

УДК 539.376

П.В. Фернаті, Я.В. Павлюк, В.С. Рагуліна

ПОВЗУЧИСТЬ НЕЛІНІЙНО-В'ЯЗКОПРУЖНИХ МАТЕРІАЛІВ ЗА УМОВ НЕСТАЦІОНАРНОГО ОДНОВІСНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

This paper considers the problem of calculating creep strains of nonlinearly-viscoelastic material under different modes of nonstationary uniaxial loading. These modes involve stepped loading and unloading. Specifically, we solve the problem based on the hypothesis of the unified deformation diagram created from similarity of isochronous creep diagrams and a stress-strain diagram. A generalized reological model is constructed. Relying on this generalized model, we construct the unidimensional creep constitutive equations of nonlinear viscoelastic materials. In addition, we choose the hereditary kernel as Rabotnov's exponential-fractional function. We determine model parameters through the base experiment under stationary uniaxial creep. The nonstationary loading modes are assigned by the Heaviside's function. Through experiments conducted, we test calculation results on the problems of nonstationary creep strains forecast of polyvinylchloride elaston. Moreover, calculation results are consistent with the experimental data.

Вступ

Ефективне застосування нелінійно-в'язкопружних матеріалів у різних галузях сучасної техніки спричинило інтенсивне дослідження їх фізико-механічних властивостей, розробку методів визначення напружень, деформаційних характеристик і характеристик міцності композитів за характеристиками компонентів. При цьому необхідно мати на увазі, що в більшості практично важливих випадків (корпуси літальних апаратів, кораблів, трубопроводи, посудини тиску тощо) деформування в'язкопружних матеріалів є нелінійним і відбувається за змінних режимів навантаження, що вимагає врахування спадкових ефектів.

Найбільш загальною формою запису визначальних рівнянь фізично нелінійного спадкового середовища є кратно-інтегральне зображення Вольтера–Фреше. Проте внаслідок складності ідентифікації ядер спадковості, неможливості обернення рівняння ускладнюється застосування моделі для розв'язку задач нестационарної повзучості та релаксації. В рамках загальної нелінійної теорії Вольтера–Фреше у низці праць побудовані спрощені варіанти загальної теорії, виходячи із реального характеру нелінійного деформування матеріалу. Так, у [1, 2] розв'язано задачі з розрахунку деформацій стаціонарної повзучості та релаксації.

На сьогодні однією із найбільш перспективних теорій вважається нелінійна теорія Работнова [3], що відображає подібність ізохронних діаграм повзучості. За допомогою цієї теорії в [4] розв'язано задачі з розрахунку деформацій стаціонарної та зворотної повзучості. Проте визначальні рівняння моделі містять дві

невідомі функції, що викликає значні труднощі при визначенні структури ядер спадковості та параметрів цих ядер. Ці обставини обмежують можливості моделі при розв'язку задач нестационарної повзучості та релаксації напружень.

Постановка задачі

Мета статті полягає у подальшому розвитку нелінійної моделі в'язкопружності із залежною від часу нелінійністю типу моделі Работнова, побудові системи розв'язувальних рівнянь та розв'язку задач розрахунку деформацій повзучості нелінійно-в'язкопружних матеріалів за умов нестационарного одновісного розтягу.

Об'єкт дослідження

Довільний закон зміни напружень σ_t і деформацій ε_t у момент навантаження τ задається у вигляді суми множин різних значень сталих напружень σ_k і деформацій ε_k :

$$\begin{cases} \sigma(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (h(t - \tau_k) - h(t - \tau_{k+1})) \sigma_k, \\ \varepsilon(t) = \sum_{k=1}^{\infty} (h(t - \tau_k) - h(t - \tau_{k+1})) \varepsilon_k, \end{cases} \quad (1)$$

де $h(t - \tau_k)$ – одинична функція Хевісайда, що має розрив першого роду за умови $t = \tau$; t – момент спостереження ($t \geq \tau_k$).

Задача полягає в побудові системи визначальних рівнянь, що встановлюють залежність між напруженнями $\sigma(t)$, деформаціями $\varepsilon(t)$ та часом t для нелінійно-в'язкопружних мате-

ріалів, які містять набір матеріальних констант і враховують історію навантаження. Розв’язок задачі зводиться до конкретизації функціоналів

$$\begin{cases} \varepsilon(t) = \int_{-\infty}^t F[\sigma(t-\tau), \sigma(t)], \\ \sigma(t) = \int_{-\infty}^t F[\varepsilon(t-\tau), \varepsilon(t)], \end{cases} \quad (2)$$

що дає можливість перетворювати кожен історію зміни напружень σ_t і деформацій ε_t на відповідну історію зміни деформацій $\varepsilon(t)$ і напружень $\sigma(t)$.

Функціонали (2) конкретизуються в роботі у вигляді інтегральних рівнянь, що являють собою визначальні рівняння нелінійної в’язкопружної моделі типу моделі Работнова:

$$\begin{cases} \varphi_0(\varepsilon(t)) = \sigma(t) + \lambda \int_0^t K(t-\tau)\sigma(\tau)d\tau, \\ \sigma(t) = \varphi_0(\varepsilon(t)) - \lambda \int_0^t R(t-\tau)\varphi_0(\varepsilon(\tau))d\tau, \end{cases} \quad (3)$$

де $\varepsilon(t)$ – повна деформація, що містить пружну компоненту ε_e і компоненту повзучості ε_c ; $\varphi_0(\cdot)$ – функція, що задає діаграму миттєвого деформування і визначається експериментально; λ – реологічний параметр; $K(t-\tau)$, $R(t-\tau)$ – ядра повзучості та релаксації.

Функція $\varphi_0(\varepsilon(0))$ і її обернення $\psi_0(0) = \varphi_0^{-1}(\varepsilon(0))$, що визначають нелінійність моделі (3), задаються згладжувальними кубічними сплайнами:

$$\varphi_0(\varepsilon_e) = a_{0,j} + a_{1,j}\varepsilon_e + a_{2,j}\varepsilon_e^2 + a_{3,j}\varepsilon_e^3, \quad j = \overline{1, n}, \quad (4)$$

$$\psi_0(\sigma) = b_{0,j} + b_{1,j}\sigma + b_{2,j}\sigma^2 + b_{3,j}\sigma^3, \quad j = \overline{1, n}, \quad (5)$$

де $a_{0,j}; a_{1,j}; a_{2,j}; a_{3,j}$ і $b_{0,j}; b_{1,j}; b_{2,j}; b_{3,j}$ – коефіцієнти сплайну, що мають розмірність напруження і залежать від інтервалу розподілу осі деформацій.

Ядро спадковості $K(t-\tau)$ задається дробово-експоненційною функцією так, що

$$K(t-\tau) = \frac{1}{(t-\tau)^{-\alpha}} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t-\tau)^{(1+\alpha)n}}{\Gamma[(1+\alpha)(1+n)]}, \quad (6)$$

де α, β – параметри ядер, що підлягають визначенню із експерименту ($-1 < \alpha < 0; \beta > 0$).

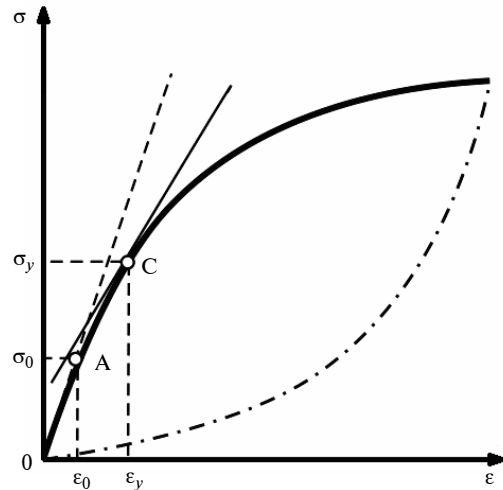


Рис. 1. Схематизація діаграми миттєвого деформування $\varphi_0(\varepsilon)$ та її обернення $\psi_0(\sigma)$

Вважається, що матеріал деформується нелінійно-пружно при напруженнях σ , що не перевищують деяке критичне значення σ_* . Значення σ_* відповідає ординаті точки на діаграмі “ σ - ε ” (рис. 1), для якої дотичний модуль $\bar{E}(\varepsilon)$ задовольняє співвідношення

$$\bar{E}(\varepsilon) = \frac{1}{2 \ln 2} E, \quad (7)$$

де E – модуль лінійної пружності. У разі напружень $\sigma > \sigma_*$ матеріал поводить себе як пружно-пластичний, так що траєкторії навантаження та розвантаження не збігаються.

У роботі в рамках рівнянь (1) розв’язується задача розрахунку деформацій нестационарної повзучості полівінілхлоридного пластику за різних режимів нестационарного навантаження. Результати розрахунків зіставляються з експериментальними даними, запозиченими з [5].

Задача включає визначення області нелінійності в’язкопружних властивостей для досліджуваного матеріалу, обґрунтування існування єдиної ізохронної діаграми деформування, визначення параметрів моделі, апробацію ядер на прикладі розрахунку деформацій повзучості при постійних навантаженнях, при одно- та багатоступеневому довантаженні.

Визначення характеристик повзучості нелінійно-в'язкопружних матеріалів

Метод визначення параметрів ядер спадковості побудований за результатами обробки експериментальних даних на одновісну повзучість при постійних напруженнях. Процедура методу передбачено побудову осередненої функції подібності ізохронних діаграм повзучості та діаграми миттєвого деформування, визначення параметрів ядер за результатами апроксимації дискретних значень осередненої функції подібності.

Визначення області в'язкопружного деформування. Визначальні рівняння моделі (3) містять дві групи коефіцієнтів, одні з яких відповідають за нелінійно-пружне деформування, а інші – за нелінійно-в'язкопружне деформування.

Параметри моделі, що відповідають за нелінійно-пружне деформування, визначаються апроксимацією діаграми миттєвого деформування згладжувальними кубічними сплайнами.

При обробці експериментальних даних функції $\varphi_0(\varepsilon(0))$ кубічний сплайн (4) конкретизується у вигляді

$$\varphi_0(\varepsilon(0)) = a_{0,j} + a_{1,j}(\varepsilon - \varepsilon_j) + a_{2,j}(\varepsilon - \varepsilon_j)^2 + a_{3,j}(\varepsilon - \varepsilon_j)^3, \quad (8)$$

де

$$a_{0,j} = \varepsilon_j, \quad a_{1,j} = \left[\frac{\sigma_{j+1} - \sigma_j}{h_j} - \frac{h_j}{6}(2k_j + k_{j+1}) \right],$$

$$a_{2,j} = \frac{k_j}{2}, \quad a_{3,j} = \frac{k_{j+1} - k_j}{6h_j},$$

$$\varepsilon \in [\varepsilon_j, \varepsilon_{j+1}]; \quad h_j = \varepsilon_{j+1} - \varepsilon_j; \quad j = \overline{1, L-1},$$

де k_j – коефіцієнти сплайну, що визначаються з умов неперервності першої похідної в точках ε_j ($j = 2, L-1$) і деяких крайових умов на кінцях відрізка, що задає апроксимуючу функцію $\varphi_0(\varepsilon)$; σ_j – табличні значення апроксимованої функції в точках ε_j .

Згідно з (8) розраховано для полівінілхлоридного пластикату такі параметри моделі: модуль лінійної пружності $E = 26$ МПа, $\bar{E}_*(\varepsilon) = 18,75$ МПа, $\varepsilon_* \cdot 10^3 = 8,80$, $\sigma_* = 0,19$ МПа.

Обґрунтування області нелінійності процесу повзучості. Область напружень, де матеріал деформується нелінійно-в'язкопружно, визнача-

ється, виходячи із порушення умови однорідності деформування. Вважається, що матеріал поводить як нелінійно-в'язкопружний, якщо функція повзучості $J(t)$

$$J_1(t_j) = \frac{\varepsilon(t_j, \sigma_1)}{\sigma_1} \neq J_2(t_j) = \frac{\varepsilon(t_j, \sigma_2)}{\sigma_2} \neq \dots \neq J_m(t_j) = \frac{\varepsilon(t_j, \sigma_m)}{\sigma_m} \quad (9)$$

не інваріантна відносно рівня напружень σ_m ($m = \overline{1, k}$), а розрахункове значення квантиля статистики $t_{\alpha, k}$ менше його критичного значення $t_{\alpha, k}^*$, яке визначається із таблиць:

$$t_{\alpha, k} = \frac{\sqrt{n} \cdot \delta}{S_J(t_j)} \cdot \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \bar{J}_k(t_j) < t_{\alpha, k}^*, \quad (j = \overline{1, \ell}), \quad (10)$$

де $\bar{J}(t_j)$ – вибіркове середнє значення функції повзучості; $S_J(t_j)$ – середнє квадратичне відхилення величини $\bar{J}(t_j)$; n – обсяг вибірки (кількість функцій повзучості); δ – максимальна похибка між значеннями $J_k(t_j)$ і $\bar{J}(t_j)$.

Величина похибки δ у розрахунках задається рівною $\pm 5\%$, а ймовірність p потрапляння експериментальних функцій повзучості $J_k(t_j)$ в інтервал, обмежений величиною $\delta = \pm 5\%$ відносно величини $\bar{J}(t_j)$, має бути не менше 90% .

На рис. 2, а виконано порівняння розрахункових та критичних значень квантиля статистики $t_{\alpha, k}$ для полівінілхлоридного пластикату.

Із даних на рис. 2, а видно, що полівінілхлоридний пластикат є нелінійно-в'язкопружним матеріалом, оскільки розрахункове значення $t_{\alpha, k}$ менше величини $t_{\alpha, k}^*$ та задовольняє умову нелінійності (10).

Єдина ізохронна діаграма деформування. Нелінійна модель в'язкопружності (3) побудована, виходячи із гіпотези про існування єдиної ізохронної діаграми деформування. Гіпотеза обґрунтовується методом зведення ізохронних діаграм повзучості $\varphi_t(\varepsilon_i(t), t_j)$ до діаграми миттєвого деформування $\varphi_0(\varepsilon_j(0), 0)$. Зведені дискретні значення $\bar{\varphi}_t(\varepsilon_i(t), 0)$ функцій $\varphi_t(\varepsilon_i(t), t_j)$ розраховуються за співвідношенням

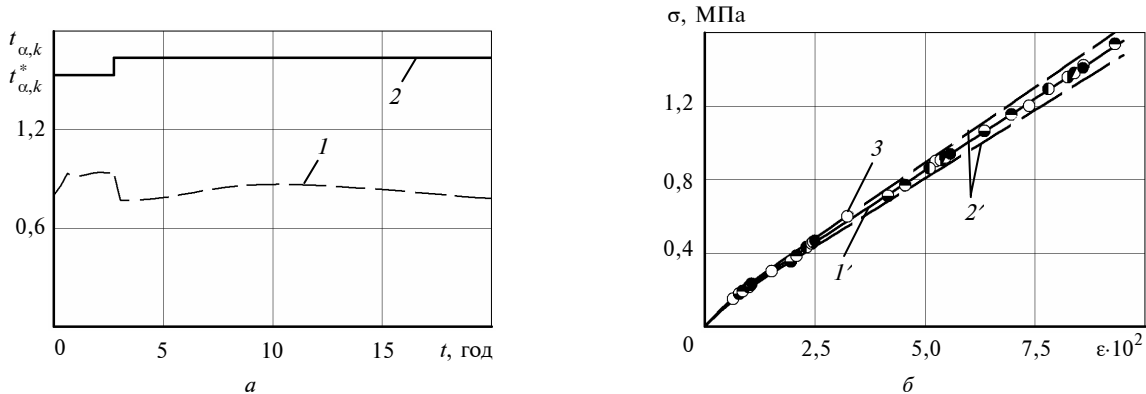


Рис. 2. Критичні значення квантиля статистики (а) та єдина діаграма миттєвого деформування (б); 1 – критичне значення квантиля статистики, 2 – розрахункове значення квантиля статистики; 1' – діаграма миттєвого деформування, 2' – граничний інтервал існування єдиної ізохронної діаграми, 3 – дискретні значення приведених ізохронних кривих полівінілхлоридного пластикату при напруженнях: $\sigma_k = 0,125$ (○), $0,25$ (⊖), $0,5$ (⊕), $0,75$ (⊙), $1,0$ (●) МПа

$$\bar{\varphi}_t(\varepsilon_i(t), 0) = \overline{(1 + G(t_j))} \cdot \varphi_t(\varepsilon_i(t), t_j);$$

$$(i = \overline{1, q}, j = \overline{1, \ell}), \quad (11)$$

де коефіцієнт пропорційності

$$\overline{(1 + G(t_j))} = \sum_{i=1}^q [\varphi_0(\varepsilon_i, 0) \cdot \varphi_t(\varepsilon_i, t_j)] \times \left(\sum_{i=1}^q [\varphi_t(\varepsilon_i, t_j)]^2 \right)^{-1}, \quad (12)$$

осереднює значення функцій подібності $1 + G(t_j)$, що знайдено для кожної j -ї ізохронної діаграми повзучості.

Результати експериментального обґрунтування концепції єдиної ізохронної діаграми деформування для полівінілхлоридного пластикату показані на рис. 2, б.

Визначення характеристик повзучості та релаксації нелінійно-в'язкопружних матеріалів. Параметри α, β, λ , що відповідають за нелінійно-в'язкопружне деформування у визначальних рівняннях нелінійної повзучості та релаксації визначаються за усередненою функцією подібності, яка побудована виходячи з умови існування єдиної ізохронної діаграми миттєвого деформування з використанням експериментальних даних на повзучість при постійних напруженнях.

За критерій найкращого узгодження функції подібності з експериментальними значеннями усередненої функції подібності $\overline{(1 + G(t_j))}_{\text{exp}}$ покладено мінімум квадратичного відхилення між розрахунковими й експериментальними значеннями усередненої функції подібності $\overline{(1 + G(t_j))}_{\text{exp}}$. Задача зводиться до знаходження мінімуму функціоналу

$$F(\alpha, \beta, \lambda) = \sum_{i=1}^{\ell} \left\{ \overline{(1 + G(t_j))}_{\text{exp}} - \left[1 + \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t_j^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma[1 + (1+n)(1+\alpha)]} \right]^2 \right\} \rightarrow \min. \quad (13)$$

Мінімізація функціоналу (13) здійснюється з використанням ітераційного методу Лівенберга–Маркардта [6]. Розраховані згідно з (13) параметри ядра становлять: $\alpha = -0,504$, $\beta = 0,339 \text{ год}^{-(1+\alpha)}$, $\lambda = 0,435 \text{ год}^{-(1+\alpha)}$.

Експериментальна апробація моделі

Повзучість за умов стаціонарного навантаження. Найпростіша перевірка застосування дробово-експоненційного ядра (6) і параметрів ядра, знайдених за значеннями усередненої функції подібності, для розв'язку задач нелінійної теорії в'язкопружності може бути здійснена на прикладі розрахунку деформацій повзучості при постійних напруженнях.

Умова навантаження постійними в часі напруженнями при варіюванні величини напруження σ_k задається співвідношенням

$$\sigma(t) = h(t)\sigma_k, \quad (k = \overline{1, m}). \quad (14)$$

Визначальне рівняння повзучості нелінійно-в'язкопружних матеріалів за умов постійних напружень, виходячи із (3) з урахуванням (5) та структури ядра (6), записується у вигляді

$$\varepsilon(t) = b_{0,j} + b_{1,j} \cdot h(t)\sigma_k \left(1 + \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma[1 + (1+\alpha)(1+n)]} \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + b_{2,j} \cdot h(t) \sigma_k \left(1 + \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma[1 + (1+\alpha)1 + n]} \right)^2 + \\
& + b_{3,j} \cdot h(t) \sigma_k \left(1 + \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma[1 + (1+\alpha)1 + n]} \right)^3, \\
& (j = \overline{1, n}), \quad (15)
\end{aligned}$$

де коефіцієнти $b_{0,j}$, $b_{1,j}$, $b_{2,j}$, $b_{3,j}$ визначаються за результатами апроксимації функції $\psi_0(\cdot)$ згладжувальним кубічним сплайном (5). Значення коефіцієнтів наведено в табл. 1.

У режимі стаціонарного навантаження (14) на підставі рівняння (15) розраховано та порівняно з експериментом деформації повзучості полівінілхлоридного пластикату для кількох рівнів постійних напружень σ_k (рис. 3). Розрахунки здійснено з використанням значень коефіцієнтів b_i , що наведені в табл. 1, і значень параметрів α , β , λ , розрахованих згідно з (13). Експериментальні дані взято з [4].

Повзучість за умов ступеневого довантаження. Розглядається режим двоступеневого навантаження. Умова навантаження (1) для ре-

жимів двоступеневого навантаження конкретизується у вигляді

$$\sigma(t) = \sigma_1 h(t) + \Delta\sigma_1 h(t - t_1) + \Delta\sigma_2 h(t - t_2), \quad (16)$$

де σ_1 – початкове напруження, що прикладене в момент часу $\tau = t = 0$; $\Delta\sigma_1 = \sigma_2 - \sigma_1$ – довантаження в момент часу $\tau = t_1$; $\Delta\sigma_2 = \sigma_3 - \sigma_2$ – довантаження в момент часу $\tau = t_2$.

Рівняння нестационарної повзучості за умов ступеневих довантажень записується, виходячи з (3) з урахуванням (16), у вигляді

$$\begin{aligned}
\varepsilon(t) = & \sum_{i=0}^3 b_{i,j} \times \\
& \times \left[\sigma_1 h(t) \left(1 + \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma[1 + (1+\alpha)1 + n]} \right) + \right. \\
& + \sum_{i=1}^2 h(t - t_{k+1}) \Delta\sigma_k \times \\
& \left. \times \left(1 + \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t - t_i)^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma[1 + (1+\alpha)1 + n]} \right) \right]^i. \quad (17)
\end{aligned}$$

де покладається, що $t_2 > t_1$.

Таблиця 1. Значення коефіцієнтів сплайн-апроксимації для полівінілхлоридного пластикату

j	Коефіцієнти сплайн-апроксимації				
	σ_j , МПа	\bar{b}_3 , МПа ⁻³	\bar{b}_2 , МПа ⁻²	\bar{b}_1 , МПа ⁻¹	\bar{b}_0 , МПа
0	0	0,07561956	0,01072626	0,040963237	0
1	0,17	-0,0692558	0,08579805	0,027996293	0,000747
2	0,40	-0,0005191	0,00164146	0,062341469	-0,00393
3	1,55	—	—	—	—

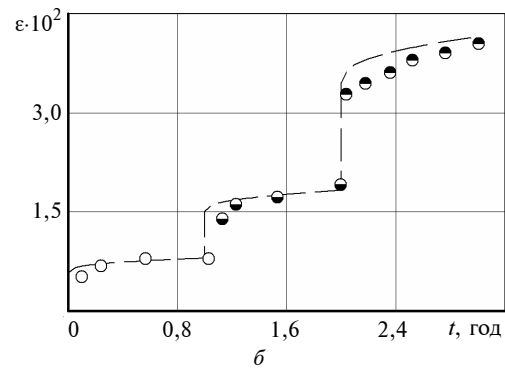
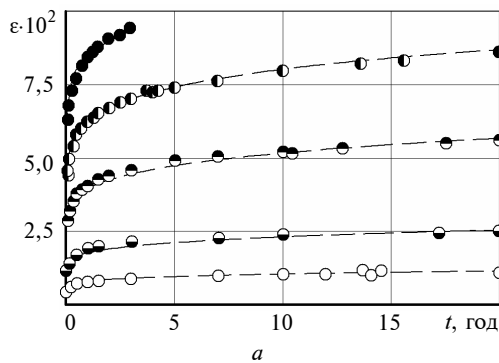


Рис. 3. Розрахункові й експериментальні значення деформацій повзучості полівінілхлоридного пластикату за умов стаціонарного (а) та двоступеневого довантаження (б): — — — розрахункові значення деформацій повзучості, о — експериментальні значення деформацій при напруженнях: $\sigma_k = 0,125$ (○), $0,25$ (◐), $0,5$ (◑), $0,75$ (◒), $1,0$ (◓) МПа

Таблиця 2. Величина елементарних довантажень

Номер ступеня довантаження k	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
t_k , год	1	2	3	4	5	7	7,25	9	10	11	12
$\Delta\sigma_k$, МПа	0,125	0,25	0,25	0,25	-0,5	0,5	-0,25	-0,25	-0,25	-0,12	-0,12

Результати розрахунків деформацій $\varepsilon(t)$ за умови двоступеневого довантаження ($\Delta\sigma_1 \neq 0, \Delta\sigma_2 \neq 0, t > t_2$) наведено на рис. 3, б для полівінілхлориду. Режим навантаження полягав у навантаженні в момент $\tau = t = 0$ початковим напруженням $\sigma_1 = 0,125$ МПа із подальшим довантаженням до $\sigma_2 = 0,25$ МПа у момент часу $t_1 = 1$ год та довантаженням до $\sigma_3 = 0,50$ МПа у момент часу $t_2 = 2$ год.

Повзучість за умов чергування довантажень. У роботі розв'язано задачу розрахунку деформацій повзучості в режимі чергування довантажень і розвантажень при варіюванні величини навантажень для полівінілхлоридного пластикату, закон навантаження якого має вигляд

$$\sigma(t) = h(t)\sigma_1 + \sum_{k=1}^{10} h(t - t_{k+1})|\Delta\sigma_k|. \quad (18)$$

Визначальне рівняння нестационарної повзучості за умови чергування довантажень і розвантажень при варіюванні величини навантажень, виходячи із (3) при $k = 10$, записується у вигляді

$$\varepsilon(t) = \sum_{i=0}^3 b_{i,j} \left[\sigma_1 h(t) \left(1 + \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n t^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma[1 + (1+\alpha)1 + n]} \right) + \sum_{i=1}^{10} h(t - t_{k+1}) \Delta\sigma_i \times \left(1 + \lambda \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-\beta)^n (t - t_i)^{(1+\alpha)(1+n)}}{\Gamma[1 + (1+\alpha)1 + n]} \right) \right]^i, \quad (19)$$

значення елементарних довантажень $\Delta\sigma_i = \sigma_{i+1} - \sigma_i$ у моменти часу $\tau = t_i$ подані в табл. 2.

У режимі чергування довантажень і розвантажень (18) із застосуванням рівняння (19) розраховано й експериментально апробовано де-

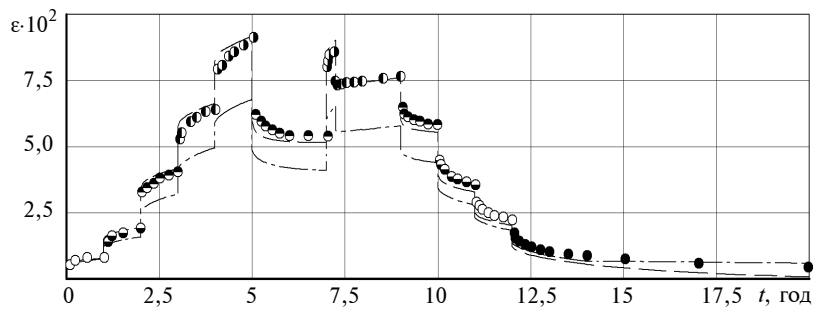


Рис. 4. Розрахункові й експериментальні значення деформацій повзучості полівінілхлоридного пластикату за умов багаторазового довантаження і розвантаження: — · — · — розрахункові значення деформацій повзучості, ○ — експериментальні значення деформацій при напруженнях: $\sigma_k = 0,125$ (○), $0,25$ (◐), $0,5$ (◑), $0,75$ (◒), $1,0$ (◅), 0 (●) МПа

формації повзучості полівінілхлоридного пластикату (рис. 4).

Розрахунки здійснено з використанням значень коефіцієнтів b_i , наведених у табл. 2, і параметрів α, β, λ , розрахованих згідно з (13). Експериментальні дані взято з [5].

Відома низка праць, у яких деформації нестационарної повзучості розраховувались сумуванням кривих повзучості, що побудовані за різних рівнів напружень. На рис. 4 подані результати розрахунку отримано за модифікованим принципом суперпозиції. Результати розрахунків свідчать, що найбільші похибки отримано в процесі часткового розвантаження, причому з кожним циклом розвантаження ці похибки накопичуються.

Висновки

Структура нелінійної моделі повзучості дає можливість порахувати деформації повзучості за умов ступеневого довантаження, чергування довантажень і розвантажень. Задовільного узгодження між розрахунковими й експериментальними даними вдалося досягнути за рахунок використання згладжувальних кубічних сплайнів як апроксимацій нелінійних діаграм миттєвого деформування, що задають нелінійність моделі, та дробово-експоненційних функцій, що задають ядра спадковості. Найбільша похибка отримана в режимі чергування довантажень

і розвантажень і становить 9%. Тому можна зробити висновок, що нелінійна модель в'язкопружності дає можливість із достатньою точністю для практичних цілей розрахувати деформації нестационарної одновісної повзучості, використовуючи параметри ядра, які знайдені із базового експерименту на повзучість при стаціонарному навантаженні.

Задовільне узгодження експериментальних і розрахункових даних, простий базовий експеримент на одновісну повзучість створюють усі передумови для подальшої апробації нелінійної моделі в'язкопружності із незалежною від часу нелінійністю для розв'язку задач за умов складного напруженого стану.

1. Колтунов М.А. Ползучесть и релаксация. – М.: Высшая школа, 1976. – 277 с.
2. J.V. Suvorova et al., “An approach to the description of time-dependent materials”, *Materials and Design*, no. 24, pp. 293–297, 2003.
3. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
4. Голуб В.П., Кобзарь Ю.М., Фернати П.В. Нелинейная ползучесть вязкоупругих армирующих волокон при растяжении // *Прикл. механика*. – 2005. – 41, № 7. – С. 102–115.
5. Самарин Ю.П. Сорокин О.В. О ползучести поливинилхлоридного пластика при переменных нагрузках // *ДАН СССР*. – 1970. – 195, № 2. – С. 333–336.
6. J.J. More et al., “Users guide to minipack”, Argonne National Laboratory Publication ANL-80-74, 1980, 238 p.

Рекомендована Радою
Механіко-машинобудівного інституту
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції
7 червня 2012 року