УДК 004.08: 519.1

С.А. Нестеренко, д.т.н., проф, А.О. Становський, магістр, А.В. Торопенко, аспірант, м. Одеса, Одес. нац. політех. ун-т
И.О.Золкин, м.н.с., ДУ ”Інститут геохімії навколишнього середовища НАН України” г.Киев.

ІНФОРМАЦІЙНА ОЦІНКА ТОЧНОСТІ МЕТОДУ РОЗКРИТТЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ СКЛАДНОГО ОБ'ЄКТА

The developed method for diagnosis of complex redundant wireless networks, whose structure suffers damage during the life cycle. The method is based on the realization of hidden Markov models, providing the researcher systems additional diagnostic information with a high degree of probability.

Розглянемо деякий складний об'єкт у вигляді чорного ящика, інформація про стан структури якого частково або повністю прихована від спостерігача.

Нехай на виході об'єкта є деяка довільна (не обов'язково прямо пов'язана з його структурою) інформація, перетворюючи яку за допомогою деякого «Методу розкриття невизначеності» можна одержати відображення структури об'єкта у вигляді її моделі, наприклад, зваженого графа.

У цьому випадку виникає природне запитання про точність методу й про адекватність моделі, а також про доступну для оцінки мері цих характеристик.

Представимо процес моделювання прихованої структури у вигляді ланцюжка «Передавач → Канал зв'язку → Приймач» (рис. 1).

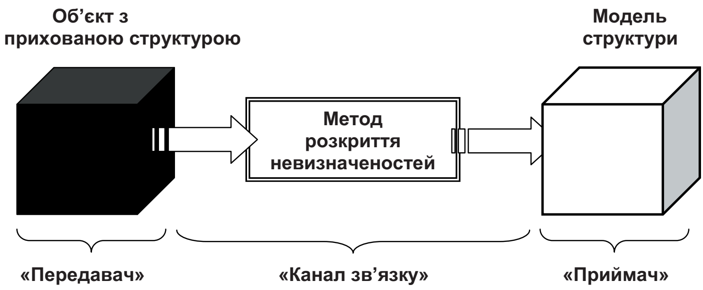

Рис. 1. Схема представлення процесу моделювання прихованої структури у вигляді ланцюжка «Передавач → Канал зв'язку → Приймач».

Використаємо для цього математичний апарат взаємної ентропії або ентропії об'єднання. Він призначений для розрахунків ентропії взаємозалежних систем (ентропії спільної появи статистично залежних повідомлень) і позначається **H(AB)**, де **A** характеризує передавач, а **B** –

 © С.А. Нестеренко, А.О. Становський, А.В. Торопенко, И.О.Золкин

приймач [1]. Взаємозв'язок переданих і отриманих сигналів описується ймовірностями спільних подій $p(a_i b_j)$, і для повного опису характеристик каналу потрібна тільки одна матриця:

	b_1	b_2	$\cdots$	b_j	$\cdots$	b_m
a_1	$p(a_1 b_1)$	$p(a_1 b_2)$	$\cdots$	$p(a_1 b_j)$	$\cdots$	$p(a_1 b_m)$
a_2	$p(a_2 b_1)$	$p(a_2 b_2)$	$\cdots$	$p(a_2 b_j)$	$\cdots$	$p(a_2 b_m)$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
a_i	$p(a_i b_1)$	$p(a_i b_2)$	$\cdots$	$p(a_i b_j)$	$\cdots$	$p(a_i b_m)$
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
a_m	$p(a_m b_1)$	$p(a_m b_2)$	$\cdots$	$p(a_m b_j)$	$\cdots$	$p(a_m b_m)$

Для нашого випадку, коли описується не гіпотетичний канал, а в цілому взаємодіючі системи, матриця не обов'язково повинна бути квадратною. Очевидно, сума всіх елементів стовпця з номером j дає $p(b_j)$, сума рядка з номером i є $p(a_i)$, а сума всіх елементів матриці дорівнює 1. Спільна ймовірність $p(a_i b_j)$ подій a_i і b_j обчислюється як добуток вихідної та умовної ймовірностей:

$$p(a_i b_j) = p(a_i)\, p(b_j|a_i) = p(b_j)\, p(a_i|b_j). \tag{1}$$

Умовні ймовірності розраховуються за формулою Байєса. Формула Байєса дозволяє «переставити причину та наслідок»: по відомому факту події обчислити ймовірність того, що вона була викликана даною причиною.

Події, що відбивають дію «причин», у цьому випадку звичайно називають *гіпотезами*, оскільки вони – *передбачувані* події, що обумовили дані. Безумовну ймовірність справедливості гіпотези називають *апріорною* (наскільки ймовірна причина *взагалі*), а умовну – з урахуванням факту події, що відбулася, – *апостеріорною* (наскільки ймовірною причина *виявилася з урахуванням даних про подію*).

Формула Байєса є важливим наслідком з формули повної ймовірності події, що залежить від *декількох* неспільних гіпотез (і тільки від них!):

$$P(B) = \sum_{i=1}^{N} P(A_i) P(B|A_i). \tag{2}$$

де $P(B)$ – імовірність настання події B, що залежить від ряду гіпотез A_i, якщо відомі ступені вірогідності цих гіпотез (наприклад, виміряні експериментально).

В неідеальній моделі про ізоморфність подій A и B можна судити тільки з деякою ймовірністю, меншою за 1. Більше того, різниця між 1 та цією ймовірністю – $(1 - P(B))$ – може служити мірою адекватності моделі та точності всього методу моделювання.

Таким чином, є всі дані для обчислення ентропій джерела й приймача:

$$H(A) = -\sum_i \left(\sum_j p(a_i b_j) \log \sum_j p(a_i b_j) \right), \tag{4}$$

$$H(B) = -\sum_j \left(\sum_i p(a_i b_j) \log \sum_i p(a_i b_j) \right). \tag{5}$$

Взаємна ентропія обчислюється послідовним підсумовуванням по рядках (або по стовпцях) усіх ймовірностей матриці, помножених на їхній логарифм:

$$H(AB) = -\sum_i \sum_j p(a_i b_j) \log p(a_i b_j). \tag{6}$$

Одиниця вимірювання – біт/два символи, це пояснюється тим, що взаємна ентропія описує невизначеність на парі символів: відправленого й отриманого. Шляхом нескладних перетворень також одержуємо:

$$H(AB) = H(A) + H(B|A) = H(B) + H(A|B). \tag{7}$$

Таким чином, якщо структура моделі повністю відтворює структуру реального об’єкта (тобто модель ізоморфна об’єкту моделювання), то можна вважати, що «канал зв’язку», який відіграє роль метода моделювання працює без помилок.

В цьому випадку ймовірність вилучення деякого елемента моделі дорівнює ймовірності відмови ізоморфного елемента мережі, а матриця взаємної ентропії буде діагональною:

H(AB) =

	b_1	b_2	$\cdots$	b_j	$\cdots$	b_m
a_1	$p(a_1 b_1)$	0	$\cdots$	0	$\cdots$	0
a_2	0	$p(a_2 b_2)$	$\cdots$	0	$\cdots$	0
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
a_i	0	0	$\cdots$	$p(a_i b_j)$	$\cdots$	0
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$
a_m	0	0	$\cdots$	0	$\cdots$	$p(a_m b_m)$

.

Якщо модель неідеальна («канал зв’язку» має завади), то діагональ матриці **H(AB)** «розмивається» тим більше, чим менш точний процес моделювання. Таке розмиття, таким чином, є мірою адекватності моделі та точності всього методу моделювання.

Якщо експериментально встановлено, що модель адекватна, можна переходити до побудови заснованої на цій моделі системи підтримки прийняття рішень при проектуванні.

Розглянемо роботу метода на прикладі проектування бездротової комп’ютерної мережі. Розглянемо структуру мережі, яка має початковий (неушкоджений) стан та піддається різного роду пошкодженням (вилученням вузлів та (або) зв’язків) на протязі життєвого циклу.

Будемо вважати, що частина таких пошкоджень очевидна в тому сенсі, що її не треба спеціально діагностувати (наприклад, про деякий вузол точно відомо, що він не працює), а інша частина потребує діагностування.

Виконаємо математичну формалізацію структури такої бездротової комп’ютерної мережі із пошкодженнями. Для цього виділимо у формалізуємій мережі скінченну множину вузлів і зв'язків.

Назвемо виділену множину «початковим станом» і представимо його у вигляді початкового графа $\mathbf{H}_{поч}$. Хай для цього графа матриця суміжності має вигляд, представлений на рис. 2.

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	1	1
2	1	0	1	0	1
3	0	1	0	1	1
4	1	0	1	0	1
5	1	1	1	1	0

Рис. 2. Матриця суміжності початкового графа $\mathbf{H}_{поч}$.

Відповідний математичний вираз для початкового графа структури комп’ютерної мережі має вигляд:

$$\mathbf{H}_{поч} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}. \qquad (8)$$

Розіб’ємо елементи комп’ютерної мережі на дві множини двома способами:

– перший спосіб містить такі множини: елементи комп’ютерної мережі неушкоджені (не відмовили); елементи комп’ютерної мережі ушкоджені (відмовили);

– другий спосіб містить такі множини: елементи комп’ютерної мережі доступні для безпосередньої оцінки їх належності до множин першого способу (доступні до спостереження); елементи комп’ютерної мережі не доступні для безпосередньої оцінки їх належності до множин першого способу (потребують діагностики структурної надійності).

Ушкодження реальної мережі у вигляді видалення вузлів і (або) зв'язків відіб'ється на ізоморфному їй графові видаленням відповідних вершин і (або) ребер (рис. 3).

	1	2	3	4	5
1	0	1	0	1	0
2	1	0	1	0	1
3	0	1	0	1	1
4	1	0	1	0	1
5	0	1	1	1	0

Рис. 3. Матриця суміжності графа комп'ютерної мережі з ушкодженим зв'язком.

Математичний вираз для графа з ушкодженим зв'язком має вигляд:

$$\mathbf{H}_{\text{псв}} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Математичний вираз для графа структури комп'ютерної мережі з ушкодженим вузлом має вигляд:

$$\mathbf{H}_{\text{пуз}} = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}. \quad (10)$$

Тепер перейдемо до елементів мереж, які належать до множини таких, що потребують діагностування. У такій мережі матриця суміжності має вигляд, представлений на рис. 4. Істотною відмінністю цієї матриці від попередніх є те, що на позиціях, відповідних до діагностуємих елементів, у неї розміщуються не 1 або 0, а ймовірності того, що цей елемент ще існує, тобто не був пошкоджений та не відмовив під час експлуатації мережі.

	1	2	3	4	5
1	0	p_{12}	0	p_{14}	p_{15}
2	p_{21}	0	1	0	1
3	0	1	0	1	1
4	p_{41}	0	1	0	1
5	p_{51}	1	1	1	0

Рис. 4. Матриця суміжності початкового графа частково недоступної для моніторингу мережі.

Відповідний математичний вираз для початкового графа діагностуємої мережі має вигляд:

$$\mathbf{H}_{\text{чн нач}} = \begin{vmatrix} 0 & p_{12} & 0 & p_{14} & p_{15} \\ p_{21} & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ p_{41} & 0 & 1 & 0 & 1 \\ p_{51} & 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}. \qquad (11)$$

Позначення, що розташовані у матриці, інтерпретуються на фізичному рівні таким чином. «Насправді», зв'язок або є ($p_{ij} = 1$), або його немає ($p_{ij} = 0$). Для доступних зв'язків ці числа занесені в матрицю. Фактичний стан діагностуємих зв'язків нам не відомий.

Тому p_{ij}, не дорівнює 0 або 1, – лише є деяка ймовірність того, що зв'язок, який діагностується, не ушкоджений.

Метод, який викладено вище, був використаний при побудові загальної системи підтримки прийняття рішень при проектуванні та експлуатації комп'ютерних мереж [2].

Таким чином в роботі запропоновано схему представлення процесу моделювання прихованої структурної надійності бездротової комп'ютерної мережі у вигляді ланцюжка «Передавач → Канал зв'язку → Приймач».

Після відмови зв'язку № N в об'єкті з імовірністю 1 в *ідеальній* моделі відключиться також зв'язок № N. У *неідеальній* моделі про ізоморфність подій A и B можна судити тільки з деякою ймовірністю, меншою за 1. Більше того, різниця між 1 та цією ймовірністю – $(1 - P(B))$ – може служити мірою адекватності моделі структурної надійності комп'ютерної мережі та точності всього методу моделювання.

Розроблений метод діагностики стану складних резервованих бездротових комп'ютерних мереж, структура яких зазнає ушкодження протягом життєвого циклу. Метод, заснований на реалізації прихованої марковської моделі, забезпечує дослідника систем додатковою діагностичною інформацією, що має високий ступінь вірогідності. Це дозволяє рекомендувати його для застосування в широкому спектрі прикладень.

1. *Энтропия сигналов* [электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://xreferat.ru/33/686-1-entropiya-signalov.html>. – 11.10.2012.
2. *Нестеренко С.А.* Оценка состояния сетевых структур с латентными элементами с помощью скрытых марковских моделей / *С.А. Нестеренко, Д.А. Пурич, А.А. Становский* // Материалы XIX-й Международной конференции «Автоматика – 2012». – Киев: УНУХТ, 26 – 28 сентября 2012. – С. 231.

Поступила 7.02.2013р.