

УДК 621.37:621.391

А.А. Белокуров, О.И. Вотяков, В.С. Кузниченко, Г.Г. Писарёнок

Центральное конструкторское бюро «Протон», Харьков

## ТЕХНОЛОГИЯ КОРРЕЛЯЦИОННОГО АНАЛИЗА ПАРАМЕТРОВ OFDM СИГНАЛОВ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧЕСКОГО РАДИОМОНИТОРИНГА

Для корреляционного метода оценки основных параметров OFDM сигналов, имеющих циклическую префиксную структуру, приведена технология оценки коэффициента корреляции по ограниченной выборке в присутствии помех по данным цифровых выборок сигнала, которая позволяет определить с заданной вероятностью принадлежность принятого сигнала к классу OFDM сигналов с префиксной структурой.

**Ключевые слова:** радиомониторинг, OFDM сигналы, цифровая обработка, взаимная корреляция.

### Введение

**Постановка проблемы.** В настоящее время развитие средств телекоммуникаций ознаменовалось широким распространением метода ортогонального дискретного частотного мультиплексирования OFDM (Orthogonal Frequency Division Multiplexing). Это подтверждается их использованием во всех новых проектах стандартов (например, 802.11n, 802.16m или 802.11ac). Сложность структуры таких сигналов является причиной существенных затруднений при решении специальных задач радиоконтроля и радиомониторинга. Поэтому совершенствование методов автоматического цифрового анализа многочастотных многофазных сигналов является весьма актуальной задачей.

**Анализ последних исследований.** Одним из направлений повышения эффективности процессов анализа параметров и структуры сигналов в условиях априорной неопределенности является применение цифровых методов обработки видео огибающих. Традиционным методом первичного выявления параметров контролируемых сигналов в настоящее время является Фурье-анализ на основе быстрых алгоритмов преобразования [1]. Однако сигналы со сложной структурой для обеспечения приемлемой точности оценок требуют высокого качества цифрового представления выборок при частоте дискретизации, в 2÷3 раза превышающей частоту Найквиста. Это является причиной неоправданной сложности и большого объема вычислительных затрат при статистической обработке цифровых выборок, а также приводит к снижению точности обработки сигналов в реальном временном масштабе. В последнее время предложены методы автоматического цифрового анализа первичных параметров OFDM сигналов, основанные на корреляционных свойствах циклической префиксной структуры и статистического анализа цифровых выборок минимального объема и низкого качества без использования традиционных алгоритмов быстрого преобра-

зования Фурье [2]. Однако в [2] не рассмотрена технология корреляционного анализа (алгоритм вычисления коэффициента корреляции и сравнения его с порогом).

**Целью статьи** является разработка технологии обработки в условиях помех цифровой выборки префиксного OFDM сигнала с целью выявления его циклической структуры путем проверки статистической гипотезы о равенстве единице по модулю коэффициента корреляции с заданной доверительной вероятностью.

### Основная часть

Полагаем как и в [2], что произвольный OFDM сигнал  $S_j(t)$  на  $j$ -м интервале модуляции длительностью  $T_p$  формируется путем алгебраического суммирования нескольких гармонических колебаний одинаковой амплитуды, каждое из которых имеет  $m$  вариантов модуляционного фазового сдвига. Величина  $m$  определяет кратность используемой фазовой (ФМ) или относительно-фазовой (ОФМ) манипуляции и соответствует основанию кода источника. Обычно  $m = 2^k$ , где  $k$  – число двоичных символов (в дальнейшем – бит), представляемых элементарным сигналом на одном интервале модуляции в канале. При использовании относительного кодирования фаз (ОФМ) и единичном значении амплитуды поднесущих колебаний математическая модель сигнала может быть представлена в виде следующего ряда на основе гармонических функций:

$$S_j(t) = \sum_{i=0}^{n-1} \sin \left\{ 2\pi \left( f_0 + \frac{i}{T} \right) \cdot \left( t - T_p \left\lfloor \frac{t}{T_p} \right\rfloor \right) + \varphi_{j,i} \right\}, \quad (1)$$

где  $t$  – текущее время;  $f_0$  – низшая поднесущая частота в спектре сигнала;  $T = 1/\Delta f$  – величина, обратная минимальному разному (интервалу ортогональности по частоте  $\Delta f$ ) поднесущих частот;

$n$  – число используемых поднесущих;  $\varphi_{j,i}$  – значение манипуляционного угла  $i$ -того поднесущего колебания на  $j$ -том интервале модуляции; знак  $\lfloor \cdot \rfloor$  – означает округление к ближайшему меньшему целому числу. Информативными признаками в сигнале, описываемом моделью (1), являются относительные скачки фаз между отрезками гармонических колебаний на соседних интервалах модуляции, измеренные для каждой из поднесущих частот в отдельности:  $\varphi_{j,i} - \varphi_{j-1,i}$ ,  $i = 0, \dots, n-1$ . Временные параметры интервала модуляции, использованные в модели (1), связаны между собой соотношением:

$$T_p = T + \Delta T = \frac{1}{\Delta f} + \Delta T, \quad (2)$$

где  $\Delta T$  – длительность префиксной части сигнала. Префиксная часть (в дальнейшем – префикс) является повторяющейся (с точностью до знака) начальной частью сигнала, добавляемой в конце интервала модуляции  $T_p$ . Данное циклическое продолжение сигнала необходимо для борьбы с неравномерным запаздыванием поднесущих колебаний различных частот при многолучевом распространении радиоволн и сбоях синхронизации. Обычно выбор продолжительности префикса на интервале модуляции соответствует соотношению

$$\Delta T = (0,1 \div 0,5) T.$$

Таким образом, основными структурными временными параметрами OFDM сигналов, открывающими доступ к дальнейшему анализу всех идентифицирующих признаков, являются значения продолжительности интервала модуляции  $T_p$  и интервала ортогональности  $T$ . В основу предложенного в [2] корреляционного метода определения структурных временных параметров  $T_p$  и  $T$  положен принцип "скользящего временного окна". Суть метода состоит в статистическом определении наиболее вероятного значения интервала времени между отрезками наиболее коррелированных (со знаком "+" или "-") отрезков цифровой выборки (оценка  $T$ ), а также наиболее вероятного периода появления "всплесков" корреляции в процессе перемещения окна наблюдения по отсчетам массива измерений (оценка  $T_p$ ). Поскольку префикс является повторяющейся (с точностью до знака) частью OFDM сигнала, то в идеале коэффициент корреляции между этими частями равен  $\pm 1$ .

Последовательность измеренных значений сигнала рассматривается в виде одномерного массива чисел:  $Q = \{q_0, q_1, \dots\}$ .

Для проведения корреляционного анализа формируются два вектора, содержащие по  $K$  эле-

ментов массива  $Q$  в двух неперекрывающихся временных окнах наблюдения сигнала,

$$Y_0 = \{q_j, q_{j+1}, \dots, q_{j+K-1}\};$$

$$Y_1 = \{q_{j+i+K}, q_{j+i+K+1}, \dots, q_{j+i+2K-1}\},$$

отстоящих друг от друга на величину  $i$ ,  $i = 0, \dots, M$ . Положение второго временного окна, соответствующего вектору  $Y_1$ , определяется последовательным изменением индекса смещения  $i = 0, \dots, M$ , что обеспечивает его "скольжение" вдоль выборки сигнала  $Q$  при каждом из значений  $j = 0 \dots L$ . Величина  $L$  должна соответствовать числу элементов массива  $Q$ , представляющих не менее чем 10–20 интервалов модуляции.

Значение  $M$  должно быть не менее (по числу отсчетов) продолжительности предполагаемого интервала модуляции (без префикса). Размерность вектора  $K$  должна быть примерно соизмеримой с величиной  $\Delta T \cdot f_d$ .

Рассмотрим возможность оценки коэффициента корреляции по ограниченной выборке в присутствии помех, что требует оценки значимости выборочной величины коэффициента или, в соответствии с постановкой задач проверки статистических гипотез, проверки гипотезы о равенстве единице по модулю коэффициента корреляции. Если гипотеза  $H_1$  о равенстве единице по модулю коэффициента корреляции будет принята, то выборочный коэффициент значим и соответствующие величины взаимосвязаны. В этом случае можно говорить о принадлежности принятого сигнала к классу OFDM сигналов. Если гипотеза  $H_1$  будет отвергнута, то оценка коэффициента не значима, следовательно, по имеющимся данным эта взаимосвязь не установлена и принятый OFDM сигнал не относится к классу префиксных.

Проверка гипотезы о значимости оценки коэффициента корреляции требует знания распределения этой случайной величины. Распределение коэффициента корреляции  $r = r(Y_{0n}, Y_{1n})$  изучено только для частного случая, когда случайные векторы  $Y_{0n}$  и  $Y_{1n}$  распределены по нормальному закону) [3].

В качестве критерия проверки нулевой гипотезы  $H_0$  применяют случайную величину

$$t = |r| \frac{\sqrt{K-2}}{\sqrt{1-r^2}} \quad [3].$$

Если модуль коэффициента корреляции относительно далек от единицы, то величина  $t$  при справедливости нулевой гипотезы распределена по закону Стьюдента с  $K-2$  степенями свободы. Кон-

курующая гипотеза  $H_1$  соответствует утверждению, что значение  $|r|$  не равно нулю (больше или меньше нуля).

Поэтому критическая область является двусторонней.

Когда величина  $|r|$  близка к единице, её распределение отличается от распределения Стьюдента, так как значение  $|r|$  ограничено справа единицей. В этом случае применяют  $z$ -преобразование Фишера, распределение которого приближается к нормальному быстрее, чем распределение самого  $r$ , и дисперсия преобразованной величины почти не зависит от  $r$ . Полагая [4]

$$z = 0.5 \log \frac{1+r}{1-r} = \operatorname{arcth}(r), \quad (3)$$

$$\xi = 0.5 \log \frac{1+\rho}{1-\rho} = \operatorname{arcth}(\rho), \quad (4)$$

где  $\rho$  – теоретический коэффициент корреляции, можно считать, что при  $K > 10$  величина  $z$  распределена приблизительно нормально с математическим ожиданием [5]

$$\mu_1(z) = \xi + \frac{\rho}{2(K-1)} = \operatorname{arcth}(\rho) + \frac{\rho}{2(K-1)} \quad (5)$$

и дисперсией

$$\mu_2(z) = \frac{1}{K-1} + \frac{4-\rho^2}{2(K-1)^2} \approx \frac{1}{K-3}. \quad (6)$$

Заметим, что на практике величина  $\rho < 1$  ( $\rho \approx 0,5-0,9$ ), поскольку на её значение влияют параметры сигнала и помехи и принятые величины интервалов квантования и дискретизации, а также значение случайного момента времени начала дискретизации.

Если значение центрированной и нормированной величины  $(z - \mu_1(z)) / \sqrt{\mu_2(z)}$  превышает значение квантиля уровня  $1 - \alpha / 2$  нормального распределения стандартизованной величины, то нулевая гипотеза отвергается.

Напомним, что  $P = 1 - \alpha$  – заданное значение доверительной вероятности, т.е. с вероятностью  $P$  можно полагать верной гипотезу о том, что полученный в результате эксперимента коэффициент корреляции  $r$  соответствует теоретическому коэффициенту корреляции  $\rho$  генеральной совокупности.

Однако на практике теоретический коэффициент корреляции  $\rho$  неизвестен, поэтому целесообразно воспользоваться результатами статистического моделирования для различных OFDM сигналов.

Для каждого вида сигнала можно определить среднее значение

$$\bar{z} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \operatorname{arcth}(r_i),$$

где  $N$  – число статистических испытаний алгоритма вычисления коэффициента корреляции (4) при различных значениях отношения сигнал/шум.

Тогда при заданной доверительной вероятности [5]

$$P \left( x_{1-\alpha/2} \leq \frac{(\bar{z} - \xi)\sqrt{N}}{\sigma_z} \leq x_{\alpha/2} \right) = 1 - \alpha,$$

где  $x_\alpha$  – решение уравнения Лапласа

$$\Phi(x_\alpha) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{x_\alpha} \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right) dx = 1 - \frac{1}{2}\alpha,$$

величины доверительных интервалов для  $\xi$  и  $r$  с учетом того, что

$$x_{1-\alpha/2} = -x_{\alpha/2}$$

и

$$\sigma_z = \frac{1}{\sqrt{K-3}},$$

будут соответственно равны [5]

$$\left[ \bar{z} - \frac{x_{\alpha/2}}{\sqrt{N(K-3)}} \leq \xi \leq \bar{z} + \frac{x_{\alpha/2}}{\sqrt{N(K-3)}} \right]; \quad (7)$$

$$\left[ \operatorname{th} \left( \bar{z} - \frac{x_{\alpha/2}}{\sqrt{N(K-3)}} \right) \leq r \leq \operatorname{th} \left( \bar{z} + \frac{x_{\alpha/2}}{\sqrt{N(K-3)}} \right) \right].$$

Далее, при заданном минимальном отношении сигнал/шум, необходимо выбрать среди различных видов OFDM сигналов наименьшее значение нижней границы доверительного интервала (7) и использовать его в качестве порогового значения для процедуры сравнения с коэффициентом корреляции.

На рис. 1 по результатам моделирования приведены результаты оценки нижней границы доверительного интервала (7) коэффициента корреляции, определенные для трех видов OFDM сигналов ( $n=12, 45, 60$ - количество поднесущих частот с разном по частоте  $\Delta f = 200$ Гц, 62.5Гц, 44.44Гц) в зависимости от отношения сигнал/шум при заданной доверительной вероятности, равной 0,95.

Анализ этих зависимостей показывает, что при отношении сигнал/шум более 5 для определения (с вероятностью 0,95) принадлежности принятого сигнала к классу OFDM сигналов с повторяющимся префиксом необходимо производить сравнение коэффициента корреляции с порогом, приблизительно равным 0,5.

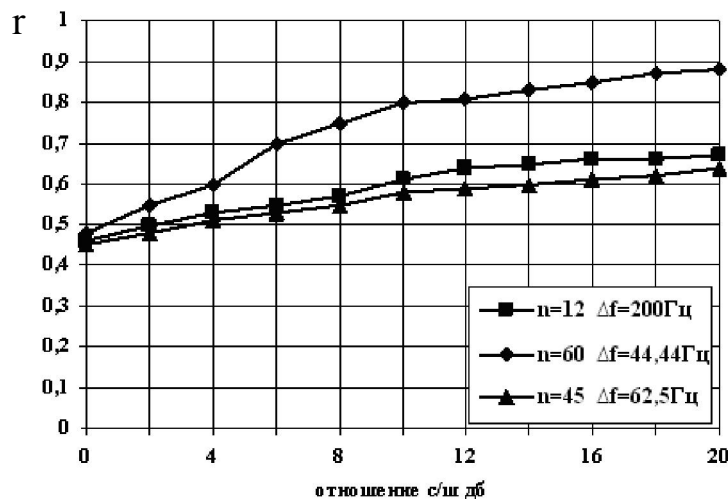


Рис. 1. Результаты статистических испытаний оценки величины доверительного интервала в зависимости от отношения сигнал/шум

Описанная технология позволяет определить с заданной вероятностью принадлежность принятого сигнала к классу OFDM сигналов.

### Выводы

Основной результат данной статьи заключается в получении параметров процедуры корреляционно-го анализа структурных параметров префиксных OFDM сигналов, основанной на статистической теории проверки гипотез. При заданной доверительной вероятности получена величина доверительного интервала для коэффициента корреляции. В дальнейшем целесообразно рассмотреть возможность выявления информативных признаков для OFDM сигналов, не имеющих префикса.

### Список литературы

1. Широкополосные беспроводные сети передачи информации / В.М. Вишневский, А.И. Ляхов, С.Л. Портной, И.В. Шахнович. – М.: Техносфера, 2005. – 592 с.

2. Кузниченко В.С. Цифровой корреляционный метод анализа OFDM сигналов в системах автоматического радиомониторинга/ В.С. Кузниченко // Системы управления, навигации та зв'язку. – К. : ЦНДІ НІУ, 2010. – Вип. 4(16). – С. 256–260.  
 3. Орлов А. И. Прикладная статистика / А. И. Орлов. – М.: "Экзамен", 2004. – 656 с.  
 4. Рао С.Р. Линейные статистические методы и их применения / С.Р. Рао; пер. с англ. А. М. Кагана, В. М. Калинина, К. П. Латышева под ред. Ю. В. Линника. – М.: Наука, 1968. – 548 с.  
 5. Бендат Дж. Прикладной анализ случайных данных / Дж. Бендат; пер. с англ. А.И. Кочубинского и В.Е. Привальского под ред. И.Н. Коваленко. – М.: Мир, 1989. – 541 с.

Поступила в редколлегию 30.08.2014

Рецензент: д-р техн. наук проф. С.Г. Рассомахин, Национальный университет им. В.Н. Каразина, Харьков.

### ТЕХНОЛОГІЯ КОРРЕЛЯЦІЙНОГО АНАЛІЗУ ПАРАМЕТРІВ OFDM СИГНАЛІВ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЧНОГО РАДІОМОНІТОРИНГУ

О.О. Белокуров, О.І. Вотяков, В.С. Кузніченко, Г.Г. Пісаренко

Для кореляційного методу оцінки основних параметрів OFDM сигналів, що мають циклічну префіксну структуру, приведена технологія оцінки коефіцієнта кореляції по обмеженій вибірці у присутності перешкод за даними цифрових вибірок сигналу, яка дозволяє визначити із заданою вірогідністю приналежність прийнятого сигналу до класу OFDM сигналів з префіксною структурою.

**Ключові слова:** радіомоніторинг, OFDM сигнали, цифрова обробка, взаємна кореляція.

### TECHNOLOGY OF CORRELATION ANALYSIS OF SIGNALS OFDM PARAMETERS IN THE AUTOMATIC RADIOMONITORING SYSTEMS

O.O. Belokurov, O.I. Votyakov, V.S. Kuznichenko, G.G. Pisarenok

For the cross-correlation method of estimation of basic parameters of OFDM of signals, having a cyclic prefix structure, technology of estimation of coefficient of correlation is resulted on the limited selection in presence hindrances from data of digital selections of signal, which allows to define with the set probability belonging of the accepted signal to the class of OFDM signals with a prefix structure.

**Keywords:** radiomonitoring, OFDM signals, digital treatment, cross-correlation.