УДК 514.1+744

ГРАФОАНАЛІТИЧНЕ ФОРМОУТВОРЕННЯ ОБРИСІВ ДЕЯКИХ ФОРМ ЖИВОЇ ПРИРОДИ

О.С. Вернидуб.
Кременчуцький університет економіки, інформаційних технологій і управління.

In the articles executed an analytical ground of construction of outlines of forms of wild-life and research is on the basis of geometrical triad.

Keywords: *geometrical triad, outlines, curves of Steiner, wandering center of transformation, egg of turkey, approximation, three-lobe роза, direct-double sheet, single direct sheet, oval of Myunger, triad determinant.*

Вступ

Сучасне будівельне мистецтво й архітектура швидко розвиваються. Нові матеріали, конструкції і методи робіт до появи нових форм і архітектурних ідей. Одним із джерел цих ідей і конструктивних форм є жива природа.

Зодчі вже багато віків вивчають «архітектуру» живої природи і прагнуть перейняти у природи методи й принципи конструювання.

Будівельними принципами природи в свій час інтересувалися Демокрит і Галілео Галілей, Роберт Гут і К.А. Тімірязєв, зодчі Ф.Л. Райт і І.В. Жолтовський. Видатний архітектор епохи Відродження Леон Баттиста Альберті писав у трактi «10 книг об архитектуре», що «здание как бы живое существо, создавая которое следует подражать живой природе».

В промові у Казанському університеті Н.І. Лобачевський сказав: «Оставьте… трудиться напрасно, стараясь извлечь из одного разума всю мудрость; спрашивайте природу, она хранит все истины, и на вопросы ваши будет отвечать вам непременно и удовлетворительно» [4].

Будівельна наука й архітектура переймають у природи не тільки конструктивні ідеї, але і форму. Для того, щоб визначити форму того чи того представника живого світу, необхідно скористатися прикладною геометрією. Таким чином прикладна геометрія може служити посередником між живою природою і архітектурою.

Жива природа представляє собою в основному складні системи, які важко визначаються математично при значному рівні математичних методів обчислень. Однак, є, по-перше, такі області живої природи, в яких форми організмів відрізняються надзвичайно правильними геометричними закономірностями, що піддаються визначенню. По-друге, можна знайти засоби узагальнення складних форм, схематизувати їх.

Треба відмітити, що оболонки живої природи відрізняються перш за все своєю естетичністю, міцністю зв’язаною з функціональною доцільністю [4].

Ось чому підводні човни все більше й більше приймають обриси дельфінів, а літаки – форму птахів. В архітектурі оболонок-покриттів представляє значний інтерес геометричне дослідження органічних форм, що мають виражену тонку оболонку (квіти, пташині яйця, черепашки молюсків, надкрила комах, панцирі черепах, шкарлупа горіхів) [1; 2; 3; 5].

В роботі [2] запропонована механізація креслення деяких форм живої природи, але визначник цих обрисів не узагальнений і не має аналітичної інтерпретації, що унеможливлює автоматизацію цих побудов.

Метою статті є узагальнення тріадного визначника сімейства обрисів форм живої природи і його аналітична інтерпретація.

© Вернидуб О.С., 2013.

Основна частина

Розглянемо визначник сімейства кривих ліній, які нагадують обриси форм живої природи. Він складається з центрів S_1 (завжди перпендикулярний пучку проеціючих променів S_2), S_2, S_3 і осі перетворення q_2, що має рівняння $y_2 = b$ (рис. 1).

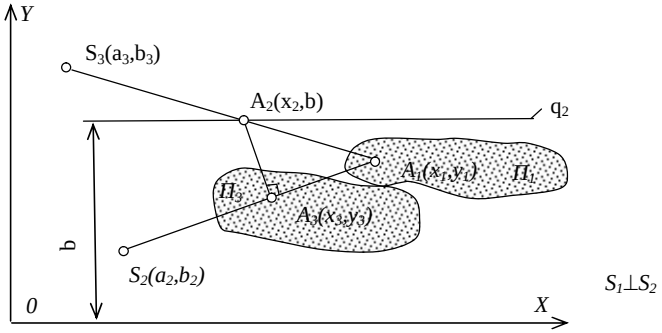

Рис. 1.

Ця вісь розташована паралельно координатній осі Ox, на відстані від неї рівному $|b|$, вище осі Ox, якщо b – число додатнє, й нижче осі, якщо b – число від'ємне.

Виконавши проеціювання і перерізи в аналітичній формі, одержуємо наступну залежність між координатами перетворюваної точки $A_1(x_1, y_1)$ поля Π_1 і перетвореною точкою $A_3(x_3, y_3)$ поля Π_3 (рис. 1).

$$x_3 = \frac{(x_1 - a_2)^2 \cdot [(a_3 - x_1) \cdot b - a_3 y_1 + b_3 x_1] - (b_3 - y_1)(b_2 - y_1)[(x_1 - a_2) \cdot b - a_2 y_1 + b_2 x_1]}{(b_3 - y_1)[(b_2 - y_1)^2 + (x_1 - a_2)^2]}$$

, (1)

$$y_3 = \frac{(b_2 - y_1)(b - x_1 + a_2)[(a_3 - x_1) \cdot b - a_3 y_1 + b_3 x_1] - (b_3 - y_1)^2[(x_1 - a_2)(a_2 y_1 - b_2 x_1)]}{(b_3 - y_1)[(b_2 - y_1)^2 + (x_1 - a_2)^2]}.$$

(2)

Якщо піддамо перетворенню (1; 2) коло $(x - m)^2 + (y - n)^2 = R_1^2$, то після аналітичної обробки одержимо рівняння сімейства кривих ліній, одна з яких зображена на рис. 2. Вона нагадує дзьоб птаха.

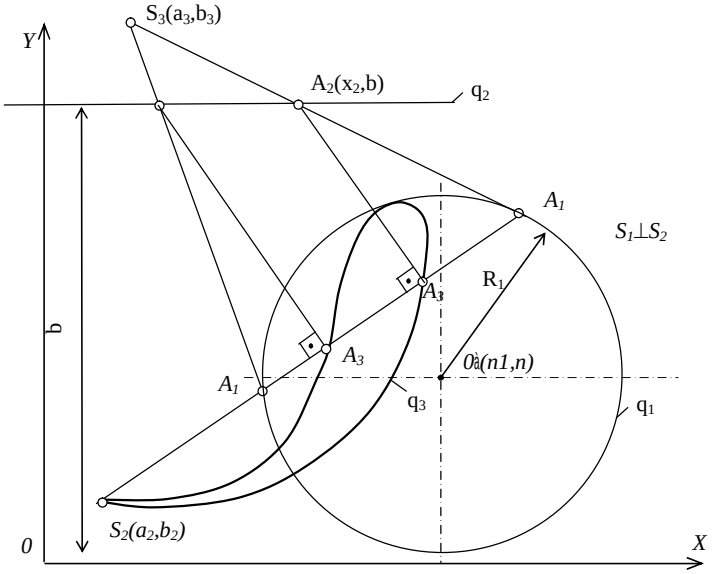

Рис. 2.

В даному випадку форма кривої залежить від параметрів перетворення a_2, b_2, a_3, b_3, m і n. Автор сподівається, що допитливі дизайнери виконають дослідження цього сімейства кривих ліній.

Спростимо залежності (1; 2) між точками A_1 і A_3. Хай вісь перетворення q_2 залишається паралельною координатній осі Ox. Її рівняння $y = b$, а центр S_3 є невластивою точкою осі Oy $(S_3\ \infty)$. У такому випадку пучок прямих цього центру стане паралельним осі Oy (рис. 3)

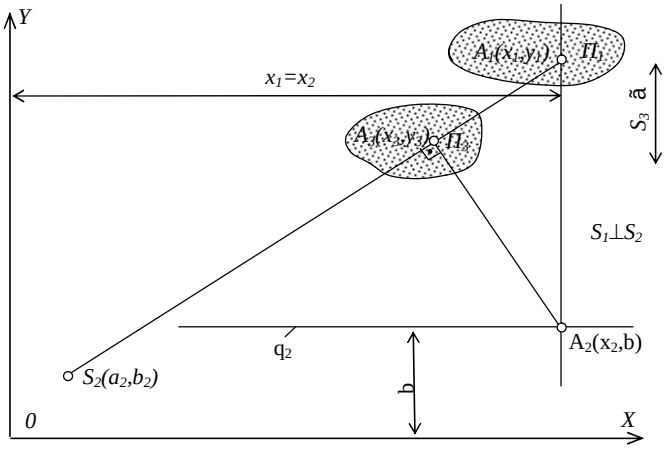

Рис. 3.

У цьому випадку рівняння (1; 2) значно спрощуються і приймають вигляд:

$$x_3 = \frac{(x_1 - a_2)^2 \cdot x_2 - (x_1 - a_2)(b_2 - y_1)b + (b_2 - y_1)(a_2 y_1 - b_2 x_1)}{(b_2 - y_1)^2 + (x_1 - a_2)^2}, \tag{3}$$

$$y_3 = \frac{(y_1 - b_2) \cdot b - (b_2 - y_1)(x_1 - a_2) \cdot x_2 - (x_1 - a_2)(a_2 y_1 - b_2 x_1)}{(b_2 - y_1)^2 + (x_1 - a_2)^2}, \tag{4}$$

де $x_2 = x_1$.

Піддавши перетворенню (3; 4) коло $(x - m)^2 + (y - n)^2 = R_1^2$, одержимо рівняння сімейства несиметричних кривих ліній, одна з яких зображена на рис. 4.

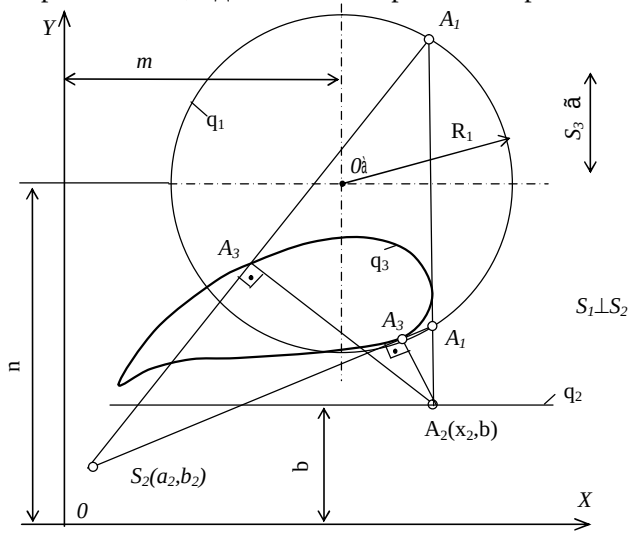

Рис. 4.

Рівняння цієї кривої наступне:

$$\{(x_1-a_2)^2\cdot x_2-(x_1-a_2)(b_2-y_1)b+(b_2-y_1)(a_2y_1-b_2x_1)-m[(b_2-y_1)^2+(x_1-a_2)^2]\}^2+$$

$$+\{(a_2-x_1)(a_2y_1-b_2x_1)-(b_2-y_1)b-(b_2-y_1)(x_1-a_2)x_2-n[(b_2-y_1)^2+(x_1-a_2)^2]\}^2-$$

$$-R_1^2[(b_2-y_1)^2+(x_1-a_2)^2]^2=0 \quad . \qquad (5)$$

Виконаємо дослідження цього рівняння.

Хай у рівнянні (5) $a_2=0$, $m=0$ і $n=0$ і, прийнявши до уваги, що $x_1=x_2$ (рис. 3). Одержимо значно простіше рівняння сімейства симетричних відносно осі Oy деяких обрисів форм живої природи:

$$[x^3-(b-y)(b-b_2)x]^2+[b_2x^2-(b_2-y)(b-x^2)]^2-R_1^2[(b_2-y)^2+x^2]^2=0. \qquad (6)$$

Якщо в (6) $b_2=R_1$, то рівняння опише першу групу кривих, яка включає криві Штейнера:

– пряму трипелюсткову розу з одною вертикальною укороченою пелюсткою при умові $1\frac{1}{2}R_1>b>R_1$ (рис. 5);

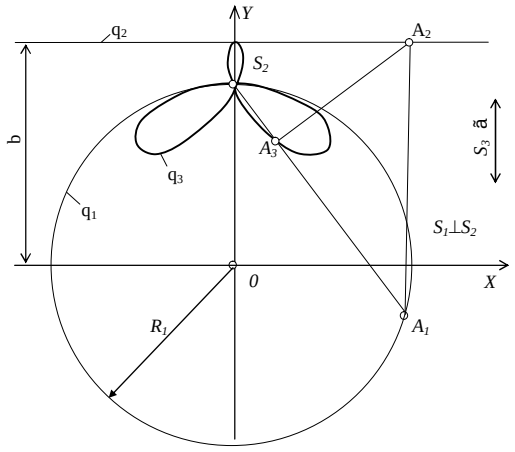

Рис. 5.

– трипелюсткову розу при умові, коли $b=1\frac{1}{2}R_1$ (рис. 6);

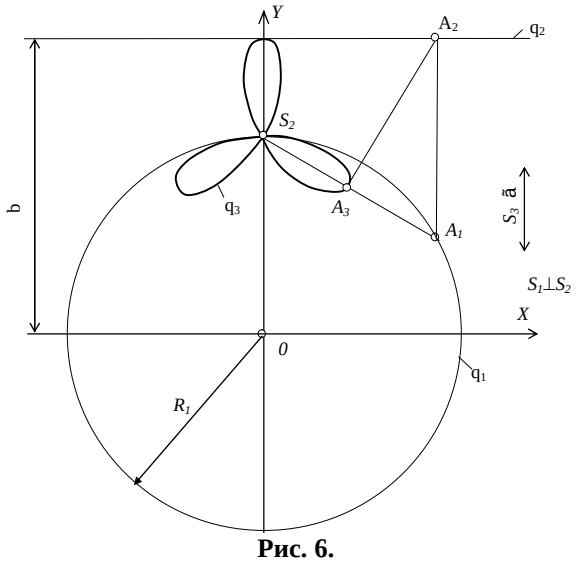

Рис. 6.

– потрійний лист з двома укороченими пелюстками, симетричними відносно вертикальної осі, якщо $1\frac{1}{2}R_1>b>4R_1$ (рис. 7);

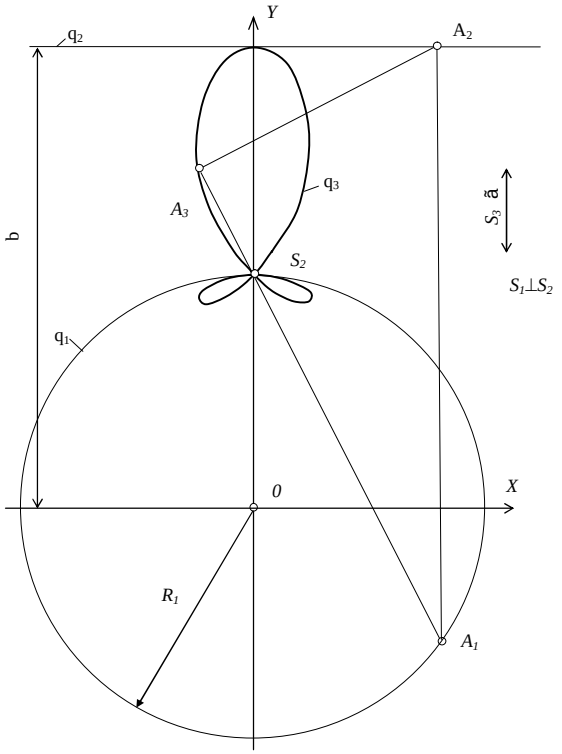

Рис. 7.

– одиночний лист, якщо $b = 4R_1$ (рис. 8);

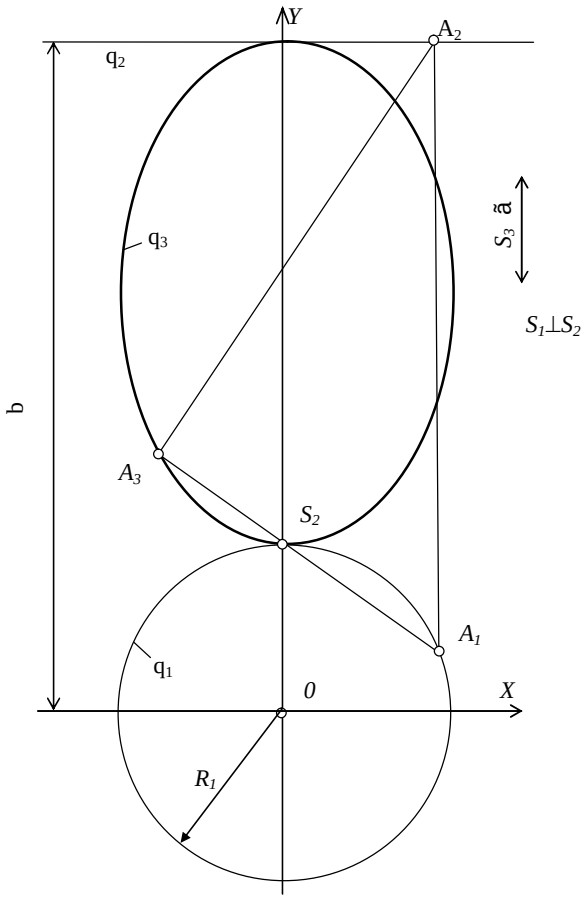

Рис. 8.

– подвійний лист при умові $b_2 = b = R_1$ (рис. 9).

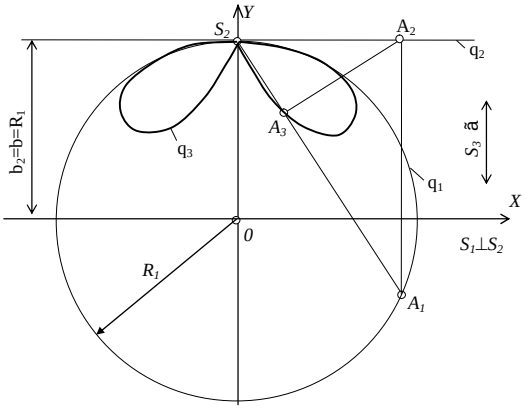

Рис. 9.

Другу групу кривих одержимо при умові, що в (6) $b = 0$, $0 < b_2 \le R_1$. При $b = 0$ і $b_2 = R_1$ крива лінія q_3 нагадує личинку живої істоти (рис. 10), а при $b = 0$ і $R_1 > b_2 > 0$ крива нагадує літаючу істоту або личинку деяких комах (рис. 11).

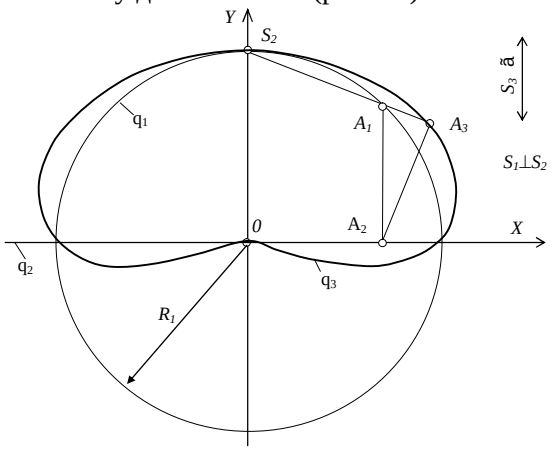

Рис. 10.

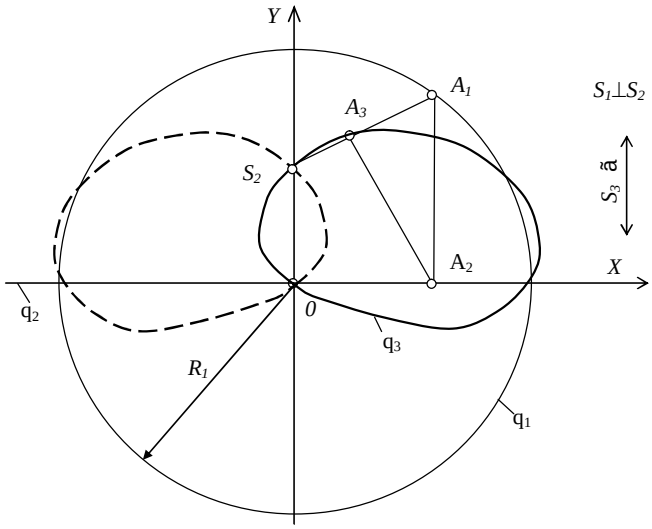

Рис. 11.

І, врешті решт, третю групу кривих одержимо, якщо в рівнянні (5) $b = b_2 = 0$. На рис. 12…15 зображені обриси q_3 цього сімейства – сімейства овалів Мюнгера, що описується загальним рівнянням шостої степені:

$$(x^2 + y^2)^3 - 2ax^3(x^2 - y^2) + (a^2 - R_1^2)x^4 = 0. \quad (7)$$

При цьому треба дотримуватися умови $0 < a < R_1$. Якщо $a = R\,1/4$, одержимо криву q_3, яка апроксимує з досить високою точністю обрис яйця курки (рис. 12).

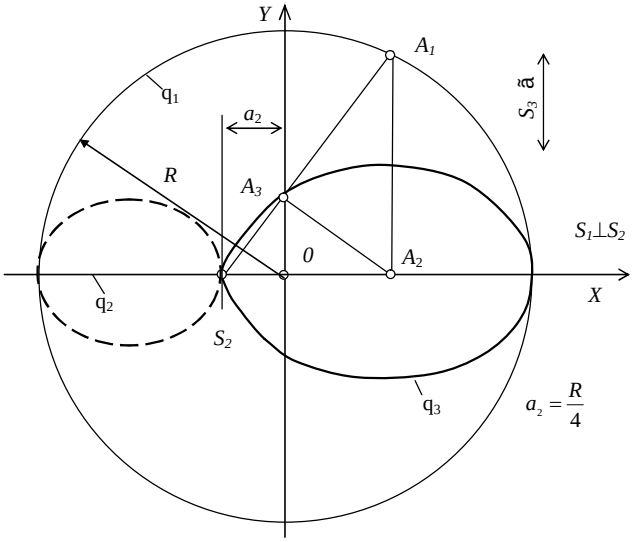

Рис. 12.

Коли в (7) $a = 0$ маємо овал Мюнгера (рис. 13) з рівнянням

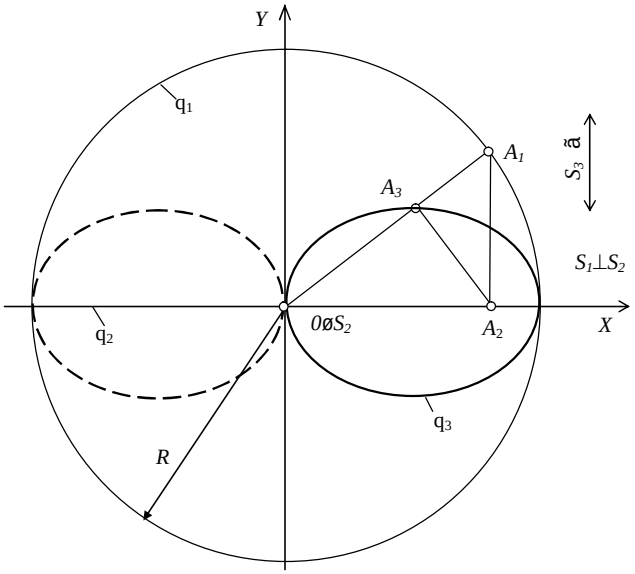

Рис. 13.

$$(x^2 + y^2)^3 - R_1^2 x^4 = 0. \quad (8)$$

Якщо $a = R_1$ маємо криву, рівняння якої має вигляд (рис. 14):

$$(x^2 + y^2)^3 - 2R_1 x^3(x^2 - y^2) = 0. \quad (9)$$

При $a > R_1$ одержимо криву q_3, симетричну відносно осі перетворення q_2, половина якої (верхня частина) нагадує апроксимований обрис сидячого їжака (рис. 15).

Висновки:

1. Запропоновано єдиний тріадний визначник і єдиний алгоритм графоаналітичного формоутворення обрисів форм живої природи.

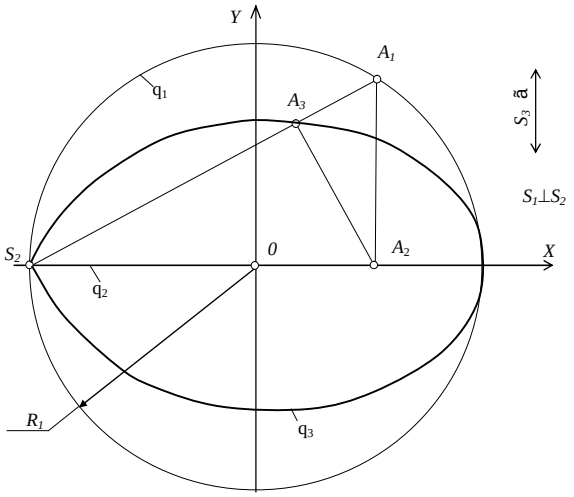

Рис. 14.

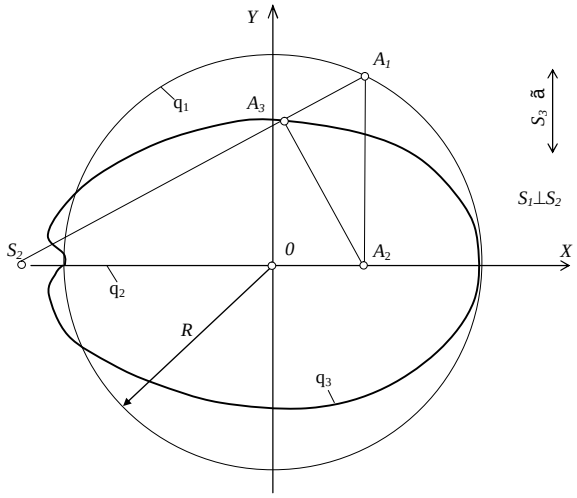

Рис. 15.

2. Виконано графоаналітичне дослідження трьох груп кривих, які можна успішно використовувати для апроксимації багатьох обрисів форм живої природи.

3. З метою автоматизації процесу апроксимації обрисів живих істот виконано їх аналітичний опис.

ЛІТЕРАТУРА:

1. Андреев, К. О геометрическом образовании плоских кривых / К. Андреев. – Х. : В университетской типографии, 1875. – 76 с.

2. Прибор для вычерчивания обводов некоторых форм живой природы : А.с. 680919 М. Кл.^{2} В 43 L 11/00 / А. С. Вернидуб. – № 2109734/28-12. – Заявл. 03.03.75; опубл. 25.08.79. – Бюл. № 31.

3. Борисовский, Г. Наука. Техника. Искусство / Г. Борисовский. – М. : Наука, 1969.

4. Лобачевский, Н. И. О важнейших приметах воспитания / Н. И. Лобачевский. – М., Л. : Гостехиздат, 1951. – (Полн. собр. соч. / Н. Лобачевский; т. 4).

5. Михайленко, В. Е. Формообразование оболочек в архитектуре / В. Е. Михайленко, В. С. Обухова, А. Л. Подгорный – К. : Будівельник, 1972. – 205 с.

Отримано редакцією 20.02.2013 р.

Вернидуб Олексій Степанович, кандидат технічних наук, доцент кафедри дизайну.
Кременчуцький університет економіки, інформаційних технологій і управління.