УДК 518.9

Л.В. Барановська

МОДИФІКАЦІЯ МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗУЮЧИХ ФУНКЦІЙ ДЛЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНО-РІЗНИЦЕВИХ ІГОР ЗБЛИЖЕННЯ

The subject of investigation is game problems for the object control under the conditions of counteractions. The paper suggests that the object dynamics is described by the system of difference-differential equations. We consider the approach problem with fixed time. In the course of the game the information on the initial function and the prehistory of the evader's control is used. We suggest the way to solution of problems with fixed time. The game is completed when an integral of some numeral function describing the game course turns into a unit. An approach to solution of this game is based on the method of Resolving Functions. The research technique is based on using Minkovskii inverse functional of multi-valued maps, closely related to the given conflict-controlled process, and on constructing the resolving functions. At the heart of the method's scheme is the L.S. Pontryagin condition making it possible to choose a pursuers' control in the form of Borel measurable selections of special multi-valued map. We show that for objects with different inertial Pontryagin's Condition fails on some time interval. Moreover, the modification of the Pontryagin's Condition is proposed. Specifically, we solve the similar problem to the one in "The Boy and the Crocodile" with lag.

Вступ

Диференціальні ігри належать до одного з розділів математичної теорії керування, де розглядаються об'єкти, які рухаються і функціонують в умовах конфлікту та невизначеності. Серед інженерів, які займаються проектуванням ракетної і космічної техніки, добре відомі такі методи, як метод кривої погоні, паралельного переслідування, пропорційної навігації, сталого кута упередження, накриття цілі тощо. На ідеї методу паралельного переслідування базується відомий метод розв'язуючих функцій [1], суть якого полягає в тому, щоб при відомих параметрах процесу побудувати деякі числові функції, які характеризують інтегрально хід конфліктно-керованого процесу.

Вибираючи свої керування у вигляді деяких функцій, кожен із гравців діє на процес, переслідуючи свою мету. Мета переслідувача – вивести траєкторію процесу на деяку замкнену множину, яку ми називаємо термінальною, за найкоротший час. Мета втікача – відхилити траєкторію процесу від зустрічі з термінальною множиною на всьому інтервалі часу або, якщо це неможливо, максимально відтягнути момент зустрічі. Локальна задача зближення з фіксованим часом полягає в тому, щоб знайти умови на параметри процесу і початковий стан, достатні для того, щоб траєкторію процесу можна було привести на термінальну множину з початкового стану в деякий момент при довільних протидіях втікача. Ключовою такою умовою є так звана умова Л.С. Понтрягіна. Але є низка задач, наприклад, задача зближення об'єктів з різною інерційністю, для яких умова Л.С. Понтрягіна не виконується на деякому інтервалі часу.

У праці [1] розроблено модифікацію методу розв'язуючих функцій для диференціальних задач зближення об'єктів з різною інерційністю. Зокрема, такою грою є так звана задача "хлопчик і крокодил", у якій переслідувач ("крокодил") має обмежене прискорення, тобто радіус кривизни своєї траєкторії. Таким чином, він незграбний, але може набирати велику швидкість. Втікач ("хлопчик") безінерційний, але має обмежену швидкість.

Нині все більше уваги приділяється процесам, які описуються системою диференціально-різницевих рівнянь, зокрема, містять невідому функцію із запізнілим аргументом. Такі системи більш адекватно описують процес, адже вони враховують не тільки миттєві дані, а й передісторію. У зв'язку з цим виникає актуальна проблема: розробити аналог модифікації методу розв'язуючих функцій для диференціально-різницевих задач зближення.

Постановка задачі

У цій статті запроваджується модифікація методу розв'язуючих функцій для диференціально-різницевої задачі зближення з фіксованим часом, для яких умова Л.С. Понтрягіна не виконується на деякому інтервалі часу. Причиною такого явища є той факт, що в самій умові Л.С. Понтрягіна не фігурує такий важливий параметр процесу, як термінальна множина. Мета роботи – модифікувати цю умову так, щоб траєкторію процесу можна було привести на термінальну множину з початкового стану в деякий момент при довільних протидіях втікача.

Основні результати

Розглянемо конфліктно-керований процес, динаміка якого описується системою диференціально-різницевих рівнянь, які містять невідому функцію із запізнілим аргументом:

$$\begin{aligned} \dot z_1(t) &= z_2(t-\tau) - v, \quad z_1 \in \mathrm{R}^n, \quad n \ge 2, \\ \dot z_2(t) &= u, \quad z_2 \in \mathrm{R}^n, \end{aligned} \tag{1}$$

де $\|u\| \le \rho$, $\rho > 0$, $\|v\| \le \sigma$, $\sigma > 0$.

Переслідування вважається завершеним, якщо $\|z_1\| \le l$.

Запишемо систему (1) у більш загальному вигляді:

$$\dot z(t) = Bz(t-\tau) + u(t) - v(t), \text{ де } B = \begin{pmatrix} 0 & E_n \\ 0 & 0 \end{pmatrix};$$

області керування – $U = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix},\ u \in \mathrm{R}^n : \|u\| \le \rho \right\}$,

$V = \left\{ \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix},\ v \in \mathrm{R}^n : \|v\| \le \sigma \right\}$.

Термінальна множина M^* має вигляд

$$M^* = \{z = (z_1, z_2) \in \mathrm{R}^{2n} : \|z_1\| \le l\}.$$

Як лінійний підпростір з R^{2n}, $n \ge 2$, візьмемо множину $M_0 = \{z = (z_1, z_2) \in \mathrm{R}^{2n} : z_1 = 0\}$. Тоді ортогональним доповненням до M_0 буде множина $L = \{z = (z_1, z_2) \in \mathrm{R}^{2n} : z_2 = 0\}$ і $M = \{z = (z_1, z_2) \in \mathrm{R}^{2n} : \|z_1\| \le l,\ z_2 = 0\}$.

Оператор ортогонального проектування $\pi : \mathrm{R}^{2n} \to L$ задається матрицею

$$\begin{pmatrix} E_n & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{і} \quad \pi z = \begin{pmatrix} E_n & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} z_1 \\ z_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Визначимо функціональну матрицю $K(t)$: а) $K(t) = 0$, $t < 0$; б) $K(0) = E_{2n}$; в) функція $K(t)$, неперервна на $[0, +\infty)$; г) $K(t)$ задовольняє рівнянню

$$[\dot K(t)] = [B] \cdot [K(t-\tau)] \text{ при } t > 0. \tag{2}$$

Рівняння (2) запишемо у вигляді

$$\begin{pmatrix} \dot K_{11}(t) & \dot K_{12}(t) \\ \dot K_{21}(t) & \dot K_{22}(t) \end{pmatrix} \otimes E_n =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & E_n \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} K_{11}(t-\tau) & K_{12}(t-\tau) \\ K_{21}(t-\tau) & K_{22}(t-\tau) \end{pmatrix} \otimes E_n =$$

$$= \begin{pmatrix} K_{21}(t-\tau) & K_{22}(t-\tau) \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \otimes E_n,$$

де $K_{ij}(\cdot)$ – числові функції.

Похідною від функціональної матриці розглядаємо матрицю, одержану шляхом заміни всіх елементів їх похідними [3].

Звідси на підставі умови б) одержимо

$$\begin{cases} \dot K_{11}(t) = K_{21}(t-\tau), \\ \dot K_{12}(t) = K_{22}(t-\tau), \\ \dot K_{21}(t) = 0, \\ \dot K_{22}(t) = 0, \\ K_{12}(0) = K_{21}(0) = 0, \\ K_{11}(0) = K_{22}(0) = 1. \end{cases}$$

Розв'язком системи буде

$$K_{11}(t) = 1,\ K_{12}(t) = t,\ K_{21}(t) = 0,\ K_{22}(t) = 1.$$

Враховуючи умову а), одержимо функціональну матрицю

$$[K(t)] = \begin{pmatrix} K_{11}(t) & K_{12}(t) \\ 0 & K_{22}(t) \end{pmatrix} \otimes E_n,$$

де $K_{11}(t) = K_{22}(t) = \begin{cases} 1, & t \ge 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases}$ $K_{12}(t) = \begin{cases} t, & t \ge 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$

Таким чином, при $t \ge 0$ шукана функціональна матриця має вигляд

$$[K(t)] = \begin{pmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \otimes E_n.$$

Розглянемо загальну схему методу розв'язуючих функцій для диференціально-різницевих ігор зближення [4]. Перевіримо виконання умови Л.С. Понтрягіна.

Виберемо селектор $\gamma(t)$ тотожно рівним нулю.

Для лінійного процесу (1) $W(t) = \pi[K(t)]V \overset{*}{-} \pi[K(t)]U$

$$\pi[K(t)]V = \begin{pmatrix} E_n & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_n & t \\ 0 & E_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix} \otimes E_n,$$

$$\pi[K(t)]U = \begin{pmatrix} E_n & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_n & t \\ 0 & E_n \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} tu \\ 0 \end{pmatrix} \otimes E_n.$$

Тоді

$$W(t) = (\rho t - \sigma)S = \varnothing \text{ при } t \in \left[0, \frac{\sigma}{\rho}\right). \quad (3)$$

Таким чином, як показано на прикладі, у задачах зближення об'єктів з різною інерційністю умова Понтрягіна [1, 2] не виконується на деякому інтервалі часу.

Пропонуємо наступний спосіб розв'язування вказаного типу задач.

Нехай задано конфліктно-керований процес

$$\dot{z}(t) = Az(t) + Bz(t-\tau) + \varphi(u, v),$$
$$z \in \mathrm{R}^n, \ u \in U, \ v \in V, \quad (4)$$

де A, B – сталі квадратні матриці порядку n; U, V – непорожні компакти; функція $\varphi : U \times V \to \mathrm{R}^n$ належить класу C^0 на $[0, +\infty)$; $\tau = \mathrm{const} > 0$.

Нехай $z(t)$ – розв'язок (4), що задовольняє початкову умову

$$z(t) = z^0(t), \ -\tau \le t \le 0,$$

де функція $z^0(t)$ абсолютно неперервна на $[-\tau, 0]$.

Термінальна множина є циліндричною і має вигляд

$$M^* = M_0 + M, \quad (5)$$

де M_0 – лінійний підпростір з R^n, M – непорожній компакт з ортогонального доповнення L до M_0 у просторі R^n.

Припустимо, що для такого процесу умова Л.С. Понтрягіна не виконується. Введемо деяку матричну функцію $D(t)$, $t \in [0, +\infty)$. Нехай π – ортопроектор, який діє з R^n у L. Розглянемо наступне багатозначне відображення

$$\overline{W}(t, v) = \pi K(t)\varphi(U, D(t)v),$$
$$\overline{W}(t) = \bigcap_{v \in V} \overline{W}(t, v), \ t \ge 0, \quad (6)$$

де $K(t)$ – фундаментальна матриця [5].

***Умова* 1 *(модифікація умови Понтрягіна)*.** Існує неперервна матрична функція $D(t)$, $t \in [0, +\infty)$, така, що відображення $\overline{W}(t) \ne \varnothing$ для всіх $t \ge 0$.

Введемо позначення

$$\overline{\varphi}(t, u, v) = \varphi(u, v) - \varphi(u, D(t)v),$$
$$t \ge 0, u \in U, v \in V; \quad (7)$$

$$M(t) = M \overset{*}{-} \int_0^t \pi K(s)\overline{\varphi}(s, U, V)ds, \quad t \ge 0. \quad (8)$$

Відображення $M(t)$, $t \ge 0$, напівнеперервне зверху як геометрична різниця двох неперервних багатозначних відображень [1].

***Умова* 2.** Для введеної матричної функції $D(t)$ багатозначне відображення $M(t)$ непорожнє для всіх $t \ge 0$.

Оскільки на підставі припущень на параметри процесу (4) багатозначне відображення $\overline{W}(t, v)$ неперервне на множині $[0, +\infty) \times V$, то при виконанні умови 1 $\overline{W}(t)$ напівнеперервне зверху, а, значить, борелівське [6]. Тоді, згідно з [1], існує хоча б один борелівський селектор $\gamma(t)$, $\gamma(t) \in \overline{W}(t)$, $t \ge 0$.

Позначимо через $\overline{\Gamma}$ сукупність борелівських селекторів багатозначного відображення $\overline{W}(t)$, зафіксуємо деякий елемент $\gamma(\cdot) \in \overline{\Gamma}$ і покладемо

$$\xi(t, z^0(\cdot), \gamma(\cdot)) =$$
$$= \pi K(t)z^0(0) + \int_{-\tau}^{0} \pi K(t-s-\tau)Bz^0(s)ds + \int_0^t \gamma(s)ds. \quad (9)$$

Розглянемо розв'язуючу функцію

$$\overline{\alpha}(t, s, z^0(\cdot), v, \gamma(\cdot)) =$$
$$= \sup\{\alpha \ge 0 : [\overline{W}(t-s, v) - \gamma(t-s)] \cap$$
$$\cap \ \alpha[M(t) - \xi(t, z^0(\cdot), \gamma(\cdot))] \ne \varnothing\}. \quad (10)$$

Оскільки $0 \in \overline{W}(t-s, v) - \gamma(t-s)$ для всіх $v \in V$, $t \ge s \ge 0$, то при $\xi(t, z^0(\cdot), \gamma(\cdot)) \in M(t)$ функція $\overline{\alpha}(t, s, z^0(\cdot), v, \gamma(\cdot)) = +\infty$ при всіх $s \in [0, t]$, $v \in V$. Якщо ж $\xi(t, z^0(\cdot), \gamma(\cdot)) \notin M(t)$, то функція (10) набуває скінченних значень, вона до того ж рівномірно обмежена по $s \in [0, t]$, $v \in V$.

Оскільки $\overline{W}(t)$ – напівнеперервне багатозначне відображення, функція $\xi(t, z^0(\cdot), \gamma(\cdot))$ – неперервна, тоді функція $\overline{\alpha}(t, s, z^0(\cdot), v, \gamma(\cdot))$ напівнеперервна зверху по v, $v \in V$, а значить, є борелівською функцією по (s, v), $s \in [0, t]$, $v \in V$ [6]. Отже, функція $\inf\limits_{v \in V} \overline{\alpha}(t, s, z^0(\cdot), v, \gamma(\cdot))$ інтегрована по $s \in [0, t]$.

Введемо функцію

$$\overline{T}(z^0(\cdot), \gamma(\cdot)) =$$
$$= \inf\{t \ge 0 : \int_0^t \inf_{v \in V} \overline{\alpha}(t, s, z^0(\cdot), v, \gamma(\cdot))ds \ge 1\},$$
$$\gamma(\cdot) \in \overline{\Gamma}. \tag{11}$$

Якщо нерівність у фігурних дужках не виконується при всіх $t \ge 0$, то покладемо $\overline{T}(z^0(\cdot), \gamma(\cdot)) = +\infty$. Якщо $\xi(t, z^0(\cdot), \gamma(\cdot)) \in M(t)$, то $\inf\limits_{v \in V} \overline{\alpha}(t, s, z^0(\cdot), v, \gamma(\cdot)) \equiv +\infty$, і в цьому випадку значення інтеграла покладемо рівним $+\infty$, а отже, нерівність в означенні функції $\overline{T}(z^0(\cdot), \gamma(\cdot))$ виконується автоматично.

Теорема. Нехай для конфліктно-керованого процесу (4) виконуються умови 1 і 2, множина M випукла, для початкового стану $z^0(\cdot)$ і деякого селектора $\gamma^0(\cdot) \in \overline{\Gamma}$ $\overline{T} = \overline{T}(z^0(\cdot), \gamma^0(\cdot)) < < +\infty$.

Тоді траєкторія процесу (4) може бути приведена з початкового стану $z^0(\cdot)$ на термінальну множину M^* у момент $\overline{T}$.

Доведення. Нехай $v(s), v(s) \in V, s \in [0, \overline{T}]$ – довільна вимірна функція. Розглянемо випадок $\xi(\overline{T}, z^0(\cdot), \gamma^0(\cdot)) \notin M(\overline{T})$. За допомогою контрольної функції

$$\overline{h}(t) = 1 - \int_0^t \overline{\alpha}(T, s, z^0(\cdot), v(s), \gamma^0(\cdot))ds, \ t \ge 0,$$

знайдемо момент переключення $t_* = t_*(v(\cdot))$, $0 < t_* \le T : \overline{h}(t_*) = 0$.

Опишемо спосіб вибору керування переслідувачем на “активній” $[0, t_*)$ і “пасивній” $[t_*, T]$ ділянках.

Розглянемо багатозначне відображення

$$U_1(s, v) =$$
$$= \{u \in U : \pi K(\overline{T} - s)\varphi(u, D(\overline{T} - s)v) - \gamma^0(\overline{T} - s) \in$$
$$\in \overline{\alpha}(\overline{T}, s, z^0(\cdot), v, \gamma^0(\cdot))[M(\overline{T}) - \xi(\overline{T}, z^0(\cdot), \gamma^0(\cdot))]\}. \tag{12}$$

Відображення $U_1(s, v)$ є борелівським на множині $[0, T] \times V$. Тоді його селектор $u_1(s, v) = \operatorname{lex\,min} U_1(s, v)$ є борелівською функцією за сукупністю змінних [1].

Керування переслідувача на інтервалі $[0, t_*)$ покладемо рівним $u(s) = u_1(s, v(s))$. Воно є вимірною функцією часу як суперпозиція зовнішньої борелівської і вимірної функцій.

Покладемо $\overline{\alpha}(t, s, z^0(\cdot), v, \gamma(\cdot)) = 0$, $s \in [t_*, T]$. Тоді відображення

$$U_2(s, v) = \{u \in U : \pi K(\overline{T} - s)\varphi(u, v) - \gamma^0(\overline{T} - s) = 0\},$$
$$s \in [t_*, \overline{T}], \ v \in V$$

також є борелівською функцією за сукупністю змінних, і її селектор $u_2(s, v) = \operatorname{lex\,min} U_2(s, v)$ є борелівською функцією.

Керування переслідувача на інтервалі $[t_*, T]$ покладемо рівним

$$u(s) = u_2(s, v(s)). \tag{13}$$

Воно також є вимірною функцією часу.

Нехай $\xi(\overline{T}, z^0(\cdot), \gamma^0(\cdot)) \in M(\overline{T})$. Тоді керування переслідувача на інтервалі $[0, \overline{T}]$ виберемо у вигляді (13).

Таким чином, визначено закон керування переслідувача для довільних ситуацій.

Покажемо, що при цьому траєкторія процесу (4) у момент $\overline{T}$ потрапить на множину M^* при довільних керуваннях втікача.

Із формули Коші [5] для системи (4) випливає рівність

$$\pi z(\bar{T}) = \pi K(\bar{T}) z^0(0) + \int_{-\tau}^{0} \pi K(\bar{T} - s - \tau) B z^0(s) ds +$$

$$+ \int_{0}^{\bar{T}} \pi K(\bar{T} - s) \varphi(u(s),\ v(s)) ds. \quad (14)$$

Проаналізуємо спочатку випадок $\xi(\bar{T}, z^0(\cdot), \gamma^0(\cdot)) \notin M(\bar{T})$. Для цього додамо і віднімемо з правої частини рівності (14) величини $\int_0^{\bar{T}} \pi K(\bar{T} - s)\varphi(u(s),\ D(\bar{T} - s)v(s))\,ds$, $\int_0^{\bar{T}} \gamma^0(\bar{T} - s) ds$. Маємо

$$\pi z(\bar{T}) = [\pi K(\bar{T}) z^0(0) +$$

$$+ \int_{-\tau}^{0} \pi K(\bar{T} - s - \tau) B z^0(s) ds + \int_{0}^{\bar{T}} \gamma^0(\bar{T} - s) ds] +$$

$$+ \int_{0}^{\bar{T}} [\pi K(\bar{T} - s)\,\varphi(u(s), D(\bar{T} - s)v(s)) - \gamma^0(\bar{T} - s)]\,ds +$$

$$+ \int_{0}^{\bar{T}} [\pi K(\bar{T} - s)\varphi(u(s),\ v(s)) -$$

$$- \pi K(\bar{T} - s)\varphi(u(s),\ D(\bar{T} - s)v(s))] ds.$$

Враховуючи (7), (9), (12), одержимо

$$\pi z(\bar{T}) \in \xi(\bar{T}, z^0(\cdot), \gamma^0(\cdot)) +$$

$$+ \int_{0}^{\bar{T}} \bar{\alpha}(\bar{T}, s, z^0(\cdot), v(s), \gamma^0(\cdot))[M(\bar{T}) - \xi(\bar{T}, z^0(\cdot), \gamma^0(\cdot))] ds +$$

$$+ \int_{0}^{\bar{T}} \pi K(v) \bar{\varphi}(\bar{T} - s,\ u(s),\ v(s)) ds,$$

$$\pi z(\bar{T}) \in \xi(\bar{T}, z^0(\cdot), \gamma^0(\cdot)) \times$$

$$\times \left(1 - \int_{0}^{\bar{T}} \bar{\alpha}(\bar{T},\ s,\ z^0(\cdot),\ v(s),\ \gamma^0(\cdot)) ds \right) +$$

$$+ \int_{0}^{\bar{T}} \bar{\alpha}(\bar{T},\ s,\ z^0(\cdot),\ v(s),\ \gamma^0(\cdot)) M(\bar{T})\, ds +$$

$$+ \int_{0}^{\bar{T}} \pi K(\bar{T} - s) \bar{\varphi}(\bar{T} - s, u(s), v(s)) ds. \quad (15)$$

Зауважимо, що на підставі визначень законів керування $\bar{\alpha}(\bar{T},\ s,\ z^0(\cdot),\ v(s),\ \gamma^0(\cdot)) = 0$, $s \in [t_*,\ \bar{T}]$.

Оскільки $\int_0^{\bar{T}} \bar{\alpha}(\bar{T},\ s,\ z^0(\cdot), v(s),\ \gamma^0(\cdot))ds = 1$, то $\int_0^{\bar{T}} \bar{\alpha}(\bar{T},\ s,\ z^0(\cdot),\ v(s),\ \gamma^0(\cdot)) M(\bar{T}) ds \subset M(\bar{T})$, так як $M(\bar{T})$ випукла внаслідок випуклості множини *M*. Із визначення множини $M(\bar{T})$ і включення (15) одержимо $\pi z(\bar{T}) \in M$.

Розглянемо випадок $\xi(\bar{T},\ z^0(\cdot),\ \gamma^0(\cdot)) \in M(\bar{T})$. Тоді додамо і віднімемо від правої частини формули Коші (14) величину $\int_0^{T} \gamma^0(T - s) ds$, одержимо

$$\pi z(\bar{T}) = [\pi K(\bar{T}) z^0(0) +$$

$$+ \int_{-\tau}^{0} \pi K(\bar{T} - s - \tau) B z^0(s) ds + \int_{0}^{\bar{T}} \gamma^0(\bar{T} - s) ds] +$$

$$+ \int_{0}^{\bar{T}} [\pi K(\bar{T} - s)\varphi(u(s), v(s)) - \gamma^0(\bar{T} - s)] ds.$$

На підставі визначення законів керування при $\xi(\bar{T},\ z^0(\cdot),\ \gamma^0(\cdot)) \in M(\bar{T})$ керування переслідувача вибирається у вигляді (13). Тоді, враховуючи (9), одержимо $\pi z(\bar{T}) \in M(\bar{T})$. Звідси з огляду на визначення множини $M(\bar{T})$ $\pi z(\bar{T}) \in M$.

Теорему доведено.

Наслідок. Нехай конфліктно-керований процес (4), (5) лінійний ($\varphi(u,\ v) = u - v$), виконуються умови 1 і 2, існують неперервні додатні функції $r(t)$, $r : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$, $q(t)$, $q : \mathrm{R} \to \mathrm{R}$, такі, що

$$\pi K(t) U = r(t) S,\ M(t) = q(t) S,$$

де S – одинична куля простору L з центром у нулі.

Тоді розв'язуюча функція (10) при $\xi(t,\ z^0(\cdot),\ \gamma(\cdot)) \notin q(t)S$ є більшим додатним коренем квадратного рівняння

$$(\pi K(t - s) D(t - s) v + \gamma(t - s) - \alpha \xi(t,\ z^0(\cdot),\ \gamma(\cdot)) =$$

$$= r(t - s) + \alpha q(t) \quad (16)$$

відносно $\alpha > 0$.

Висновки

Запроваджений метод розв'язуючих функцій для диференціально-різницевої задачі зближення з фіксованим часом для об'єктів з різною інерційністю, для яких умова Л.С. Понтрягіна не виконується на деякому інтервалі часу, розширює можливості моделювання конфліктно-керованих процесів диференціально-різницевими системами, оскільки саме такі системи враховують передісторію процесу, що є більш адекватним у реальних задачах.

Оскільки системи диференціально-різницевих рівнянь розв'язуються значно складніше за звичайні диференціальні системи, то планується розв'язування ширшого кола прикладів диференціально-різницевої задачі групового зближення з нефіксованим часом, а також знаходження їх практичного застосування.

1. *Чикрий А.А.* Конфликтно управляемые процессы. – К.: Наук. думка, 1992. – 384 с.
2. *Кривонос Ю.Г., Матичин И.И., Чикрий А.А.* Динамические игры с разрывными траекториями. – К.: Наук. думка, 2005. – 220 с.
3. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. – М.: Наука, 2004. – 576 с.
4. *Барановская Л.В., Барановская Г.Г.* О дифференциально-разностной игре группового преследования // Доп. НАН України. – 1997. – № 3. – С. 12–15.
5. *Беллман Р., Кук К.* Дифференциально-разностные уравнения. – М.: Мир, 1967. – 254 с.
6. *Натансон И.П.* Теория функций вещественной переменной. – М.: Наука, 2008. – 560 с.

Рекомендована Радою
фізико-математичного факультету
НТУУ "КПІ"

Надійшла до редакції
20 червня 2012 року