УДК 681.3.06

І.В. Редько, Н.М. Снігур

РЕДУКЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ В СЕРЕДОВИЩІ ІНТЕГРАЦІЇ

In this paper, we study the problems of effective reduction of parametric logical and mathematical specifications of task classes to explicative models with oracles. We develop parametric methods for decomposition tasks taking into account major classes of specification. Moreover, the concepts of reduction and h-reduction lay their foundation. The function g is called the function f reduction if it is fair that the equality $g \circ f = f$ and the function g is h-reduction function f and if it is true that $g \circ f = f \circ h$, where $\circ$ is a multiplication operation that provides an ordered function pair with a new function. It is a consistent implementation of the original functions (g, f), generalizing the simple function multiplication and h is an arbitrary but fixed function. These concepts are significant because they allow to adequately disclose the logic problems. Furthermore, various procedures for solving problems, various algorithms, models, programs, etc. are based on the logic problems and are automatically generated with the guaranteed correctness.

Вступ

Протягом століть моделювання залишається найважливішою складовою частиною життєдіяльності людини. Адже в основі будь-якого процесу: чи простого сприйняття навколишнього простору, чи якоїсь предметної діяльності — лежить побудова більш-менш адекватної моделі того, що відбувається.

Як і в кожній іншій галузі діяльності, процес моделювання до пори до часу розвивався переважно на інтуїтивній основі з відповідним розв'язанням задач уроздріб. Однак такий стан речей не міг не ввійти в суперечність з рівнем завдань, поставлених життям. Саме останньому класична математика зобов'язана своїм розвитком і становленням.

У свою чергу становлення математики дало можливість певною мірою пом'якшити ці суперечності. Проявилося це в розвитку математичного моделювання, в основі якого лежали методи дедуктивного аналізу моделей [1, 2]. І хоча цей напрям класичної математики істотно вплинув на розвиток науки про моделі та моделювання, обмеженість тільки дедуктивними засобами стала обтяжливою конкретикою для моделювання предметних областей.

Якісно новий розвиток моделювання одержало з появою комп'ютерів і з потужним розвитком комп'ютерних технологій. У результаті було створено реальну основу для інтеграції дедуктивних засобів моделювання з індуктивними. А саме таке єднання і є необхідною складовою частиною процесу пізнання. У моделюванні це проявилося в можливості заміни процесів, об'єктів і явищ їх інформаційними моделями. У зв'язку з цим напрям і одержав назву інформаційного моделювання.

Але безпрецедентні потенційні можливості зовсім не означають їх автоматичної реалізації. Вражаючі досягнення інформаційного моделювання, в якому і тепер повсюдно домінує інтуїтивна основа, спочатку давали змогу не ставити всерйоз проблему зміни пріоритетів із продукування моделей на логіку їхньої побудови. Однак перехід від поверхневих задач до проблем принципового характеру розкрив кардинальне протиріччя між потенційними можливостями інформаційного моделювання і можливостями реалізації їх у рамках інтуїтивних уявлень про самий процес моделювання.

Таким чином, незважаючи на основоположне значення інтуїтивної основи в будь-якій сфері діяльності, сучасне моделювання вже давно вийшло на той рубіж, коли інтуїтивні припущення в ньому необхідно доповнити за можливістю точними дослідженнями та розробками. З цією метою, насамперед, необхідно було уточнити його головну категорію — саме поняття моделювання як процесу, спрямованого на побудову моделей. При цьому основою такого уточнення має стати не тільки точність у строгому математичному сенсі, але й, що особливо важливо, адекватність самого уточнення його меті. Іншими словами, таке уточнення має бути експлікацією в розумінні Р. Карнапа [3], тобто являти собою математично строгу експлікату, що утворюється шляхом адекватного розгортання вихідного інтуїтивного поняття як експліканда.

Така зміна пріоритетів у вивченні моделей і моделювання означає перехід від інтуїтивного інформаційного моделювання до експлікативного інформаційного моделювання (далі — експлікативного моделювання). Такий перехід потребує відповідної платформи, яка його підтримуватиме, тобто наповнюватиме реальним змістом термін “експлікативне моделювання”.

До останнього часу такий перехід був практично неможливий. Однак принципові результати досліджень (див. [4–8]) в галузі експлікативного моделювання дали підстави для трактування моделювання насамперед як логіки процесу побудови моделей. Це, у свою чергу, дало можливість зрозуміти, що не будь-яке моделебудування варто розглядати як моделювання. До останнього слід віднести тільки таке моделебудування, яке базується на загальнозначущих закономірностях, тобто підтримує логіку процесу й інваріантне щодо специфіки предметної області.

Постановка задачі

Мета роботи — дослідити поняття редукції та h-редукції як адекватних системостворювальних основ експлікативного моделювання процесів розв’язання задач у середовищі інтеграції, а редукційного моделювання як адекватного уточнення експлікативного моделювання; розглянути репрезентативні приклади побудови редукційних моделей класів задач.

Основні поняття

Сутність розв’язання будь-якої задачі, як відомо, полягає в інтеграції розв’язків її підзадач [2]. Якщо задача проста, то інтеграція тривіальна і, як правило, явно не виділяється. У випадку ж, коли вона складна, інтеграційний аспект її розв’язання домінує, тому що власне ним і визначається складність. У такий спосіб побудова адекватної моделі розв’язання передбачає використання двох типів абстракцій при розгляді специфікацій: як специфікацій підзадач, так і засобів їхньої інтеграції.

Що стосується специфікацій першого типу, то їх фундамент становлять явно або неявно виділені логіко-математичні структури задач, в основі яких лежать функціональні та декомпозиційні структури.

З точки зору функціональних структур специфікацій будь-який клас задач — функція, що ставить результати відповідно до вихідних даних. Причому можна показати, що через об’єктивні причини не можна обмежитися класичними функціями, а доводиться за необхідності залучати неокласичні та навіть некласичні функції. Вони, на відміну від класичних, задані на множинах не просто абстрактних елементів, а таких, що мають визначену структуру. Точніше кажучи, це функції типу $f : A \to B$, де A і (або) B — множини іменних множин, які у зв’язку з цим стали називати іменними функціями [9]. Ближчі до класичних неокласичні функції, які є класом X-арних, Y-арнозначних і (X, Y)-арних функцій [9]. Найважливіше місце в специфікаціях задач займають некласичні функції. Вони є серйозними узагальненнями неокласичних функцій.

Цілісна система класичних, неокласичних і некласичних функціональних структур утворює фундамент логіко-математичних специфікацій. Для того ж, щоб на ньому зводити власне “будинок” специфікації задач, необхідно звернутися до логік їх вирішення. В основі цих логік лежать декомпозиційні структури, які базуються на поняттях редукції і h-редукції [8]. Апарат редукцій найбільш простий у цьому арсеналі, тому почнемо з нього. Введемо, насамперед, поняття редукції.

Функцію g називають редукцією функції f тоді і тільки тоді, коли $g \circ f = f$, де $\circ$ — операція мультиплікування, що надає упорядкованій парі функцій (g, f) нову функцію $g \circ f$, яка є послідовним виконанням вихідних функцій, яке узагальнює собою звичайне множення функцій.

Парадигмна значимість поняття редукції полягає в тому, що воно дає змогу адекватно розкривати логіки задач, на основі яких різні реалізації їх у вигляді тих або інших процедур розв’язання задач, різноманітних алгоритмів, моделей, програм тощо утворюються вже автоматично з коректністю, яка звідси випливає.

Поняття редукції має загальнозначущий характер. У цьому розумінні воно є концептуально єдиним засобом розкриття логіки найрізноманітніших задач і певною мірою має універсальну природу. Однак цей засіб не доцільно використовувати завжди, тому що він може супроводжуватися тими або іншими неадекватностями, що виявляються вже на найпростіших рівнях [7].

Вирішення цієї проблеми зводиться до прямого узагальнення поняття редукції до поняття h-редукції.

Під h-редукцією функції f будемо розуміти таку функцію g, що

$$g \circ f = f \circ h,$$

де h — довільна, але фіксована функція.

Безпосередньо з визначення випливає, що коли h — тотожна функція, то h-редукція функції f збігається з редукцією цієї функції. Адже в цьому випадку співвідношення $g \circ f = f \circ h$ зводиться до $g \circ f = f$.

Проілюструємо це на конкретних прикладах, для чого звернемося до найпростішого класу задач числового аналізу. Він складається з однієї єдиної задачі — обчислення $\sqrt{x}$ із заданою точністю ε, де x і ε — позитивне дійсне число.

Розглянемо послідовність $y_0, y_1, y_2, \ldots$, в якій $y_0 = a$, $y_{i+1} = \frac{1}{2}\left(y_i + \frac{x}{y_i}\right)$, $(i = 0, 1, 2, \ldots)$, де a — деяке позитивне дійсне число. Відомо, що ця послідовність незалежно від a збігається до $\sqrt{x}$. Звідси випливає, що моделювання обчислення $\sqrt{x}$ із заданою точністю може бути зведене до деталізації іменної функції f, яка перетворює іменну множину $\{(u, x), (v, \varepsilon), (w, 0)\}$ в іменну множину $\{(w, y_n)\}$, де y_n — перший член зазначеної послідовності, для якого виконана умова $|y_n^2 - y_{n-1}^2| < \varepsilon$.

Для того, щоб здійснити цю деталізацію, знайдемо редукцію функції f. Розглянемо іменну функцію $w_{np} = w$, $w = \frac{1}{2}\left(w_{np} + \frac{u}{w_{np}}\right)$, індуковану рекурентним співвідношенням, що дає можливість будувати наступні елементи послідовності за попередніми. При цьому позначення w_{np} відображає той факт, що ім'я (комірки) w_{np} іменує попередній елемент стосовно елемента з ім'ям w.

Легко переконатися, що іменна функція, яка базується на рекурентному співвідношенні, є шуканою редукцією. Дійсно, вона перетворить іменну множину $\{(u, x), (v, \varepsilon), (w, 0)\}$ на іменну множину $\left\{(u, x), (v, \varepsilon), \left(w, \frac{1}{2}\left(a + \frac{x}{a}\right)\right)\right\} = \{(u, x), (v, \varepsilon), (w, y_1)\}$. Але якщо $|y_1^2 - y_0^2| \geq \varepsilon$, остання іменна множина під дією f переходить у ту ж саму іменну множину $\{(w, y_n)\}$. Отже, f є інваріантом функції $w_{np} = w$, $w = \frac{1}{2}\left(w_{np} + \frac{u}{w_{np}}\right)$.

Відшукавши відповідну редукцію, ми можемо зробити висновок, що

$$f = \text{repeat } w_{np} := w,$$

$$w := \frac{1}{2}\left(w_{np} + \frac{u}{w_{np}}\right) \text{ until } |\mathrm{w} - w_{np}| < v.$$

При цьому слушність виводу безпосередньо випливає з побудови.

Реальні задачі характеризуються високим рівнем складності. Тому створення редукційних моделей їх розв'язків, тим більше автоматизованих, висуває на перший план проблему розроблення середовища інтеграції [8], яке є сукупністю адекватних засобів інтеграції, орієнтованих на той або інший клас задач.

Редукційна природа середовища інтеграції

З огляду на те, що відповідно до зазначеного вище редукційне моделювання є адекватним уточненням поняття моделювання [7], воно об'єктивно може розглядатися як ядро середовища інтеграції. Головною відмінною рисою останнього є його інваріантність в універсумі задач. Все це дає можливість строго математично і, що особливо важливо, адекватно виділити модельні специфікації (редукційні моделі і (або) процеси їхньої побудови) як інваріант у класі всіх специфікацій задач.

Модельні специфікації як інваріантні (загальнозначущі) засоби задають логіку розв'язання задач, тому їх називають логічними специфікаціями. Що ж стосується специфікацій задач, відмінних від логічних, то вони відображають більш конкретні, спеціальні властивості задач. У цьому розумінні вони є відбитком предметної сутності задач. Тому вони одержали назву предметних специфікацій.

На відміну від логічних специфікацій, предметні становлять варіативний компонент у класі всіх специфікацій. Останній залежно від вибору того або іншого класу задач може змінюватися в найширших межах.

Нічим не обмежена можливість таких змін веде до необхідності виділення в класі варіативних компонент інваріантів, що мають вже не абсолютний, а відносний характер. Через це їх почали називати релятивними інваріантами.

У реальних системах моделювання сім'я релятивних інваріантів влаштована складно. Тому в ній у свою чергу послідовно виділяється сім'я релятивних інваріантів і т.д. Так з'являються релятивні інваріанти вищих типів.

Апріорі структура релятивних інваріантів вищих типів у середовищі специфікацій може бути як завгодно складно влаштованою. Але на практиці ступінь ієрархії тут не перевищує п'яти—шести, що відповідає реальним інтеграційним можливостям прагматико-орієнтованих моделей.

З огляду на цю об'єктивну обставину домовимося надалі середовище специфікацій як сім'ю всіх можливих специфікацій (універсум специфікацій) розглядати під кутом зору середовища інтеграції, що адекватно підтримує лише інтеграційні можливості прагматико-орієнтованих моделей.

Середовище інтеграції — це біпольне середовище, яке є системою взаємодії двох полюсних середовищ, підтримуваних інтерфейсним середовищем. Одне полюсне середовище — макроінтеграційне, а інше — мікроінтеграційне.

У реальних системах інтеграції макроінтеграційне середовище підтримується макроінтегратором, мікроінтеграційне — мікроінтегратором, а інтерфейсне — інтерфейсною системою.

Поряд із наведеною вище параметризацією за параметром інтегративності, що підрозділяє специфікації на інтегративні та позаінтегративні, у прагматико-орієнтованих системах явно виділяються параметризації і за іншими параметрами. Так, явно вводиться параметризація за ступенем формальності, яка, зокрема, підрозділяє всі специфікації на формальні та неформальні.

Серед формальних специфікацій особливе місце займають логіко-математичні, які задовольняють двоєдину вимогу: можливість, з одного боку, визначати їх у рамках точних логіко-математичних засобів і, з іншого, ефективного (конструктивного) зведення (редукції) таких специфікацій до процесів побудови моделей у експлікативному моделюванні.

Логіко-математичні специфікації прагматико-орієнтованих моделей можуть бути як завгодно складними. Тому вони параметризуються за параметром типовості задач, які ці логіко-математичні специфікації підтримують. У зв'язку з цим виокремлюють логіко-математичні специфікації, що підтримують задачі вищих типів, тобто задачу типу класів задач, задачу типу задач типу класів задач і т.д.

Очевидним є те, що, розглядаючи редукційне моделювання в середовищі логіко-математичних специфікацій задач вищого типу, неможливо обмежитися рамками середовища мікроінтеграції, не входячи в протиріччя з адекватністю розв'язків задач. При необхідності варто втягнути в розгляд середовище макроінтеграції і, що особливо важливо, біпольне середовище, підтримуване інтегратором, яке є системою інтерфейсної взаємодії макро- і мікроінтеграторів.

Таке залучення зсуває акценти із середовища логіко-математичних специфікацій задач вищого типу до сфери інтеграції систем розв'язання таких задач. Проілюструємо це на найпростіших задачах числового аналізу, причому для наочності та з метою ще раз підтвердити адекватність цього підходу до процесу моделювання зробимо це поетапно, за принципом "від простого до складного".

Репрезентативним зразком редукційного моделювання в середовищі мікроінтеграції може стати наведений вище приклад розв'язання задачі обчислення $\sqrt{x}$. Тому не будемо ще раз докладно зупинятися на розгляді задач такого типу, а перейдемо до задач редукційного моделювання в середовищі інтеграції.

Редукційне моделювання в рудиментарному середовищі інтеграції

Розглянемо клас спеціальних рівнянь типу $x = \varphi(x)$, де функція $\varphi(x)$ задовольняє дві такі умови:

- вона визначена та неперервно диференційована на всій числовій прямій;
- існує таке дійсне число $p < 1$, що для всіх x модуль похідної $|\varphi'(x)| \le p$.

Відомо, що стосовно такого класу рівнянь метод послідовних наближень або, як кажуть, метод простих ітерацій збігається. Іншими словами, кожне рівняння з цього класу має єдиний дійсний розв'язок. Причому його можна знайти методом послідовних наближень, тобто, почавши з довільного дійсного числа x_0 (початкового наближення), побудувати послідовність $x_0, x_1, x_2, \ldots$, де $x_i = \varphi(x_{i-1}), (i = 1, 2, \ldots)$, що збігається до розв'язку рівняння $x = \varphi(x)$.

Таким чином, доречно порушити питання про моделювання пошуку наближених розв'язків зазначених рівнянь методом послідовних наближень. В основі такого моделювання лежить зведення пошуку розв'язку до обчислення його наближення (наближеного розв'язку), тобто такого елемента згаданої послідовності наближень, що задовольняє дві умови:

- для будь-якого $i < n$, $|x_i - x_{i-1}| \geq \varepsilon$, де ε — наперед задане позитивне дійсне число, яке називається точністю обчислення;
- $|x_i - x_{i-1}| < \varepsilon$.

З цих умов випливає, що моделювання пошуку наближеного розв'язку рівняння $x = \varphi(x)$ може бути зведене до деталізації функції f, що перетворює іменну множину $\{(v, x_0), (u, \varepsilon)\}$ на іменну множину $\{(v, x_n)\}$, де x_n — перший член послідовності наближень, для якого виконується умова (2).

Для того, щоб здійснити таку деталізацію за аналогією з попереднім пунктом, знаходимо відповідну редукцію функції f. Нею може бути іменна функція $v_{np} := v, v := \varphi(v_{np})$. Тут v_{np} — ім'я комірки, в якій міститься попередній елемент відносно елемента, привласненого комірці з ім'ям v, а $v := \varphi(v_{np})$ — операція присвоювання комірці з ім'ям v наступного значення функції φ на попередньому значенні (вмісті комірки з ім'ям v_{np}). Адже воно адекватно відображає основну властивість обчислення наближення.

Відшукавши потрібну редукцію, ми, як і раніше, можемо автоматично побудувати свідомо коректну схему моделі розв'язків:

$$f \ = \ \mathrm{repeat}\ v_{np} := v,$$

$$v := \varphi(v_{np})\ \mathrm{until}\ |\mathrm{v} - v_{np}| < u.$$

Як бачимо, результатом побудови є не конкретна редукційна модель, а редукційна модель з оракулом $\varphi(v)$ (далі — модель з оракулом) або схема моделі, тобто не "абсолютна", а "відносна" модель (модель щодо функції $\varphi(v)$). Вона перетворюється на конкретну ("абсолютну") модель після заміни $\varphi(v)$ конкретною функцією з розглянутого класу функцій, таких, наприклад, як $\frac{\sin(v)}{2}, \frac{\cos(v)}{2}, \ \frac{\sin(v)+\cos(v)}{3}$ і т.д. Таким чином, побудувавши модель з оракулом, ми фактично побудували нескінченний клас конкретних моделей, які підтримують розв'язання будь-якого рівняння згаданого класу.

На відміну від випадку моделювання в середовищі мікроінтеграції, розв'язання розглянутого класу рівнянь ми за необхідності моделювали у спеціальному біпольному середовищі інтеграції. Специфічність його в тому, що воно, хоча і включає поряд із середовищем мікроінтеграції середовище макроінтеграції, індуковане оракульністю відповідної редукційної програми, однак, система інтерфейсної взаємодії цих середовищ має зародковий характер, який підтримує тривіальну макроінтеграцію оракула в середовище мікроінтеграції. Тому це спеціальне біпольне середовище називають рудиментарним (від лат. *Rudimentum* — зародок).

Редукційне моделювання в біпольному середовищі інтеграції

Проілюструємо таке моделювання стосовно задач обчислення операцій підсумовування і мультиплікування.

1. Редукційне моделювання обчислення операцій сумування. Під функцією, заданою операцією сумування, розуміють функцію, обумовлену рівністю

$$f(x_1,\ldots,x_{n-1},m) = \sum_{i=1}^{m} g(x_1,\ldots,x_{n-1},i),$$

де $g(x_1,\ldots,x_{n-1},i)$ — довільна, але фіксована функція, що залежить від дійсних змінних $x_1,\ldots,x_{n-1}$ і змінної i, яка набуває натуральних значень.

Як функціональну структуру моделі обчислення функції $f(x_1,\ldots,x_{n-1},x_n)$, що залежить від дійсних змінних $x_1,\ldots,x_{n-1}$ і змінної x_n, що набуває натуральних значень, доцільно вибрати іменну функцію f (не плутати з $f(x_1,\ldots,x_{n-1},x_n)$), яка перетворює іменні множини $\{(v_1,a_1),\ldots,(v_{n-1},a_{n-1}),(v_n,m)\}$ на іменні множини $\{(w, f(a_1,\ldots,a_{n-1},m))\}$, де $a_1,\ldots,a_{n-1}$ — дійсне, а m — натуральне число. Визначення її редукційної структури зводиться до знаходження відповідної h-редукції функції f.

Для того, щоб побудувати таку h-редукцію, звернемося до основної властивості функції $f(x_1,\ldots,x_{n-1},x_n)$. Вона задається таким рекурентним співвідношенням:

$$f(x_1,\ldots,x_{n-1},1) = g(x_1,\ldots,x_{n-1},1),$$

$$f(x_1,\ldots,x_{n-1},m+1) =$$

$$= f(x_1,\ldots,x_{n-1},m) + g(x_1,\ldots,x_{n-1},m+1),$$

з якого безпосередньо випливає, що оператор присвоювання $v_n := v_n + 1$ є $u := u + 1;$ $w := w + g$-редукцією функції f, де g — іменна функція, яка з кожною іменною множиною $\{(v_1, a_1), \ldots, (v_{n-1}, a_{n-1}), (u, m)\}$ зіставляє число $g(a_1, \ldots, a_{n-1}, m)$. Тому, керуючись попередніми міркуваннями, ми можемо зробити висновок, що справедлива рівність:

$$f \;=\; u\!: = 0;\, w\!: = 0;$$

$$\text{repeat } u := u + 1, w := w + g \text{ until } u = v_n.$$

Характерною рисою редукційної структури, що задається цією рівністю, є її відносність, яка проявляється у входженні функції g. Тому, як і раніше, вона являє собою структуру не конкретної моделі, а моделі з оракулом (схеми моделі). Конкретні моделі утворюються з цієї схеми шляхом заміни функції g конкретною функцією.

Візьмемо, наприклад, як g функцію $\frac{1}{i}$. Тоді, здійснюючи зазначену заміну, одержимо редукційну модель часто розглядуваної функції $\sum_{i=1}^{m} \frac{1}{i}$:

$$u\!: = 0; w\!: = 0; \text{repeat } u := u + 1,$$

$$w := w + \frac{1}{u} \text{ until } u = v_n.$$

Цілком аналогічним способом моделюється обчислення функції, що обумовлена рівністю:

$$f(x_1, \ldots, x_{n-1}, k, m) = \sum_{i=k}^{m} g(x_1, \ldots, x_{n-1}, i), (k \le m).$$

Конкретно воно задається такою моделлю:

$$u\!: = k - 1;\; w\!: = 0;\; \text{repeat } u := u + 1,$$

$$w := w + g \text{ until } u = v_{n+1}.$$

Використовуючи цю модель, неважко побудувати модель для обчислення функції, заданої рівністю:

$$f(x_1, \ldots, x_n) = \sum_{i=k(x_1, \ldots, x_n)}^{m(x_1, \ldots, x_n)} g(x_1, \ldots, x_{n-1}, i),$$

де $k(x_1, \ldots, x_n)$ і $m(x_1, \ldots, x_n)$ — такі функції дійсного аргументу та натурального значення, що $k(x_1, \ldots, x_n) \le m(x_1, \ldots, x_n)$ для всіх $x_1, \ldots, x_n$. Прикладом такої моделі може слугувати

$$u\!: = k\{v_1, \ldots, v_n\} - 1;\; u\!: = m\{v_1, \ldots, v_n\};$$

$$w\!: = 0 \!: \text{repeat } u := u + 1, w := w + g \text{ until } u = v_{n+1},$$

де $k\{v_1, \ldots, v_n\}$ і $m\{v_1, \ldots, v_n\}$ — іменні функції, що відповідають функціям $k(x_1, \ldots, x_n)$ і $m(x_1, \ldots, x_n)$.

2. Редукційне моделювання обчислення операцій мультиплікування. Під функцією, заданою операцією мультиплікування, розуміють функцію, обумовлену рівністю

$$f(x_1, \ldots, x_{n-1}, m) = \sum_{i=1}^{m} g(x_1, \ldots, x_{n-1}, i),$$

де $g(x_1, \ldots, x_{n-1}, i)$ має попередній зміст.

Як і в попередньому прикладі, виберемо як функціональну структуру моделі обчислення функції $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, x_n)$ іменну функцію f, що перетворює іменні множини $\{(v_1, a_1), \ldots, (v_{n-1}, a_{n-1}), (v_n, m)\}$ на іменні множини $\{(w, f(a_1, \ldots, a_{n-1}, m))\}$. Для того, щоб задати її редукційну структуру, побудуємо відповідну h-редукцію функції f. З цією метою звернемося до основної властивості функції $f(x_1, \ldots, x_{n-1}, x_n)$. Вона визначається таким рекурентним співвідношенням:

$$f(x_1, \ldots, x_{n-1}, 1) = g(x_1, \ldots, x_{n-1}, 1),$$

$$f(x_1, \ldots, x_{n-1}, m + 1) =$$

$$= f(x_1, \ldots, x_{n-1}, m) \cdot g(x_1, \ldots, x_{n-1}, m + 1).$$

З нього безпосередньо випливає, що оператор присвоювання $v_n := v_n + 1$ є $u := u + 1;$ $w := w \cdot g$-редукцією функції f, де g — іменна функція, що має наведений вище зміст. Знайшовши $u := u + 1; w := w \cdot g$-редукцію, ми звели обчислення операцій мультиплікування до схем редукційних моделей, подібних до розглянутих у попередньому пункті.

Висновки

Запропонований у статті редукційний підхід до моделювання дає можливість на цілком адекватному рівні всерйоз ставити проблему зміни пріоритетів із роздрібного продукування моделей надмірною суб’єктивізацією зв’язку між непроцедурною (денотативною) та процедурною (конотативною) складовими частинами розв'язання інформатико-технологічних задач на загальну логіку їх побудови. Така постановка питання сьогодні є повністю виправданою, адже перехід від поверхневих задач, характерних для початкових етапів розвитку інформатики, до проблем принципового характеру розкрив кардинальне протиріччя між потенційними можливостями інформаційного моделювання і можливостями реалізації їх у рамках інтуїтивних уявлень про самий процес моделювання.

Пропонований у статті метод редукційного моделювання ілюструється великою кількістю репрезентативних прикладів, що наводяться за принципом "від простого до складного". Причому, на відміну від простих задач, задачі, розв'язувані в останньому розділі, як задачі вищого типу характеризуються нетривіальним взаємозв'язком багатьох оракулів. Тому їх адекватний розв'язок недоцільно обмежувати рамками рудиментарного середовища інтеграції, бо воно об'єктивно вимагає більш високого рівня інтеграції, індукованого нетривіальною взаємодією оракулів як між собою, так і з макро- та мікросередовищем інтеграції.

Таким чином, уже з розгляду доволі простих, але репрезентативних прикладів, стає очевидним, що основні принципові складнощі при розв'язанні задач пов'язані перш за все з інтеграційними проблемами редукційного моделювання, їх розв'язок має ґрунтуватися на моделелогії як науці моделебудування, предметом якої є не стільки процеси моделебудування, скільки їхні логіки. Останні будуються на поняттях редукції та *h*-редукції. Тому дослідження редукційних логік моделебудування є пріоритетним напрямком наступних досліджень.

1. *Пойя Дж.* Как решать задачу. – М.: Угпедгиз. – 1959. – 208 с.
2. *Пуанкаре А.* О науке (Раздел. Наука и метод). – М., 1983. – 554 с.
3. *Карнап Р.* Значение и необходимость. – М.: Изд-во иностр. л-ры, 1958. – 274 с.
4. *Редько В.Н.* Экспликативное программирование: ретроспективы и перспективы // Тр. Первой Междунар. науч.-практ. конф. по программированию УкрПРОГ'98 (пленарный доклад). – К., 1998. – С. 22–41.
5. *Редько В.Н.* Программология: прошлое, настоящее, будущее // Вест. Междунар. Соломонова ун-та. – 1999. – № 1. – С. 23–59.
6. *Редько В.Н., Гришко Н.В., Редько И.В.* Экспликативное программирование в среде логико-математических спецификаций // Тр. Первой Междунар. науч.-практ. конф. по программированию УкрПРОГ'98 (доклад). – К., 1998. – С. 71–76.
7. *Редько И.В., Гришко Н.В.* Экспликативное программирование в среде интеграции // Тр. Первой Междунар. науч.-практ. конф. по программированию УкрПРОГ'98 (доклад). – К., 1998. – С. 191–196.
8. *Редько И.В.* Открыто-замкнутые основания сред интеграции. Часть I // Системні дослідження та інформаційні технології. – 2010. – № 4. – С. 7–18.
9. *Редько В.Н.* Основания композиционного программирования // Программирование. – 1979. – № 3. – С. 3–13.

Рекомендована Радою
факультету електроніки
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
10 травня 2011 року