

УДК 577.169:611.814

В.Й. Котовський, Ю.І. Джежеря, О.П. Довженко, А.М. Гришук

**МОДЕЛЬ ПЛОЩИННОГО РОЗПОДІЛУ ДЖЕРЕЛ ТЕПЛА  
ДЛЯ БАГАТОКАНАЛЬНОЇ МАТРИЦІ СЕНСОРІВ КИСНЮ**

Transcutaneous polarography is one of the most objective noninvasive assessment of the capillary blood flow and microcirculation by controlling the oxygen partial pressure in the subcutaneous tissue. The outcome of research is influenced by such common factors as the oxygen content in the ambient air, the adequacy of the central hemodynamics of the patient, the presence of violations of the transport function of the blood, the pathology of the pulmonary system and local factors (disturbance of the local microcirculation, tissue edema, marked capillary spasm, etc.). For research purposes single-channel analyzers are generally used. Increasing the informative value of biomedical research is possible due to the use multi-channel raster array of oxygen sensors as a primary sensor. The use of such matrices will provide information about the *in vivo* distribution of the partial pressure of oxygen from the surface of the human skin, to more complete assess of its functional state and dynamics to control the impact of possible therapeutic interventions. The paper analyzes the influence of heat sources on the distribution of temperature field of multi-channel raster array of oxygen sensors as the main component of its operation and determines the optimum configuration of such sources.

**Keywords:** partial pressure of oxygen, transcutaneous sensor, matrix oxygen sensors.

**Вступ**

Однією із важливих складових частин пристрою для неінвазивних досліджень процесів газообміну в організмі є транскутанний сенсор кисню (ТСК) електрохімічного типу [1–5]. В таких аналізаторах як чутливий елемент використовується комірка Кларка [1–9].

Це складна система, механізм і кінетика електрохімічних процесів якої значною мірою залежать від конструкторських і технологічних рішень.

До технічних і метрологічних проблем газового аналізу належать такі: калібрування, запобігання дрейфу, аналіз детермінантів тиску газу на поверхню шкірного покриву (ШП), методи виготовлення надійних і практичних сенсорів, багатоканальна киснеметрія тощо [6–8].

Ця робота далі розвиває питання діагностики біологічних об'єктів (БО), пов'язане з газоаналізом, а саме створення багатоканальних засобів киснеметрії на основі растрових матриць сенсорів кисню [9–11].

Під час розроблення такої діагностичної системи виникає багато технічних та концептуальних проблем, які потребують вирішення. Одна з них полягає у створенні однакових температурних умов, в яких функціонують окремі сенсори кисню растрової матриці.

Однорідний розподіл тепла на ділянці ШП, що досліджується, можна забезпечити двома способами. Наприклад, оснастити кожен окремий сенсор власним джерелом тепла та пристроєм з вимірювання температури і від-

працьовувати режим розігріву емпірично. Але такий підхід є малоефективним та надто складним. Інший – сформувати площинне джерело тепла у вигляді провідної поверхні та розташованих на ній додаткових провідних аплікацій для формування ділянки з однорідним розподілом температур, що і пропонується авторами в цій статті.

**Постановка задачі**

Можливість транскутанного контролю парціального тиску кисню ( $pO_2$ ) у підшкірних тканинах у показниках порядку величин артеріальної крові тим імовірніша, чим краше вдається підвищити локальний кровоплин шкіри порівняно із кровопостачанням у спокої.

Необхідною умовою проведення транскутанних досліджень *in vivo* є забезпечення ТСК можливістю прогріву досліджуваної ділянки ШП. Якщо температуру сенсора підвищувати з 41 до 45 °С, то транскутанно обмірюване  $pO_2$  з кожним температурним кроком підвищується. Вже при температурі сенсора рівній 44 °С досягається плато і подальше підвищення температури не збільшує транскутанне значення  $pO_2$ , тому що виникає максимальна гіперемія з розширенням судин у вимірюваній області.

Відомо, що для ефективної роботи сенсорної комірки газоаналізатора оптимальною є температура ШП близько  $t \approx 43$  °С, яка передається капілярам, забезпечуючи “дифузійний коридор”, і  $pO_2$  у підшкірному шарі штучно

підвищується. У середньому підвищення температури на 1 °С підвищує  $pO_2$  на 5 %, внаслідок чого молекулярний  $O_2$  дифундує через епідерміс і газодифузійну поліпропіленову мембрану до катода ТСК.

Завдання полягає в оснащенні матриці сенсорів кисню таким площинним джерелом тепла, яке при контакті з поверхнею БО створюватиме в місці розташування сенсорів ділянку з однорідним розподілом температури.

**Модель площинного розподілу джерел тепла для багатоканальної матриці сенсорів кисню**

Площинний розподіл джерел тепла може бути реалізований у конструкції багатоканальної матриці сенсорів кисню (рис. 1). Матриця містить 64 сенсорні комірки 1 і являє собою багатоканальний пристрій із загальним анодним вузлом 2. Розмір елемента 1,5×1,5 мм [9] .

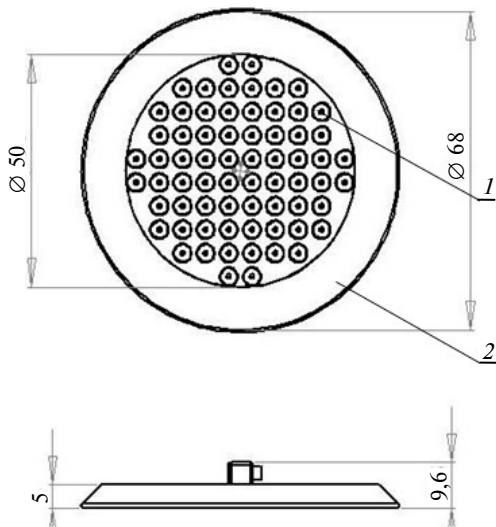


Рис. 1. Креслення багатоканальної растрової матриці

Для визначення оптимальної конфігурації джерел тепла розв'яжемо задачу по визначенню стаціонарного теплового поля в околі плоского теплового елемента, розташованого на границі розділу двох напівсередовищ (рис. 2). Надалі верхнє середовище імітує повітря, нижнє відповідає тканинам БО.

Обидва середовища будемо вважати фізично однорідними. Відповідно, їх коефіцієнти теплопровідності дорівнюють  $\kappa_e, \kappa_i$ .

Площинне джерело тепла має форму квадрату зі сторонами  $a$  (див. рис. 2). Воно виконане із провідного матеріалу і може розігріватися при пропусканні електричного струму. Така

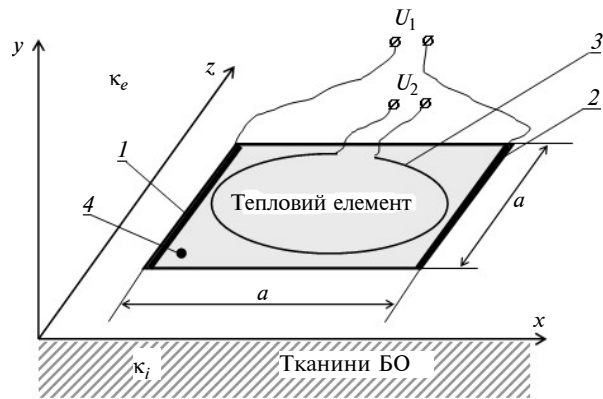


Рис. 2. Схематичне зображення комбінованого джерела тепла в околі сенсорів кисню: 1, 2 – електроди з високопровідного матеріалу; 3 – додаткове джерело тепла у вигляді кільцевого дроту; 4 – сенсорні комірки (див. рис. 1)

конструкція дає можливість отримати однорідний розподіл струмів та, відповідно, однорідну густину джерел тепла, якщо на двох протилежних сторонах квадрату розмістити електроди із високопровідного матеріалу.

При цьому густина однорідного струму в площинному джерелі визначатиметься так [12]:

$$\mathbf{j} = \frac{\mathbf{E}}{\rho} = \frac{\mathbf{e}_x U}{a\rho}, \tag{1}$$

де  $\mathbf{j}$  – об'ємна густина струму;  $\mathbf{E}$  – напруженість електричного поля у площинному провіднику;  $U$  – напруга між боковими електродами;  $\rho$  – питомий опір матеріалу площинного провідника;  $\mathbf{e}_i$  – орти системи координат.

Якщо у площинному провіднику розповсюджується однорідний електричний струм (1), то створену ним об'ємну густину джерел тепла можна подати у вигляді

$$q_1(\mathbf{r}) = Q_1 d \delta(z) \Theta\left(\frac{a}{2} - x\right) \Theta\left(\frac{a}{2} + x\right) \times \Theta\left(\frac{a}{2} - y\right) \Theta\left(\frac{a}{2} + y\right), \tag{2}$$

$$Q_1 = \mathbf{jE} = \frac{U^2}{a^2\rho},$$

де  $Q_1$  – кількість тепла, що генерується в одиниці об'єму струмопровідного шару;  $\delta(z)$  –  $\delta$ -функція Дірака, яка вказує на те, що джерело тепла розташоване в площині з координатою  $z = 0$ ;  $d$  – товщина провідного шару;  $\Theta(x)$  –

$\Theta$ -функція Хевісайда, яка відмінна від нуля і дорівнює одиниці при додатному визначенні аргумента.

Добуток із  $\Theta$ -функцій вказує на те, що джерела тепла сконцентровані у межах струмопровідного шару.

Рівняння, що визначає стаціонарний розподіл температури в неорідному середовищі з джерелами тепла, має такий вигляд:

$$\nabla(\kappa(\mathbf{r})\nabla T) = -q_1(\mathbf{r}), \quad (3)$$

де  $\kappa(\mathbf{r})$  – коефіцієнт теплопровідності середовища.

Оскільки середовище вважається кусково-неперервним, коефіцієнт теплопровідності можна подати як

$$\kappa(\mathbf{r}) = \kappa_i \Theta(z) + \kappa_e \Theta(-z). \quad (4)$$

Після підстановки виразів (2) і (4) у рівняння (3) отримуємо рівняння Лапласа для поля температури та граничні умови для нормальної складової потоків тепла:

$$\Delta T = 0, \quad (5)$$

$$\kappa_e \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=+0} - \kappa_i \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=-0} =$$

$$= -Q_1 d \Theta\left(\frac{a}{2} - x\right) \Theta\left(\frac{a}{2} + x\right) \Theta\left(\frac{a}{2} - y\right) \Theta\left(\frac{a}{2} + y\right),$$

де  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$  – оператор Лапласа.

Додаткова гранична умова полягає у рівності температури на границі розділу двох середовищ:  $T|_{z=+0} = T|_{z=-0}$ .

Неважко переконатися, що розв'язок крайової задачі (5), який задовольняє зазначені граничні умови, має вигляд

$$T(\mathbf{r}) = T_0 + \delta T_1(\mathbf{r}),$$

$$\delta T_1(\mathbf{r}) = t_1 \int_{-1/2}^{1/2} d\xi \times$$

$$\times \int_{-1/2}^{1/2} d\eta \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{x}{a} - \xi\right)^2 + \left(\frac{y}{a} - \eta\right)^2 + \left(\frac{z}{a}\right)^2}}, \quad (6)$$

$$t_1 = \frac{Q_1 d a}{2\pi(\kappa_e + \kappa_i)},$$

де  $T_0$  – деяка константа, яка визначає загальний рівень температури середовища.

Другий доданок  $\delta T_1(\mathbf{r})$  якраз визначає вплив площинного джерела тепла на розподіл температури. Величина  $t_1$  розглядається як характерна величина температури розігріву ділянки поверхні БО. Параметри системи повинні підбиратися таким чином, щоб величина  $t_1$  могла регулюватися у межах кількох градусів Цельсія.

Якщо обмежитися визначенням температури поверхні БО, то при  $z = 0$  вираз (6) інтегрується у елементарних функціях і дає

$$\begin{aligned} \delta T_1(x, y) = t_1 & \left\{ \left( \frac{1}{2} - \frac{y}{a} \right) \times \right. \\ & \times \ln \left[ \frac{\left( \frac{1}{2} - \frac{x}{a} \right) + \sqrt{\left( \frac{1}{2} - \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} - \frac{y}{a} \right)^2}}{-\left( \frac{1}{2} + \frac{x}{a} \right) + \sqrt{\left( \frac{1}{2} + \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} - \frac{y}{a} \right)^2}} \right] - \\ & - \left( \frac{1}{2} + \frac{y}{a} \right) \ln \left[ \frac{\left( \frac{1}{2} - \frac{x}{a} \right) + \sqrt{\left( \frac{1}{2} - \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} + \frac{y}{a} \right)^2}}{-\left( \frac{1}{2} + \frac{x}{a} \right) + \sqrt{\left( \frac{1}{2} + \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} + \frac{y}{a} \right)^2}} \right] + \\ & + \left( \frac{1}{2} - \frac{x}{a} \right) \ln \left[ \frac{\left( \frac{1}{2} - \frac{y}{a} \right) + \sqrt{\left( \frac{1}{2} - \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} - \frac{y}{a} \right)^2}}{-\left( \frac{1}{2} + \frac{y}{a} \right) + \sqrt{\left( \frac{1}{2} - \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} + \frac{y}{a} \right)^2}} \right] - \\ & \left. - \left( \frac{1}{2} + \frac{x}{a} \right) \ln \left[ \frac{\left( \frac{1}{2} - \frac{y}{a} \right) + \sqrt{\left( \frac{1}{2} + \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} - \frac{y}{a} \right)^2}}{-\left( \frac{1}{2} + \frac{y}{a} \right) + \sqrt{\left( \frac{1}{2} + \frac{x}{a} \right)^2 + \left( \frac{1}{2} + \frac{y}{a} \right)^2}} \right] \right\}. \quad (7) \end{aligned}$$

На рис. 3 наведено графік залежності  $\delta T_1(x, y)$  поверхні БО, взятий вздовж осі  $Ox$ . Із рисунку випливає, що температура ділянки, де планується розташувати сенсори кисню в разі роботи лише площинного нагрівача, є дуже неоднорідною.

Щоб уникнути цієї негативної обставини, можна було б, наприклад, промодулювати струмопровідний шар по товщині і зробити джерело тепла неоднорідним. Проте це нетехнологічно. Тому авторами статті запропоноване

використання додаткового кільцеподібного джерела тепла, розміщеного зверху струмопровідного шару (див. рис. 2).

Таке джерело впливатиме на розподіл температурного поля, яке визначатиметься тим самим рівнянням (3), проте, джерело тепла буде задаватися такою формулою:

$$q_2(\mathbf{r}) = Q_2 S \delta\left(r - \frac{a}{2}\right) \delta(z - z_0) \left(\frac{a}{2}\right) d\varphi, \quad (8)$$

$$Q_2 = \frac{U^2}{\pi R a S},$$

де  $U, R$  – падіння напруги та загальний опір кільцевого провідника відповідно;  $S$  – площа перетину провідника;  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $\varphi$  – кутова змінна циліндричної системи координат;  $z_0$  – відстань від площини кільцевого провідника та поверхнею БО.

Якщо площина кільцевого провідника розташована від поверхневого шару на невеликій відстані  $z_0 \ll a$ , то зміна температури, пов'язана з протіканням струму, наближено буде задаватися залежністю

$$\delta T_2(x, y, z) = t_2 \times \int_0^\pi \frac{d\varphi}{\sqrt{1 + \left(\frac{2r}{a}\right)^2 - \left(\frac{4r}{a}\right) \cos \varphi + 4(z - z_0)^2}}, \quad (9)$$

$$t_2 = \frac{Q_2 S}{\pi(\kappa_e + \kappa_i)}, \quad r = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

На самій поверхні БО, якщо знехтувати величиною  $\frac{4z_0^2}{a^2} \ll 1$ , вираз (9) запишеться, як

$$\delta T_2(x, y) = 4t_2 K\left(\frac{2r}{a}\right), \quad (10)$$

де  $K(r)$  – повний еліптичний інтеграл.

Користуватися виразом (10) можна в тій області, де  $a - 2r \gg z_0$ . В самій точці  $r = \frac{a}{2}$  має місце логарифмічна особливість, що має

$$\text{порядок} \sim \ln \left( \frac{S + z_0^2}{\frac{a^2}{4}} \right).$$

На рис. 3 показано внесок лінійного колоподібного джерела тепла  $\delta T_2$  та результат комбінованої роботи двох зазначених джерел тепла  $\delta T = \delta T_1 + \delta T_2$ , де центральна область характеризується майже однорідним розподілом температури.

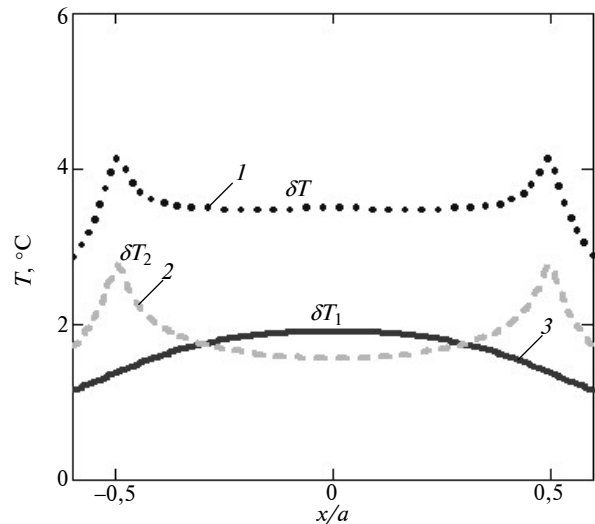


Рис. 3. Локальне підвищення температури поверхні БО в місці розташування нагрівачів:  $\delta T_1$  – внесок від площинного джерела при  $t_1 = 0,65$  °C;  $\delta T_2$  – внесок від нагрівання колового провідника при  $t_2 = 0,5$  °C;  $\delta T$  – результуючий показник підвищення температури, в середині ділянки область з майже однорідним розподілом температури; 1 –  $g(x)$ ; 2 –  $K(x)$ ; 3 –  $F(x, 0)$

Таким чином, показано, що підбираючи відповідну геометрію системи, провідність матеріалів та напругу на нагрівних елементах, можна досягти достатньо однорідного розподілу температури в зоні розташування матриці сенсорів кисню, що дасть можливість одержувати достовірну інформацію *in vivo* про розподіл  $pO_2$  з поверхні ШП людини, більш повно оцінювати його функціональний стан, в динаміці контролювати вплив можливих лікувальних заходів, а також виявляти раптові зміни цього параметра в проміжках між узяттями проб крові, що особливо важливо в неонатологічній і педіатричній практиці інтенсивної терапії.

### Висновки

Запропоновано фізико-математичну модель просторового розподілу джерел тепла для багатоканальної матриці сенсорів кисню, що забезпечує однорідну температуру поверхні шкірного покриву в досліджуваній області.

Отримано аналітичні залежності температурного поля від геометричних та енергетичних характеристик теплових джерел.

Використання багатоканальних растрових матриць як первинного чутливого елемента медичних газоаналізаторів надасть можливість у динаміці одержувати інформацію про розподіл парціального тиску кисню з поверхні шкірного покриву із подальшою її обробкою, спостерігати кисневий портрет організму людини і більш повно оцінювати його функціональний стан.

У подальшому, з удосконаленням технологій виготовлення таких матриць, можливе створення “розумного” одягу для працівників

екстремальних професій, біомедичних наукових досліджень, а також для цілодобового моніторингу функціонального стану пацієнтів.

Одержані результати в перспективі знайдуть застосування у подальшому розвитку наукового напрямку з розроблення і вдосконалення неінвазивних методів дослідження функціонального стану організму людини та створення діагностичних засобів нового покоління з розширеними інформаційними можливостями іншого типу та призначення, наприклад, багатofункціональних систем контролю парціального тиску вуглекислого газу й водневого показника.

### Список літератури

1. *Березовский В.А.* Напряжение кислорода в тканях животных и человека. – К.: Наук. думка, 1975. – 280 с.
2. *Патент UA №58119, A61B5/146.* Транскутанний електрохімічний датчик парціального тиску кисню в крові / Афанасьєва В.П., Мошківська Н.М., Ройтман Ю.М., Осауленко В.А. – Заявл. 04.10.2002; Опубл. 15.07.2003, Бюл. № 7.
3. *C.D. Jhonson and D.W. Paul,* “In situ calibrated oxygen electrode”, *Sensors and actuators B.*, vol. 105, no. 2, pp. 322–328, 2005.
4. *M. Wittkamp et al.,* “Silicon thin film sensor for measurement of dissolved oxygen”, *Ibid*, vol. 43, no. 1-3, pp. 40–44, 1997.
5. *C.-C. Wu et al.,* “Fabrication of miniature Clark oxygen sensor integrated with microstructure”, *Ibid*, vol. 110, pp. 342–349, 2005.
6. *Лежнев Э.И., Попов И.И., Лавровская В.П.* Коррекция погрешности автопотребления кислородного электрода Кларка // *Научн. приборост.* – 2008. – **18**, № 1. – С. 76–81.
7. *Каталог* медичної продукції за 2009 рік. – Режим доступу: <http://www.rosmed.ru/>
8. *Рекламні проспекти 2010.* – Режим доступу: <http://www.basko.spb.ru>
9. *Котовский В.И., Довженко А.П., Рой В.В.* Особенности разработки транскутанной сенсорной ячейки для задач многоканальной кислородометрии // *Электроника и связь. Темат. вып. Электрон. и нанотехн.* – 2009. – **2**, № 4-5. – С. 236–240.
10. *Котовський В.Й., Осауленко В.Л.* Розробка пристрою для дослідження газообмінних процесів біологічних об'єктів // *Вісник НТУУ “КПІ”. Сер. Приладобуд.* – 2010. – Вип. 39. – С. 149–156.
11. *Котовський В.Й.* Визначення характеру нестабільності сенсорів кисню // *Актуальные вопр. теорет. и прикл. биофиз., физ. и хим.: VI научно-техн. конф., БФФХ–2010: тез. докл.* – Севастополь, 2010. – **2**. – С. 215–217.
12. *Владимиров В.С.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1988. – 512 с.

Рекомендована Радою  
Фізико-технічного інституту  
НТУУ “КПІ”

Надійшла до редакції  
24 липня 2014 року