників портфельно (за всією сукупністю потенційних позичальників), а, з іншого боку, повніше врахувати індивідуальні особливості потенційних позичальників.

Запропонована концепція оптимізації рівня кредитного ризику, яка ґрунтується на сумісному застосуванні теорії ігор і нечіткої математики, дає змогу поліпшити адекватність аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників, адекватніше враховувати суперечливість, невизначеність, неповноту інформації, конфліктність, багатокритеріальність, альтернативність і зумовлений ними ЕР у процесі прийняття управлінських рішень про кредитування потенційних позичальників. Це, в свою чергу, призводить, зокрема, до стабілізації функціонування як банків і фінансових установ, узятих окремо, так і банківської системи в цілому.

Дрібні споживчі кредити фізичним особам можуть видаватись за спрощеними і прискореними схемами. Прийняття ж рішень за всіма іншими кредитами має бути максимально формалізованим і розтягнутим у часі (від кількох годин до кількох тижнів, залежно від величини кредиту). Оцінювання рівня надійності потенційних позичальників має здійснюватись портфельно: за сукупністю всіх наявних претендентів на отримання в даний період часу однотипних і близьких за обсягом кредитів.

Висновки

1. Можливості управління ризиком на основі теоретико-ігрового підходу та сфера застосування теорії ігор в економіці й управлінні можуть бути розширені за рахунок використання неокласичних антагоністичних ігор, які є частковим випадком ігор з неповною інформацією. Саме застосування в економіці й управлінні антагоністичних ігор з неповною інформацією дозволяє адекватніше врахувати суперечність, невизначеність, неповноту інформації, конфліктність, багатокритеріальність, альтернативність і зумовлений ними економічний ризик. У свою чергу, неокласичні антагоністичні ігри потребують додаткового розроблення методів їх розв’язання.

2. Методи розв’язання неокласичних антагоністичних ігор залежать від наявної інформаційної ситуації. Одним із методів по-

шуку розв'язку неокласичної антагоністичної гри є коректне приведення такої гри до відповідної класичної антагоністичної гри. Для оцінювання невідомих значень елементів платіжної матриці можливе використання методів інтерполяції, екстраполювання, регресійного аналізу. Пошук оптимального розв'язку неокласичної антагоністичної гри може містити розв'язання кількох класичних антагоністичних ігор. Для остаточного вибору оптимального розв'язка початкової гри може знадобитись застосування методів дослідження операцій, розпізнавання образів і теорії сподіваної корисності. Крім того, важливо використовувати наявну інформацію економічного та іншого нематематичного характеру.

3. Застосування теоретико-ігрового інструментарію в розгляді кредитних історій потенційних позичальників дає змогу зменшити рівень кредитного ризику діяльності даного банку. Основним етапом реалізації теоретико-ігрової моделі оптимізації рівня економічного ризику в процесі вибору найнадійніших потенційних позичальників і визначення індивідуальної величини відсоткової ставки є розв'язання відповідної антагоністичної гри. В одних випадках є сенс розв'язувати класичну антагоністичну гру, в інших — неокласичну антагоністичну гру.

4. Теоретико-ігровий підхід дає змогу коректно вирішувати проблему моделювання оцінки кредитоспроможності юридичних і фізичних осіб навіть у випадку, коли про потенційних позичальників немає повної достовірної інформації. Оптимізація рівня кредитного ризику, яка ґрунтується на сумісному застосуванні теорії антагоністичних ігор і нечіткої математики, дає змогу адекватніше врахувати суперечливість, невизначеність, неповноту інформації, конфліктність, багатокритеріальність, альтернативність і зумовлений ними економічний ризик в процесі прийняття управлінських рішень про кредитування потенційних позичальників. Це, у свою чергу, веде до стабілізації функціонування як банків і фінансових установ, узятих окремо, так і банківської системи загалом. Перспективною теоретико-ігровою моделлю процесу прийняття управлінських рішень з урахуванням суперечливостей, невизначеності, неповноти інформації, конфліктності, багатокритеріальності, альтернативності та зумовленого ними економічним ризиком є неокласична антагоністична гра.

5. Дрібні споживчі кредити фізичним особам можуть видаватись їм за спрощеними і прискореними схемах. Прийняття ж рішень за всіма іншими кредитами має бути максимально формалізоване і розтягнуте в часі (від кількох годин до кількох тижнів, залежно від обсягу кредиту). Є нагальна потреба вдосконалення процесу управ-

ління кредитним ризиком. Насамперед додатково до вживаних методів аналізу кредитоспроможності необхідно використовувати нові показники оцінювання надійності потенційних позичальників.

6. З одного боку, для вивчення й оцінювання кредитоспроможності кожного потенційного позичальника треба застосовувати індивідуальний підхід, привласнюючи кожному із них набрану загальну суму балів (скорингову оцінку). Індивідуальний аналіз повинен бути комплексним, що ґрунтується на якісному і кількісному аналізі різної статистичної інформації про успішність потенційного позичальника. З іншого боку, оцінювання рівня надійності потенційних позичальників має здійснюватись портфельно: за сукупністю всіх наявних претендентів на отримання в даний період часу однотипних і близьких за обсягом кредитів.

7. Потенційного позичальника доцільно вилучити із числа кандидатів на отримання кредиту, якщо раніше він прострочив платіж по будь-якому кредиту або в процесі повернення отриманого раніше кредиту кредитор міняв оцінку кредитоспроможності даного клієнта, погіршуючи рівень оцінки класу його як позичальника тощо.

8. Для кращого врахування кредитного ризику, підвищення якості та чутливості аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників слід також враховувати рівні їх відносної репутації (рівні їх надійності). Для оцінювання рівнів відносної репутації потенційних позичальників можна застосовувати теоретико-ігрову модель.

9. На сьогодні не існує ретельно розроблених і широко вживаних методів і моделей аналізу кредитоспроможності потенційних позичальників, що ґрунтуються на застосуванні теоретико-ігрового підходу. Застосування теорії ігор в аналізі кредитоспроможності потенційних позичальників дає змогу уточнити оцінку кредитоспроможності потенційних позичальників і підійти до оцінювання кредитоспроможності портфельно, тобто за сукупністю всіх наявних претендентів на отримання в даний період часу однотипних і близьких за обсягом кредитів.

10. Оцінювання відносної репутації потенційних позичальників дає змогу сформулювати остаточні аргументи для надання кредиту або для відмови в кредитуванні, а також обчислити значення індивідуальної величини відсоткової ставки у разі надання кредиту потенційному позичальникові.

Література

1. *Вітлінський В. В.* Аналіз, оцінка і моделювання економічного ризику / В. В. Вітлінський. — К.: КДЕУ, 1996. — 212 с.

2. *Вітлінський В. В.* Економічний ризик: ігрові моделі: Навчальний посібник / В. В. Вітлінський, П. І. Верченко, А. В. Сігал, Я. С. Наконечний. — К.: КНЕУ, 2002. — 446 с.

3. *Вітлінський В. В.* Ризик у менеджменті / В. В. Вітлінський, С. І. Наконечний. — К.: Борисфен-М, 1996. — 336 с.

4. *Harsanyi J. C.* Games with Incomplete Information Played by ‘Bayesian’ Players. Parts I-III / J. C. Harsanyi // Management Science. — 1967-1968. — No. 14. — P. 159—182, 320—334, 486—502.

5. Aumann R. J. Repeated Game with Incomplete Information / R. J. Aumann, M. Maschler. — Cambridge: MIT Press, 1995. — 360 pp.

6. *Сигал А. В.* Антагонистическая игра, заданная в условиях частичной неопределенности / А. В. Сигал, В. Ф. Блыщик // Экономическая кибернетика: Международный научный журнал. — 2005. — № 5—6 (35—36). — С. 47—53.

7. *Трухаев Р. И.* Модели принятия решений в условиях неопределенности / Р. И. Трухаев. — М.: Наука, 1981. — 258 с.

8. *Сигал А. В.* Теоретико-игровая оптимизация структуры портфеля в условиях частичной определённости / А. В. Сигал // Математическое моделирование, оптимизация и информационные технологии ; Труды докладов 2-й междунар. науч. конф. 24-26 марта 2010. — Кишинэу. — С. 181—187.

9. Zadeh L. A. Fuzzy Sets / L. A. Zadeh // Information and Control. — 1965. — Vol. 8. — P. 338—353.

10. *Заде Л. А.* Понятие лингвистической переменной и ее применение к принятию приближенных решений / Л. А. Заде ; пер. с англ. Н. И. Ринго. — М.: Мир, 1976. — 168 с.

11. Энциклопедия финансового риск-менеджмента / [В. Е. Барбаумов, М. А. Рогов, Д. Ф. Щукин и др.] ; под ред. А. А. Лобанова, А. В. Чугунова. — М.: Альпина Бизнес Букс, 2005. — 878 с.

12. *Сигал А. В.* Матричная модель представления кредитных историй потенциальных заёмщиков / А. В. Сигал // Актуальные проблемы и перспективы развития экономики Украины : материалы VI междунар. научно-практ. конф. ; Алушта, 4—6 октября 2007. — Симферополь, 2007. — С. 81—82.

13. *Линь Сэнь.* О некоторых причинах финансового кризиса и путях совершенствования процесса кредитования / Линь Сэнь, А. В. Сигал // Ученые записки Таврического национального университета им. В. И. Вернадского. — 2008. — Том 21 (60). — № 2. Экономика. — С. 69—79.

14. *Линь Сэнь.* Оптимизация уровня экономического риска на основе теоретико-игрового моделирования : дис. … канд. экон. наук : 08.00.11 / Линь Сэнь. — Симферополь, 2010. — 217 с.

15. *Линь Сэнь.* Свойства функционала оценивания для матричного метода анализа кредитного риска / Линь Сэнь // Комп’ютерне моделювання та інформаційні технології в науці, економіці та освіті : зб. наук. праць тез VIII Всеукр. наук.-практ. конф. ; 22—23 квітня 2008. — Кривий Ріг: КЕІ КНЕУ, 2008. — С. 84—85.

Стаття надійшла до редакції 17.12.2012 р.