

---

# ***Енергетика, контроль та діагностика об'єктів нафтогазового комплексу***

---

УДК 621.313:622.276

## **АНАЛІЗ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАНУРНОГО ЕЛЕКТРОПРИВОДА**

*А.О. Семенцова, К.С. Годлевська, В.О. Дрислюк*

*ІФНТУНГ, 76019, м. Івано-Франківськ, вул. Карпатська, 15, тел. (0342) 727167,  
e-mail: kafatp@ukr.net*

*Досліджено динамічні характеристики занурного електропривода експериментально-аналітичним методом, що дало змогу визначити функцію передачі занурного електродвигуна і функцію передачі струмопідводу. Визначено також автокореляційну функцію вхідного сигналу  $x(z)$  вихідним  $y$ , що дає змогу використати їх у моделі випадкового процесу в системі керування занурним відцентровим насосом.*

*Ключові слова: динамічні оцінки, занурний електропривод, флуктуації, функція передачі.*

*Исследованы динамические характеристики погружного электропривода экспериментально-аналитическим методом, что позволило определить функцию передачи погружного электродвигателя и функцию передачи токоподвода. Определена также автокорреляционная функция входного сигнала  $x(z)$  выходным  $y$ , что позволяет использовать их в модели случайного процесса в системе управления погружным центробежным насосом.*

*Ключевые слова: динамические оценки, погружной электропривод, флуктуации, функция передачи.*

*It was investigated dynamic characteristics of submersible electric drive with the experimental-analytical method, which has allowed to determine the transfer function of a submersible electric drive and transfer function of a shunt. Autocorrelation function of input signal  $x(z)$  output  $y$  was determined, which has allowed to use it in random process model in control system of submersible centrifugal pumping equipment.*

*Keywords: dynamic evaluation, fluctuation, submersible electric drive, transfer function.*

**Вступ.** У зв'язку з постійним зростанням цін на енергоносії питання модернізації технологічного обладнання та засобів контролю і керування наразі є дуже актуальним для нафтогазовидобувної галузі промисловості України загалом і зокрема для буріння свердловин та видобування вуглеводнів з використанням занурних електроприводів. Одним із шляхів вирішення цієї проблеми є регулювання частоти серійних занурних асинхронних двигунів відцентрових насосів, які працюють в сильно обводнених нафтових свердловинах [1], і електробурів [2].

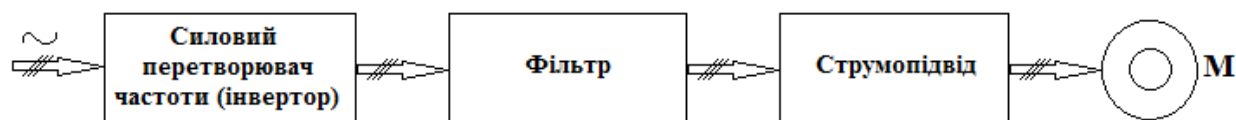
Сьогодні у цілому світі широко реалізується частотний спосіб керування асинхронними електродвигунами, який розглядається не тільки з точки зору економії споживаної енергії, але й з позиції удосконалення керування технологічними процесами. В промислово розвинених країнах технологія застосування частотних

регуляторів швидкості використовується понад 30 років [3].

Впродовж цього періоду часу закладались наукові і методичні основи, розроблялись і удосконалювались технічні засоби керування електроприводом, удосконалювались технологічні процеси і обладнання; накопичено суттєвий досвід прийняття технічних рішень під час створення систем, що застосовують цей метод регулювання.

Шляхом зміни швидкості обертання електродвигуна за допомогою частотних регуляторів можна змінювати продуктивність технологічного обладнання з асинхронним приводом.

Слід відзначити, що технічні можливості частотних регуляторів швидкості дозволяють змінювати швидкість обертання електродвигуна в межах від 0 до 8 номіналів [3], що перевищує конструктивні можливості двигунів загальнопромислового призначення.



M – занурний електродвигун відцентрового насоса (або електробура)

Рисунок 1 – Структура системи “силовий перетворювач частоти (інвертор) – занурний електродвигун”

В нашому випадку глибина регулювання продуктивності відцентрових насосів визначається їх конструктивними характеристиками і запасом по напору при зниженні швидкості обертання та межею кавітації при їх збільшенні.

Використання частотних регуляторів швидкості дає змогу економити електроенергію за рахунок [3]:

- прямого зниження споживання енергії, оскільки при зниженні швидкості обертання двигуна витрата електроенергії суттєво зменшується;

- використання режиму енергоощадності під час програмування частотного регулятора швидкості, який дозволяє отримати додаткову економію;

- зведення майже до нуля споживчої реактивної потужності.

Відзначимо, що теристорні перетворювачі частоти вітчизняного виробництва мають діапазон регулювання від 5 до 80 Гц, що є достатнім для регулювання швидкості обертання занурних електродвигунів відцентрових насосів.

Для вирішення технологічних задач видобування нафти необхідно регулювати частоту і швидкість обертання насоса як в бік зменшення, так і в бік збільшення від основної частоти 50 Гц. У зв'язку з цим важливо виявити діапазон регулювання частоти для серійних відцентрових насосів. Очевидно, що верхня межа регулювання визначається міцністю занурного обладнання. У США вона обмежена частотою 66÷90 Гц (3960÷5400<sup>об/хв</sup>) [1], в країнах СНД – 70 Гц (4200<sup>об/хв</sup>) або 100 Гц (6000<sup>об/хв</sup>). Дослідженнями, проведеними авторами роботи [1], доведено, що міцність занурних агрегатів забезпечує їх роботу без зносу за стабільним живленням підвищеної частоти в діапазоні від 50 до 60 Гц (3000÷3600<sup>об/хв</sup>), а в короткочасних режимах роботи (до 10 хвилин) – при частоті 70 Гц (4200<sup>об/хв</sup>).

Нижня межа регулювання частоти занурних приводів відцентрових насосів залежить від мінімально необхідного напору. Для пускових режимів ця межа залежить, головним чином, від початкового моменту опору на валі занурного насоса, який визначається в'язкістю рідини в свердловині. На практиці це питання вирішується методом проб.

Аналіз літературних джерел [1,4,5,6 та ін.] свідчить, що в процесі розробки частотно регульованих електроприводів дослідники використовують все більш сучасні методи і засоби побудови алгоритмів керування периферійними пристроями, але ключова стадія фільтрації вищих гармонік струму і напруги, що генеруються силовими перетворювачами, як правило,

покладається на додаткові фільтруючі пристрої – електричні фільтри.

Проте, крім питань покращення форми кривих струму або напруги окремо на вході і виході електроприводів, потребують додаткових досліджень питання оцінки можливого впливу на динамічні характеристики занурного електропривода фільтра, що приєднаний до виходу інвертора і входу струмопідводу, довжиною у декілька тисяч метрів, що розташовані між фільтром і занурним електродвигуном. Ці питання у такій постановці в нафтогазовій промисловості ще не вирішені.

**Постановка завдання.** Метою даної роботи є дослідження динамічних характеристик занурного електропривода з урахуванням властивостей фільтра і струмопідводу в системі “силовий перетворювач частоти (інвертор) – занурний електродвигун”.

**Результати.** Розглянемо динамічні характеристики частотно-регульованого занурного електропривода в складі системи “силовий перетворювач частоти (інвертор) – занурний електродвигун”, яка наведена на рис. 1.

Наявність фільтра як динамічної ланки в структурі, що розглядається, веде до зміни таких показників занурного електродвигуна, як пусковий і критичний моменти, оскільки послідовно з обмоткою статора електродвигуна увімкнено додатково індуктивність і ємність.

Як узагальнену координату двигуна виберемо кутову швидкість обертання ротора  $\omega$ . Тоді основне рівняння динаміки занурного електропривода запишемо у такому вигляді [7,8]:

$$M_g - M_{OP} = I_g \frac{dn}{dt}, \quad (1)$$

де  $M_g$  – крутний момент на валі занурного двигуна;

$M_{OP}$  – момент опору, приведений до вала занурного двигуна;

$I_g$  – момент інерції електропривода, приведений до вала занурного двигуна.

Крутний момент  $M_g$  залежить від кутової швидкості обертання ротора занурного двигуна  $\omega$  і від напруги живлення  $U$ , яка підводиться до обмотки статора

$$M_g = M_g(U, n). \quad (2)$$

Момент опору  $M_{OP}$ , що приведений до вала занурного двигуна, залежить від кутової швидкості обертання ротора двигуна і може бути представлений у такому вигляді:

$$M_{оп} = M_{оп}(n). \quad (3)$$

З урахуванням (2), (3), рівняння динаміки занурного електропривода набуває такого вигляду:

$$M_g(U, n) - M_{оп}(n) = I \frac{dn}{dt}. \quad (4)$$

Рівняння (4) є нелінійним, оскільки  $M_g(U, n)$  і  $M_{оп}(n)$  є нелінійними функціями  $U$  і  $\omega$ .

Дійсно, найкращий результат дає інтерполяція механічної характеристики двигуна

$M_g = f(n)|_{U=\text{const}}$ , моделлю з кількістю вузлів 9 [9]:

$$M_g = a + b \cos(cn + d). \quad (5)$$

Що стосується моделі  $M_{оп}(n)$ , то для відцентрових насосів і для бурових доліт, вона визначається нелінійною моделлю Degree Polynomial Fit не нижче 3 порядку і забезпечує відносну похибку інтерполяції < 2%.

Враховуючи нелінійність залежностей  $M_g(U, n)$  і  $M_{оп}(n)$ , лінеаризуємо їх за Тейлором у відносно невеликому діапазоні зміни кутової швидкості  $\omega$ , в межах робочої ділянки механічної характеристики в точці  $O$ , коли має місце усталений режим роботи занурного привода [8]:  $(M_g)_O = (M_{оп})_O$ :

$$\begin{aligned} M_g &= (M_g)_O + \left(\frac{\partial M_g}{\partial U}\right)_O \Delta U + \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 M_g}{\partial U^2}\right)_O \Delta U^2 + \dots + \left(\frac{\partial M_g}{\partial n}\right)_O \Delta n_g + \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 M_g}{\partial n^2}\right)_O \Delta n^2 + \dots; \\ M_{оп} &= (M_{оп})_O + \left(\frac{\partial M_{оп}}{\partial n}\right)_O \Delta n_g + \\ &+ \frac{1}{2} \left(\frac{\partial^2 M_{оп}}{\partial n^2}\right)_O \Delta n^2 + \dots, \end{aligned} \quad (7)$$

де  $(M_{оп})_O$  – момент опору на валі занурного електродвигуна при кутовій швидкості обертання  $(n)_O$ .

Обмежимося розглядом лише лінійних складових рівнянь (6), (7) і підставимо їх в рівняння (1):

$$\begin{aligned} (M_g)_O + \left(\frac{\partial M_g}{\partial U}\right)_O \Delta U + \left(\frac{\partial M_g}{\partial n}\right)_O \Delta n - \\ - (M_{оп})_O + \left(\frac{\partial M_{оп}}{\partial n}\right)_O \Delta n = I_g \frac{d\Delta n_g}{dt}. \end{aligned} \quad (8)$$

Враховуючи, що  $(M_g)_O = (M_{оп})_O$ , рівняння (8) перетворимо до такого вигляду:

$$\begin{aligned} I_g \frac{d\Delta n_g}{dt} + \left[ \left(\frac{\partial M_{оп}}{\partial n}\right)_O - \left(\frac{\partial M_g}{\partial n}\right)_O \right] \Delta n = \\ = \left(\frac{\partial M_g}{\partial U}\right)_O \Delta U, \end{aligned} \quad (9)$$

або

$$\begin{aligned} I_g \frac{d\Delta n_g}{dt} + \left[ \left(\frac{\partial M_{оп}}{\partial n}\right)_O - \left(\frac{\partial M_g}{\partial n}\right)_O \right] \frac{\Delta n}{n_O} = \\ = \frac{U_O}{n_O} \left(\frac{\partial M_g}{\partial U}\right)_O \frac{\Delta U}{U_O}. \end{aligned} \quad (10)$$

Тоді значення  $\left(\frac{\partial M_{оп}}{\partial n}\right)_O$ ,  $\left(\frac{\partial M_g}{\partial n}\right)_O$ ,

$\left(\frac{\partial M_g}{\partial U}\right)_O$ , що визначені в точці  $O$ , можна розглядати як постійні в межах вибраного діапазону лінеаризації.

Розділивши ліву і праву частини рівняння

(10) на  $\left(\frac{\partial M_{оп}}{\partial n}\right)_O - \left(\frac{\partial M_g}{\partial n}\right)_O$ , отримаємо лінійне диференційне рівняння з постійними коефіцієнтами:

$$T_g \frac{dv}{dt} + v(t) = K_g \gamma(t), \quad (11)$$

де  $T_g = \frac{I_g}{\left(\frac{\partial M_{оп}}{\partial n}\right)_O - \left(\frac{\partial M_g}{\partial n}\right)_O}$  – електроме-

ханічна стала часу занурного привода;

$$K_g = \frac{\frac{U_O}{\omega_O} \left(\frac{\partial M_g}{\partial U}\right)_O}{\left(\frac{\partial M_{оп}}{\partial n}\right)_O - \left(\frac{\partial M_g}{\partial n}\right)_O} - \text{коефіцієнт}$$

передачі;

$$v = \frac{\Delta n}{n_O}, \quad \gamma = \frac{\Delta U}{U_O}.$$

Перетворивши рівняння (11) за Лапласом, з урахуванням нульових початкових умов отримаємо:

$$(T_g s + 1)v(s) = K_g \gamma(s), \quad (12)$$

де  $s = \frac{d}{dt}$  – оператор Лапласа.

Із рівняння (12) отримуємо функцію передачі занурного електродвигуна:

$$W_g(s) = \frac{v(s)}{\gamma(s)} = \frac{K_g}{T_g s + 1}. \quad (13)$$

Отже, моделлю занурного електродвигуна є типова стійка аперіодична ланка першого порядку.

Для ідентифікації сталої часу  $T_g$  і коефіцієнта передачі  $K_g$  використаємо рівняння Вінера-Хопфа:

$$R_{xy}(\tau) = \int_0^{\infty} K(\tau_1) R_{xx}(\tau - \tau_1) d\tau_1, \quad (14)$$

де  $R_{xy}(\tau)$  – взаємна кореляційна функція вхідного сигналу з вихідним  $y$ ;

$R_{xx}(\tau - \tau_1)$  – автокореляційна функція вхідного сигналу  $x$ ;

$\tau_1$  – аргумент кореляційних функцій;

$K(\tau_1)$  – імпульсна перехідна функція, яка приблизно визначає шукану функцію передачі:

$$W_g(s) = \int_0^{\infty} K(\tau_1) e^{-s\tau_1} d\tau_1. \quad (15)$$

Отже, на базі відомих реалізацій випадкових сигналів  $x(t)$ ,  $y(t)$  визначаються кореляційні функції  $R_{xy}(\tau)$  і  $R_{xx}(t)$  і розв'язується інтегральне рівняння (14) відносно імпульсної перехідної функції. Після цього визначається функція передачі із рівняння (15). Таким методом визначили функцію передачі занурного електродвигуна [8]:

$$W_g(s) = \frac{0,63}{0,86s + 1}. \quad (16)$$

Оскільки послідовно із занурним електродвигуном відцентрового насоса з'єднані струмопровід з функцією передачі  $W_{СП}(s)$  і давачі вхідних  $x$  і вихідних  $y$  параметрів, що використовуються для визначення кореляційних функцій  $R_{xy}(\tau)$  і  $R_{xx}(t)$ , були оцінені динамічні властивості цих елементів.

Аналіз електромагнітних процесів в обмотках статора в занурних електродвигунів довів, що електромагнітна стала часу коливається в межах  $0,002 \div 0,004$  с, тобто вона значно менша електромеханічної сталої часу занурного двигуна.

Проте, у зв'язку з тим, що занурний електропривід функціонує на глибині декількох тисяч метрів, слід оцінити динамічні властивості ще й свердловинного струмопідводу.

Для цього скористаємось схемою заміщення струмопідводу, яка наведена на рис. 2.

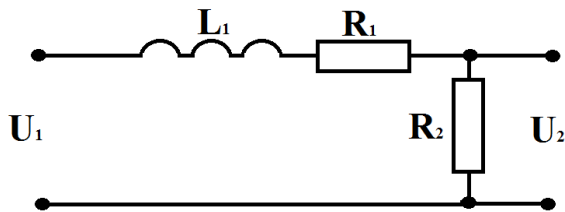


Рисунок 2 – Схема заміщення струмопідводу занурного електродвигуна

Для струмопідводу може бути використана така функція передачі:

$$W_{СП}(s) = \frac{R_2}{R_1 T_1 s + (R_1 + R_2)}, \quad (17)$$

де  $T_1$  – електромагнітна стала часу струмопідводу, яка для струмопідводу довжиною 4000 м, перерізом  $50 \text{ мм}^2$ , з параметрами  $x_k=0,067 \text{ Ом/км}$ ,  $z_k=0,38 \text{ Ом/км}$ ,  $L=0,000213 \text{ Гн}$  і  $R_1=0,38 \times 4=1,52$

Ом дорівнює:  $T_1 = \frac{L_1}{R_1} = 0,00014 \text{ с}$ .

Очевидно, що таким значенням сталої часу струмопідводу можна знехтувати і вважати, що  $T_1 \approx 0$ . Тоді функція передачі струмопідводу буде мати такий вигляд:

$$W_{СП}(s) = \frac{R_2}{R_1 + R_2}, \quad (18)$$

де  $R_2$  – опір ізоляції струмопідводу, який при довжині кабеля 4000 м дорівнює  $R_2=6 \text{ МОм}$ .

Підставивши значення  $R_1$  та  $R_2$  у формулу (18), отримали:

$$W_{СП}(s) = \frac{6 \cdot 10^6}{1,52 + 6 \cdot 10^6} \approx 1. \quad (19)$$

Отже, струмопідвід занурного електропривода можна вважати безінерційною ланкою.

Повертаючись до питання ідентифікації функції передачі занурного електродвигуна на базі кореляційної функції, слід зазначити, що на стадії дослідження об'єкта керування оцінки кореляційних функцій необхідні також під час вибору тестових сигналів, плануванні експерименту, оцінці точніших характеристик об'єкта [10].

На стадії промислової експлуатації занурних електроприводів у складі АСК ТП оцінки кореляційних функцій (ОКФ) необхідні в задачах контролю для оцінювання точності інтерполяції вимірюваних величин і складних показників, а також вибору кроку дискретизації, для синтезу алгоритмів непрямих вимірювань, сигналізацій порушень технологічного режиму, діагностики стану обладнання і вимірювальних каналів.

В задачах автоматичного регулювання ОКФ потрібні для вибору схем і аналізу якості регулювання, розрахунку параметрів налаштування регуляторів з типовими алгоритмами, синтезу оптимальних алгоритмів.

В задачах оптимізації ОКФ потрібні для вибору алгоритмів оптимізації, інтервалу усереднення і кроку дискретизації критерію оптимізації, а також оцінки ефективності.

В задачах програмного і логічного управління ОКФ потрібні для задач пуску, зупинки агрегатів, комутаційних операцій.

Проте, застосування математичного апарату стаціонарних ергодичних випадкових процесів без попередньої перевірки умов ергодичності є недостатньо коректним.

Це викликано тим, що модель випадкового процесу є складною, і її можна подати у такому вигляді [10]:

$$Z(t) = B(t) + C(t) + X(t) + N(t), \quad (20)$$

де  $B(t)$  – постійна функція або неперіодична функція, що повільно змінюється;

$C(t)$  – гармонічні функції з фіксованими періодами;

$X(t)$  – випадковий процес з нульовим математичним сподіванням;

$N(t)$  – випадкова перешкода вимірювання.

Компонента  $B(t)$  обумовлена повільними, поступовими змінами умов роботи або характеристик технологічного обладнання та властивостей речовини.

Гармонічна компонента  $C(t)$  формується в результаті різноманітних періодичних явищ і операцій.

Випадкова компонента  $X(t)$  формується в результаті одночасної дії множини незалежних або недостатньо зв'язних між собою факторів.

Перешкода вимірювань (шум)  $N(t)$  є комбінацією різноманітних випадкових процесів, які виникають у давачах, каналах зв'язку, у вимірювальних пристроях і перетворювачах. У більшості випадків шум вимірювання можна вважати гауссівським випадковим процесом, який по відношенню до вимірювального процесу є білим шумом.

Як правило, компоненти моделі (20) досліджують кожен окремо.

Компонента  $B(t)$  може бути визначена за допомогою методів фільтрації. Загальний вигляд цієї компоненти у більшості випадків можна визначити шляхом вивчення діаграм, що записані в стисненому масштабі часу.

Для визначення гармонічних коливань  $C(t)$  можна застосувати один із відомих методів виявлення прихованих періодичностей, наприклад, за допомогою автокореляційних функцій, взаємних кореляційних функцій, інверсних кореляційних функцій.

Перешкоди вимірювання  $N(t)$  можуть бути визначені за допомогою відомих методів фільтрації.

Компонента  $X(t)$ , яка залишається після виділення із  $Z(t)$  складових  $B(t)$ ,  $C(t)$ ,  $N(t)$ , – це стаціонарний випадковий процес, характеристиками якого можуть бути визначені методами математичної статистики стаціонарних випадкових процесів.

Проте не кожний випадковий процес містить усі перераховані компоненти. Наприклад, компоненту  $B(t)$ , якщо вона постійна, можна вважати рівною нулю у вихідній координаті астатичної системи автоматичного регулювання, оскільки регулятор підтримує керовану величину в середньому на заданому рівні.

Більшість процесів не містить і періодичних компонент.

Тому під час планування експерименту для оцінювання статистичних характеристик випадкового процесу найчастіше визначальними є властивості компоненти  $X(t)$ .

Як приклад побудови моделі випадкового процесу в системі керування занурним відцентровим насосом розглянемо флуктуації напруги живлення (рис. 3) та швидкості обертання в експлуатаційному режимі для занурного насоса ЕЦН5-40-1400 (рис. 4). Реалізація, що зображена на рис. 4, отримана при роботі насоса з двигуном ПЕД-20-103.

Бачимо, що флуктуації напруги живлення та швидкості обертання являють собою випадкові процеси, механізм формування яких визначається великою кількістю факторів, наприклад, випадковими змінами в'язкості нафти, обводненості свердловини, коливаннями напруги живлення в мережі електропостачання.

Для знаходження оцінок математичного сподівання, дисперсії та середньоквадратичного відхилення досліджуваних параметрів, скористаємося програмою MathCad. (Далі параметри  $U$  і  $n$  – це параметри  $K$ ).

Для напруги живлення:

Математичне сподівання  
 $m := \text{mean}(K)$

$$\text{mean}(K) = 1.415 \times 10^3 \cdot \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n K_i = 1.415 \times 10^3 \quad (21)$$

Для швидкості обертання:

Математичне сподівання  
 $m := \text{mean}(K)$

$$\text{mean}(K) = 2.712 \times 10^3 \cdot \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n K_i = 2.712 \times 10^3 \quad (22)$$

Для напруги живлення:

Дисперсія  
зміщена оцінка

$$\text{var}(K) = 3.675 \times 10^3$$

$$\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (K_i - m)^2 = 3.675 \times 10^3 \quad (23)$$

не зміщена оцінка

$$\text{Var}(K) = 3.698 \times 10^3$$

$$\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (K_i - m)^2 = 3.698 \times 10^3 \quad (24)$$

Для напруги живлення:

Дисперсія  
зміщена оцінка

$$\text{var}(K) = 683.319$$

$$\frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (K_i - m)^2 = 683.319 \quad (25)$$

не зміщена оцінка

$$\text{Var}(K) = 687.617$$

$$\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (K_i - m)^2 = 687.617 \quad (26)$$

Середньоквадратичне відхилення визначається як квадратний корінь із значення дисперсії, тобто:



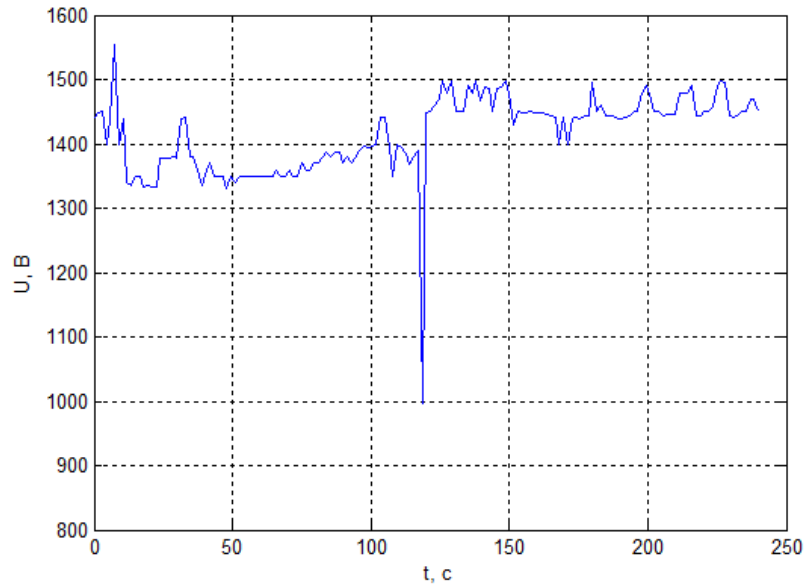


Рисунок 3 – Графік зміни величини напруги живлення, отриманий в результаті обробки експериментальних даних у програмі MathLab

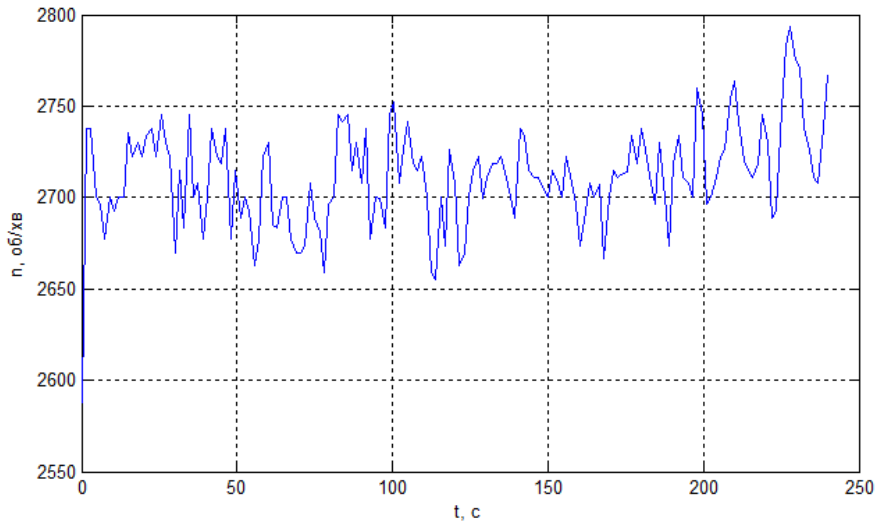


Рисунок 4 – Графік зміни величини швидкості обертання, отриманий в результаті обробки експериментальних даних в програмі MathLab

Для напруги живлення:

Середньоквадратичне відхилення  
зміщена оцінка

$$\text{stdev}(K) = 60.622 \sqrt{\text{var}(K)} = 60.622$$

не зміщена оцінка

$$\text{Stdev}(K) = 60.812 \sqrt{\text{Var}(K)} = 60.812 \quad (27)$$

Для швидкості обертання:

Середньоквадратичне відхилення  
зміщена оцінка

$$\text{stdev}(K) = 26.14 \sqrt{\text{var}(K)} = 26.14$$

не зміщена оцінка

$$\text{Stdev}(K) = 26.222 \sqrt{\text{Var}(K)} = 26.222 \quad (28)$$

Отже, ми отримали такі характеристики досліджуваного  $K(t)$  випадкового процесу, як оцінка математичного сподівання, дисперсія та середньоквадратичне відхилення. Ці характеристики для кожного конкретного моменту  $t$

середніми з множини. Вони визначаються од- номірним законом розподілу.

Для визначення закону розподілу і перевірки його за допомогою критерію Пірсона спочатку розсортуємо наші дані за величиною зростання і знайдемо повторення у числах. Згрупуємо дані числа ( $kel_k$ ) і їхні ймовірності появи ( $kpel_k$ ) і виведемо графік для визначення необхідного закону розподілу.

Відтворимо закон розподілу для напруги живлення у програмі Curve Expert (рис. 5).

Відтворимо закон розподілу для швидкості обертання у програмі Curve Expert (рис. 6).

Перевіримо вірність закону розподілу за критерієм Пірсона:

$$\chi^2(dp) := n \cdot \sum_{i=1}^n \frac{(dh_i - dp_i)^2}{dp_i} \quad (29)$$

Згрупована вибірка	Число появи
1330	1
1332	2
1334	3
1338	3
1349	4
1350	16
1370	18
1390	25
1442	22
1446	20
1450	15
1468	9
1483	8
1489	6
1496	5
1498	2
1554	1

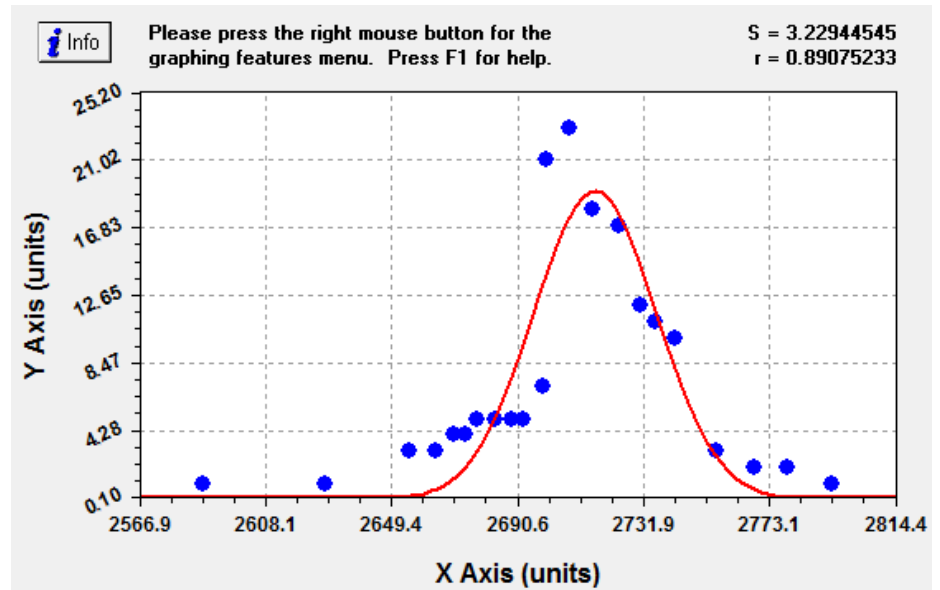


Рисунок 5 – Закон розподілу для величини напруги живлення

Згрупована вибірка	Число появи
2587.5	1
2664	3
2670	4
2673.75	4
2683.25	5
2692.5	5
2699.25	7
2700	21
2707.5	23
2715	18
2724	17
2731	12
2736	11
2742	10
2756	3
2768	2
2779	2
2793.75	1

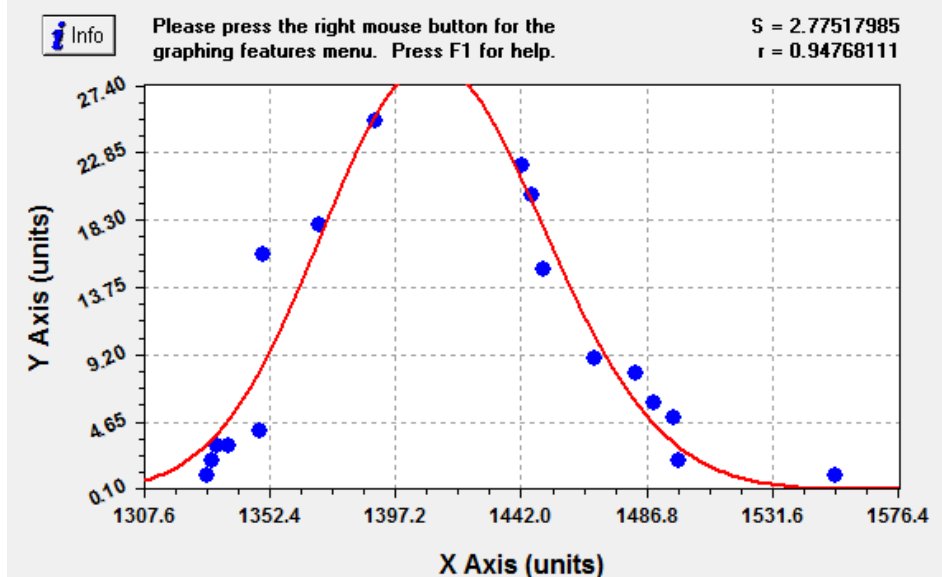


Рисунок 6 – Закон розподілу для величини швидкості обертання

Для напруги живлення:

$$r := n - 3$$

$$\chi^2(\text{dn}) = 3.079 \times 10^8 \quad \chi^2(\text{dl}) = 93.332 \quad \chi^2(\text{du}) = 1.155 \times 10^4$$

$$p\chi^2(\text{dp}) := \text{pchisq}(\chi^2(\text{dp}), r)$$

$$p\chi^2(\text{dn}) = 1 \quad p\chi^2(\text{dl}) = 0.00001 \quad p\chi^2(\text{du}) = 0.00022$$

Для швидкості обертання:

$$r := n - 3$$

$$\chi^2(\text{dn}) = 195.713 \quad \chi^2(\text{dl}) = 319.736 \quad \chi^2(\text{du}) = 111.442$$

$$p\chi^2(\text{dp}) := \text{pchisq}(\chi^2(\text{dp}), r)$$

$$p\chi^2(\text{dn}) = 0.9805 \quad p\chi^2(\text{dl}) = 1 \quad p\chi^2(\text{du}) = 0.0023$$

Для визначення автокореляційної функції використовуємо програму MathLab. Для цього пишемо код програми, де буде вказано час, відповідні експериментальні дані і функція  $R_{xx} = \text{xcorr}(x, y, z)$ , яка визначає автокореляцію.

Отримуємо графіки нормованої автокореляційної функції  $R_{xx}(k)$  для напруги живлення (рис. 7) та для швидкості обертання (рис. 8).

Графіки отриманих автокореляційних функцій підтверджують, що досліджувані стохастичні процеси  $K(t)$  є стаціонарними і ергодичними.

Відтворимо автокореляційні функції в програмі Curve Expert для підтвердження, що дані функції є найкращими для нашого випадку і для знаходження передавальної функцій.

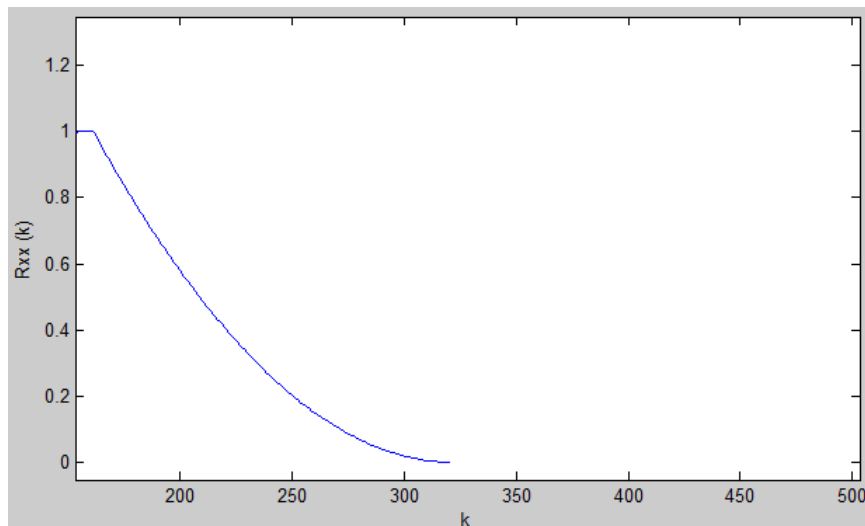


Рисунок 7 – Графік автокореляційної функції  $R_{xx}(k)$  для величини напруги живлення

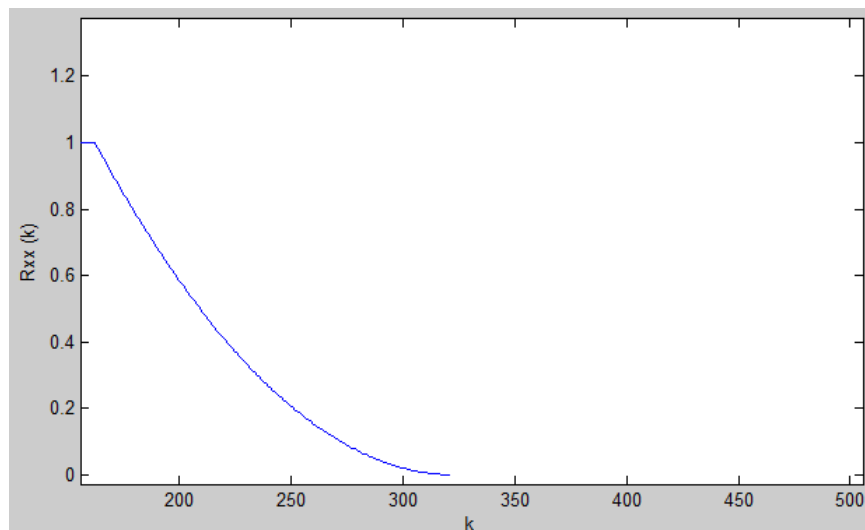


Рисунок 8 – Графік автокореляційної функції  $R_{xx}(k)$  для величини швидкості обертання

Проаналізувавши три рівняння, вибираємо експоненціальне рівняння:

$$R_{xx}(k) = ae^{bx}, \quad (30)$$

де для напруги живлення:

$$a=20.649213; b=-0.018050061;$$

для швидкості обертання:

$$a=18.772347; b=-0.017625506.$$

Побудуємо графіки функцій, що описуються даним рівнянням (рис. 9, 10). Як бачимо, графіки повністю відтворюють наведені вище автокореляційні функції.

При статистичному аналізі стаціонарних випадкових функцій зручно користуватись спектральною густиною випадкової функції.

Спектральна густина є додатною функцією у всьому діапазоні частот від 0 до  $\infty$ . Вона не містить відомостей про фази окремих гармонічних складових. За допомогою наведеної формули можна визначити спектральну густина за заданою аналітично автокореляційною функцією.

Застосовуючи до кореляційної функції  $R(\tau)=De^{-\alpha(\tau)}$  перетворення, можна визначити спектральну густина за формулою:

$$S(\omega) = 2 \int_0^{\infty} De^{-\alpha(\tau)} \cos \omega \tau d\tau = \frac{2D\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}. \quad (31)$$

Підставивши наші дані в це рівняння, отримаємо:

для напруги живлення:

$$S(\omega) = \frac{0,7434}{0,000324 + \omega^2}; \quad (32)$$

для швидкості обертання:

$$S(\omega) = \frac{0,67572}{0,000309 + \omega^2}. \quad (33)$$

Визначимо спектральну густина, використовуючи програму MathCad.

За отриманими даними побудуємо залежність  $S$  від  $\omega$ . Так ми отримуємо графік спектральної густини  $S(\omega)$ . Модуль значення спектральної густини визначає амплітудно-частотну



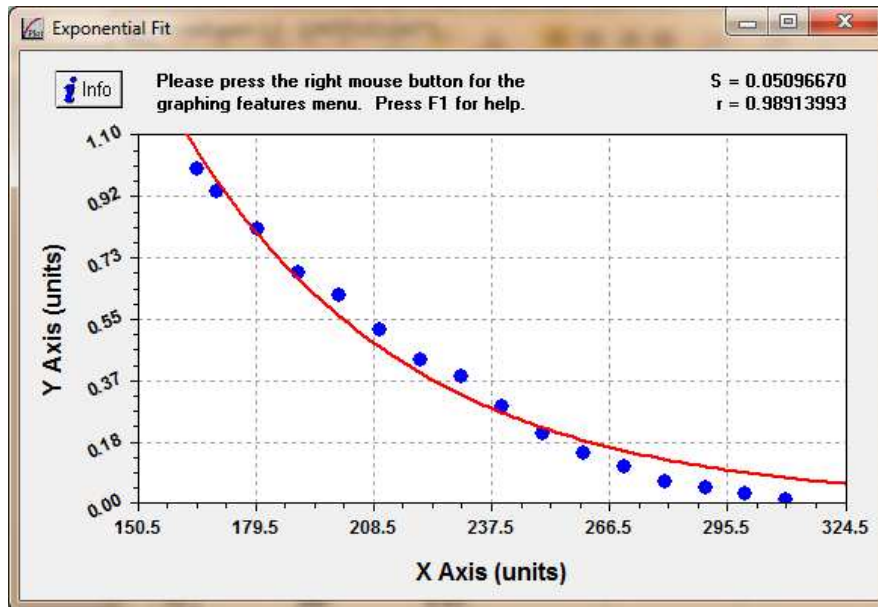


Рисунок 9 – Графік автокореляційної функції для величини напруги живлення

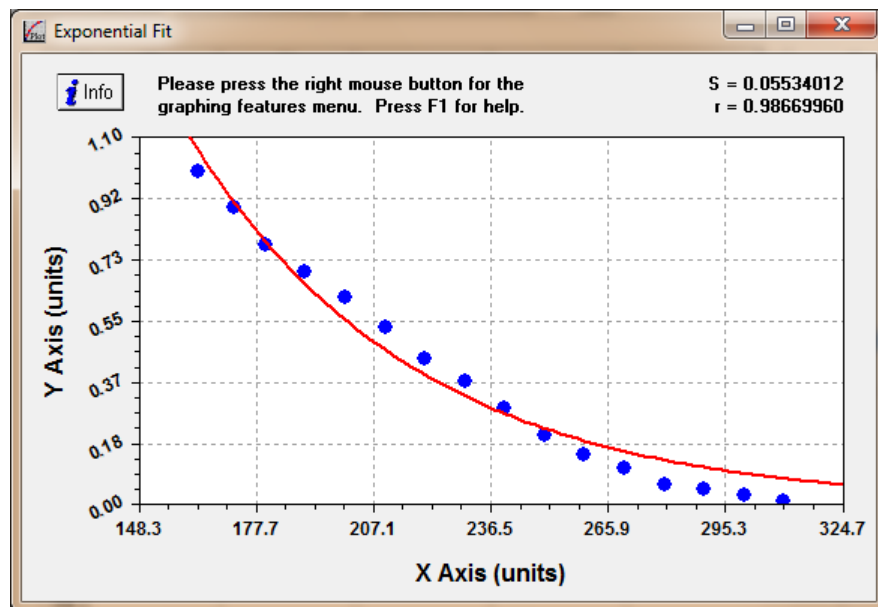


Рисунок 10 – Графік автокореляційної функції для величини швидкості обертання

характеристику сигналу, а її аргумент називають фазо-частотною характеристикою. АЧХ сигналу є парною функцією, а ФЧХ – непарною. В загальному вигляді зміст  $S(\omega)$  визначається як амплітуда сигналу, що припадає на 1 Гц в нескінченно вузькій полосі частот, яка включає розглянуту частоту  $\omega$ .

Для  $S(\omega) = \frac{0,7434}{0,000324 + \omega^2}$  графік спектральної густини зображений на рис. 11.

Для  $S(\omega) = \frac{0,67572}{0,000309 + \omega^2}$  графік спектральної густини зображений на рис. 12.

Отримані результати дають змогу визначити властивості формуючого фільтра.

Дійсно, частотна передавальна функція  $W_\phi(j\omega)$  фільтра зв'язана з спектральною густиною  $S(\omega)$  формуючого сигналу наступним співвідношенням:

$$\{W_\phi(j\omega)\}^2 = S(\omega). \quad (34)$$

Для пошуку функції  $W_\phi(j\omega)$  необхідно розкласти спектральну густину  $S(\omega)$  на спряжені множники  $W_\phi(j\omega)$  і  $W_\phi(-j\omega)$ . З цих двох множників фізично реалізуємо у вигляді фільтра лише перший множник, в якому нулі і полюси (корені чисельника і знаменника) знаходяться у верхній півплощині.

Для сигналу з експоненціальною кореляційною функцією маємо:

$$S(\omega) = \frac{2D\alpha}{\alpha^2 + \omega^2} = \frac{\sqrt{2D\alpha}}{\alpha + j\omega} \cdot \frac{\sqrt{2D\alpha}}{\alpha + j\omega}. \quad (35)$$

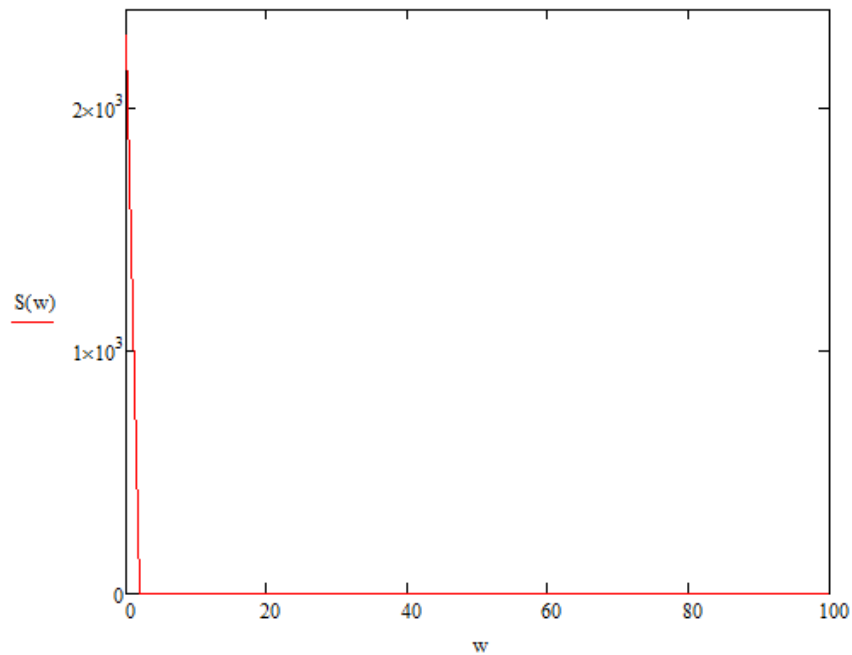


Рисунок 11 – Графік спектральної густини для величини напруги живлення

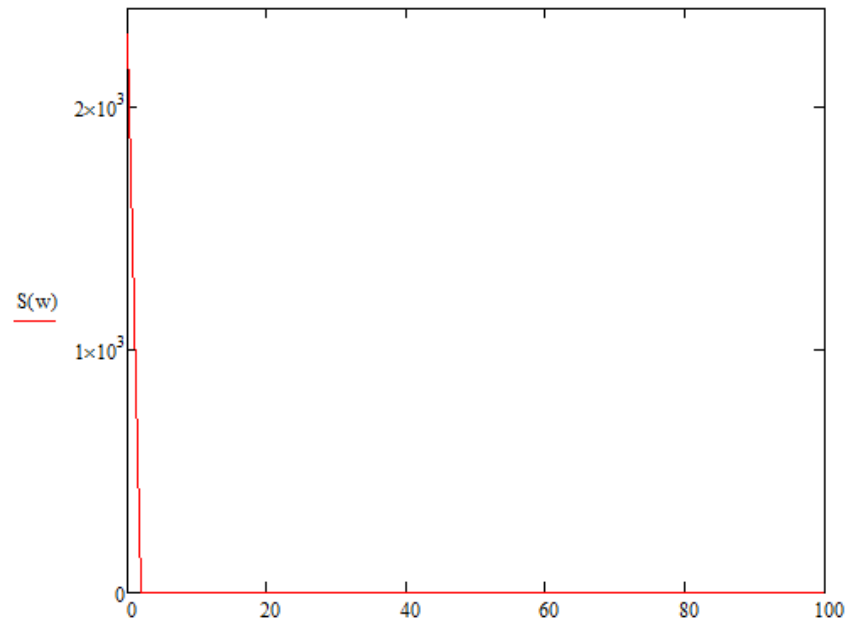


Рисунок 12 – Графік спектральної густини для величини швидкості обертання

Звідси частотна функція фізично реалізованого фільтра:

$$W_{\phi}(j\omega) = \frac{\sqrt{2D\alpha}}{\alpha - j\omega} \quad (36)$$

Тоді, для напруги живлення:

$$W_{\phi_n}(j\omega) = \frac{0,86}{0,018 - j\omega} = \frac{0,0154 + 0,86j\omega}{0,000324 + \omega^2}; \quad (37)$$

а для швидкості обертання:

$$W_{\phi_{ш}}(j\omega) = \frac{0,82}{0,0176 - j\omega} = \frac{0,0147 + 0,82j\omega}{0,000309 + \omega^2}. \quad (38)$$

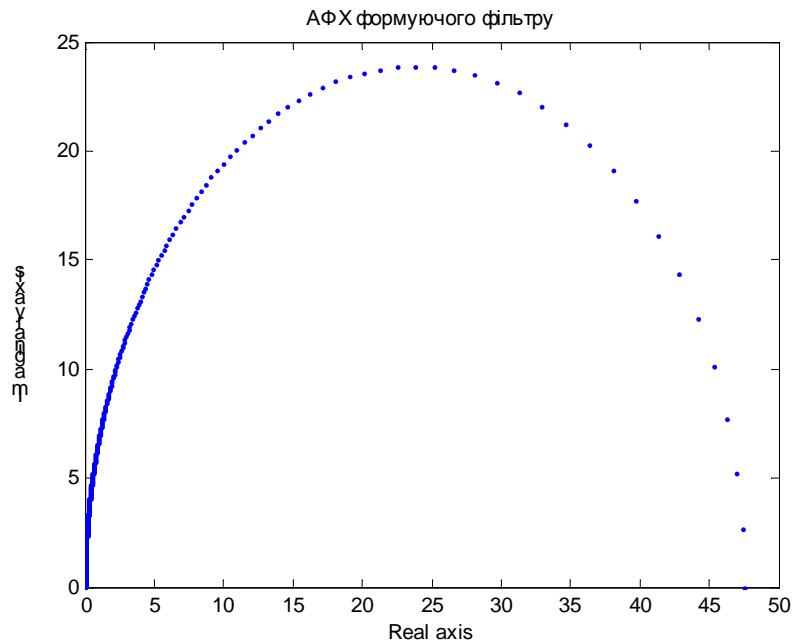
Виведемо графіки для АФХ формуючого фільтра за допомогою програми MathLab.

Для напруги живлення:

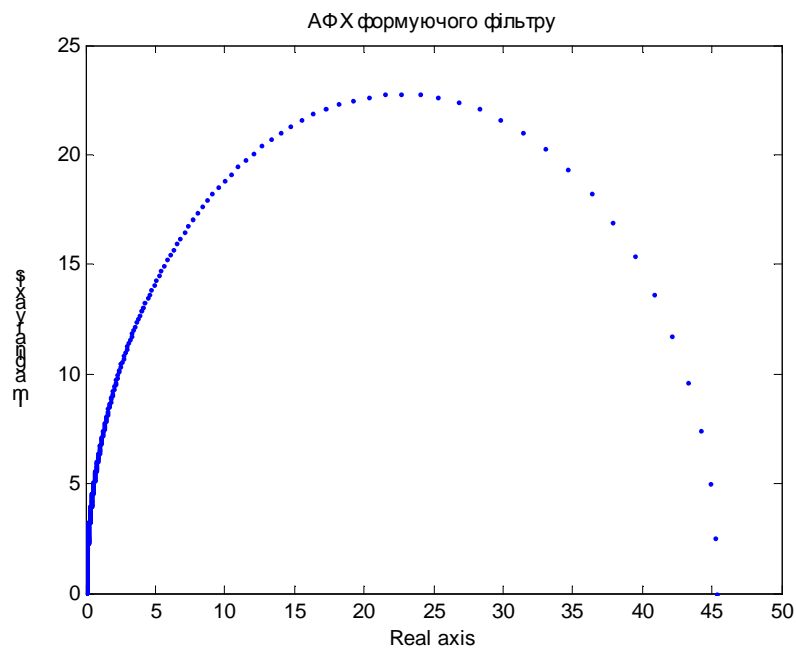
```
>> for w=0:0.001:30,
W=(0.0154+(0.86*i*w))/(0.000324+(w.^2));
Re=real(W);
Im=imag(W);
plot(Re,Im)
```

Для швидкості обертання:

```
>> for w=0:0.001:30,
W=(0.0147+(0.82*i*w))/(0.000309+(w.^2));
Re=real(W);
Im=imag(W);
plot(Re,Im)
```



**Рисунок 13 – Графік АФХ формуючого фільтра для величини напруги живлення**



**Рисунок 14 – Графік АФХ формуючого фільтра для величини швидкості обертання**

**Висновки**

1. Визначено передавальну функцію зануреного двигуна насоса, яка є аперіодичною ланкою першого порядку і струмопідводу, що є безінерційною ланкою.

2. Побудовано і визначено закони розподілу напруги і швидкості зануреного насоса, а також автокореляційні функції. Доведено, що досліджувані процеси є стаціонарними і ергодичними.

3. Доведено, що для якісних показів вимірювальних приладів необхідно застосувати формуючі фільтри з такими передавальними функціями:

для напруги живлення:

$$W_{\phi H}(p) = \frac{0,86}{0,018 - p};$$

для швидкості обертання:

$$W_{\phi III}(p) = \frac{0,82}{0,0176 - p}.$$

**Література**

1 Фаттахов К. М. О диапазоне регулирования частоты электроприводов серийных погружных центробежных насосов, работающих в сильнообводненных нефтяных скважинах /

К. М. Фаттахов // Автоматизация и метрологическое обеспечение измерений в нефтяной и газовой промышленности. Межвузовский научно-технический сборник. – Уфа: Изд. Уфимск нефт. ин-та, 1984. – С. 108-112.

2 Фоменко Ф. Н. Бурение скважин электробуром / Ф. Н. Фоменко. – М.: Недра, 1974. – 272 с.

3 Бабило В. Ю. Экономия тепла / В. Ю. Бабило, Н. В. Брызголов // Мир автоматизации. – 2006. – № 6. – С. 68-71.

4 Эфендизаде А. А. Частотное управление электробуром / А. А. Эфендизаде. – Баку: Азернешр, 1969. – 261 с.

5 Черный А. П. Анализ статических характеристик частотно регулируемого электропривода с фильтром на выходе инвертора / А. П. Черный, П. И. Полищук // Вестник Кременчугского государственного политехнического университета. – 2007. – Вип. 1. – С. 6-11.

6 Черный А. П. Спасательный фильтр / А. П. Черный, П. И. Полищук, О. С. Воробейчик // Мир автоматизации. – 2008. – № 4. – С. 38-42.

7 Ковач К. П. Переходные процессы в машинах переменного тока / К. П. Ковач, И. Рац. – М.-Л: Госэнергоиздат, 1963. – 118с.

8 Семенцова А. О. Автоматизованый електропривід в нафтогазовій промисловості: навч. посібник / А. О. Семенцова // Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2001. – 170 с.

9 Фадеева О. В. Удосконалення механічної характеристики асинхронного двигуна привода роторного стола бурової установки / О. В. Фадеева // Нафтогазова енергетика. – 2009. – №1(10). – С. 28 – 33.

10 Волгин В. В. Оценка корреляционных функций в промышленных системах / В. В. Волгин, Р. Н. Каримов. – М.: Энергия, 1979. – 80 с.

*Стаття надійшла до редакційної колегії*

*18.10.12*

*Рекомендована до друку професором  
В. С. Костишиним*