

УДК 629.113

В.Г.Вербицький, А.В.Костенко, А.М.Єфименко, Р.А.Кулієв, О.В.Медведкова, Н.А.Турчина
Донецька академія автомобільного транспорту**ДО ПИТАННЯ ПРО ВИЗНАЧЕННЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПОВОРОТНОСТІ
ЛЕГКОВОГО АВТОМОБІЛЯ**

В статті визначено рівняння керованості автомобіля з урахуванням подовжньої та бічної сил, а також моментів, що діють на автомобіль. За допомогою рівняння керованості побудовані діаграми керованості, які візуалізують вплив поперечної зовнішньої та подовжньої сил на керованість автомобіля.

Ключові слова: *рівняння керованості, сила бічна, діаграма керованості, автомобіль легковий*

Вступ

Курсова стійкість руху (КСР) є важливою властивістю автомобіля. На її параметри впливають багато факторів. Суттєво впливають на КСР шини. Цей вплив при дослідженнях враховується шляхом використання залежності бічного відведення. Окрім бічної сили відведення на параметри КСР впливають подовжня сила, бічна зовнішня сила (наприклад, аеродинамічна), моменти, що виникають в контактні колеса та дороги, зовнішній момент, що прикладений до автомобіля.

Мета статті – визначення рівняння керованості з урахуванням подовжньої та бічної сил, та моментів, що діють на автомобіль, і побудова діаграм поворотності автомобіля.

Основна частина

Рівняння керованості [1] має вигляд

$$\theta = \frac{l}{R} + \frac{m}{l} \left(\frac{b}{k_1} - \frac{a}{k_2} \right) a_y, \quad (1)$$

де m – маса автомобіля;

l – база автомобіля;

R – радіус повороту автомобіля;

a , b – відстань від центру мас до, відповідно, передньої та задньої осей;

k_1 , k_2 – коефіцієнти опору бічному відведенню передньої та задньої осей.

Це рівняння надає суттєве уявлення щодо необхідного кута повороту керованих коліс при русі автомобіля по кривій. При цьому необхідний кут повороту керованих коліс завжди складається з постійної частини l/R . Ця частина кута θ залежить від геометричного параметра автомобіля (база l), а також від радіуса кривої, по якій рухається автомобіль R . Цей кут має назву кут Аккермана - кут між радіусами-векторами, що з'єднують центр повороту із серединами передньої й задньої осей автомобіля [2]. Окрім цього кут θ складається з кута, який прямо пропорційний бічному прискоренню a_y . Величина коефіцієнта пропорційності залежить від маси автомобіля, бази, розподілу маси по осям, величини коефіцієнтів опору бічному відведенню передньої та задньої осей і може приймати як додатне, так і від'ємне значення.

Рівняння (1) можна записати в такому вигляді [1]:

$$\theta = \frac{l}{R} + (\delta_2 - \delta_1) \quad (2)$$

Це рівняння показує, що для забезпечення руху автомобіля по кривій заданого радіуса водій повинен компенсувати різницю між кутами відведення задньої δ_2 та передньої δ_1 осей, що й називається поворотністю автомобіля. Діаграма поворотності (рис. 1), власне кажучи, характеризує поворотність автомобіля.

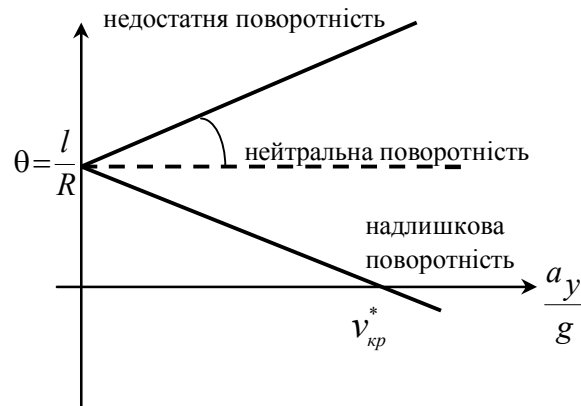


Рис. 1. Діаграма керованості

Для дослідження використовується одномасова «велосипедна» модель автомобіля із закріпленим рульовим керуванням. Розрахункова схема такої моделі представлена на рис. 2.

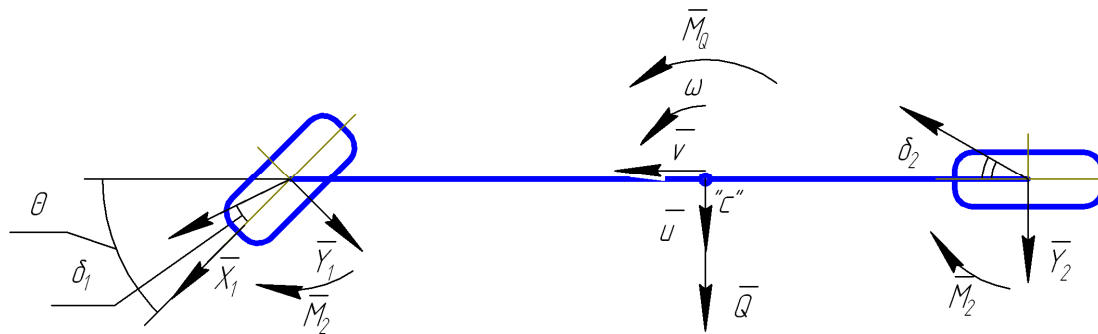


Рис. 2. Розрахункова модель автомобіля

Рівняння руху застосованої моделі мають вигляд [3]:

$$\begin{cases} m(\dot{u} + v\omega) = Y_1 + Y_2 + Q + X_1\theta; \\ J\dot{\omega} = a(Y_1 + X_1\theta) - bY_2 - M_1 - M_2 + M_Q; \end{cases} \quad (3)$$

де Y_1, Y_2 – бічні сили, що виникають між колесом і дорогою;
 Q – зовнішня бічна сила, що прикладена до автомобіля;
 X_1 – подовжня (тягова) сила;
 M_1, M_2 – стабілізуючі (п'яткові) моменти шин;
 M_Q – зовнішній момент, що прикладений до автомобіля.

Залежність бічної сили та стабілізуючих моментів шин від кута відведення приймемо відповідно до моделі Рокара:

$$Y_i = k_i \delta_i; \quad M_i = \mu_i \delta_i. \quad (4)$$

Залежність кутів відведення на осях від фазових змінних системи має вигляд:

$$\delta_1 = \theta - \frac{u + a\omega}{v}; \quad \delta_2 = \frac{-u + b\omega}{v}. \quad (5)$$

При $Q = \text{const}$, $v^* = \text{const}$, $\theta^* = \text{const}$ система (1) має стаціонарний режим ($u^* = \text{const}$, $\omega^* = \text{const}$). Геометричні параметри (див. рис. 1), що визначають положення автомобіля в коловому режимі руху наступні:

$$v^* = \omega^* R_D^*; \quad u^* = \omega^* L_{CD}. \quad (6)$$

Надалі будемо розглядати випадок $R_D = \text{const}$ при варіації параметра подовжньої складової центру мас автомобіля (v).

Для полегшення математичних перетворень введемо безрозмірні величини:

$$\bar{Y}_i = \bar{k}_i \delta_i; \quad \bar{M}_i = \bar{\mu}_i \delta_i; \quad (7)$$

$$Y_i = \bar{Y}_i N_i; \quad \bar{M}_i = \frac{M_i l}{mgab}; \quad N_1 = \frac{mgb}{l}; \quad N_2 = \frac{mga}{l}. \quad (8)$$

Таким чином, система лінійних рівнянь, що визначає коловий стаціонарний режим, має вигляд:

$$\begin{cases} \frac{v\omega}{g} = \bar{Y}_1 \frac{b}{l} + \bar{Y}_2 \frac{a}{l} + \bar{Q} + \bar{X}_1 \theta; \\ \bar{Y}_1 - \bar{M}_1 - \bar{Y}_2 - \bar{M}_2 + \bar{M}_Q + \bar{X}_1 \theta \frac{l}{b} = 0. \end{cases}$$

Визначимо зміну параметра θ залежно від варіації параметра v і поточних конструктивних і експлуатаційних характеристик автомобіля і шин. З рівняння (5) випливає $\omega = \frac{v}{l}(\delta_2 - \delta_1 + \theta)$.

Відповідно до теорії Рокара (7), систему можна представити у вигляді:

$$\begin{cases} \frac{v^2}{gl}(\theta + \delta_2 - \delta_1) = \bar{k}_1 \delta_1 \frac{b}{l} + \bar{k}_2 \delta_2 \frac{a}{l} + \bar{Q} + \bar{X}_1 \theta; \\ \bar{k}_1 \delta_1 - \bar{\mu}_1 \delta_1 - \bar{k}_2 \delta_2 - \bar{\mu}_2 \delta_2 + \bar{M}_Q + \bar{X}_1 \theta \frac{l}{b} = 0. \end{cases} \quad (10)$$

Розв'язавши систему лінійних рівнянь відносно δ_1 й δ_2 , одержимо:

$$\delta_1 = -\frac{(\bar{k}_2 + \bar{\mu}_2)(\bar{X}_1 \theta gl + \bar{Q} gl - v^2 \theta) - v^2(\bar{M}_Q + a \bar{X}_1 \theta) + \bar{k}_2 ag(\bar{M}_Q + a \bar{X}_1 \theta)}{(\bar{k}_2 - \bar{k}_1 + \bar{\mu}_1 + \bar{\mu}_2)v^2 + (\bar{k}_1 \bar{k}_2 l - \bar{k}_2 \bar{\mu}_1 a + \bar{k}_1 \bar{\mu}_2 b)g}; \quad (11)$$

$$\delta_2 = \frac{(\bar{\mu}_1 - \bar{k}_1)(\bar{X}_1 \theta gl + \bar{Q} gl - v^2 \theta) + v^2(\bar{M}_Q + a \bar{X}_1 \theta) + \bar{k}_1 bg(\bar{M}_Q + a \bar{X}_1 \theta)}{(\bar{k}_2 - \bar{k}_1 + \bar{\mu}_1 + \bar{\mu}_2)v^2 + (\bar{k}_1 \bar{k}_2 l - \bar{k}_2 \bar{\mu}_1 a + \bar{k}_1 \bar{\mu}_2 b)g}. \quad (12)$$

Радіус точки, що лежить на подовжній осі автомобіля, швидкість якої спрямована уздовж подовжньої осі (див. рис. 2), дорівнює:

$$R_D = \frac{v}{\omega} = \frac{l}{\theta + \delta_2 - \delta_1}. \quad (13)$$

Підставивши знайдені вирази для δ_1 й δ_2 , розв'яжемо його відносно θ , в результаті отримаємо рівняння керованості в загальному випадку:

$$\theta = -\frac{(\bar{k}_2 - \bar{k}_1 + \bar{\mu}_1 + \bar{\mu}_2)(Rg\bar{Q}l - lv^2) + (\bar{k}_1b + \bar{k}_2a)Rg\bar{M}_Q - (\bar{k}_1\bar{k}_2l - \bar{k}_2\bar{\mu}_1a + \bar{k}_1\bar{\mu}_2b)gl}{Rg(\bar{k}_1\bar{k}_2l + \bar{k}_1b(\bar{\mu}_2 + a\bar{X}_1) - \bar{k}_2a(\bar{\mu}_1 - a\bar{X}_1) + (\bar{k}_2 - \bar{k}_1 + \bar{\mu}_1 + \bar{\mu}_2)\bar{X}_1l)}. \quad (14)$$

Розглянемо окремий випадок: будемо враховувати вплив тільки поперечної зовнішньої сили Q , в якості якої може бути аеродинамічна сила, що діє на автомобіль збоку. Рівняння, що визначають стаціонарний стан в цьому випадку мають вигляд (із системи (9)):

$$\begin{cases} \frac{v\omega}{g} = \bar{Y}_1 \frac{b}{l} + \bar{Y}_2 \frac{a}{l} + \bar{Q}; \\ \bar{Y}_1 - \bar{Y}_2 = 0. \end{cases} \quad (15)$$

де $\bar{Q} = Q/(mg)$ - безрозмірна зовнішня бічна сила.

На підставі другого рівняння системи (15), введемо нову функцію $\bar{Y} = \bar{Y}(\delta_2 - \delta_1) : \bar{Y}_1 = \bar{Y}_2 = \bar{Y}$, тоді перше рівняння цієї системи може бути представлено у вигляді:

$$\frac{v\omega}{g} = \bar{Y}(\delta_2 - \delta_1) + \bar{Q}; \quad (16)$$

$$\delta_i = \frac{\bar{Y}}{k_i} \Rightarrow \delta_2 - \delta_1 = \bar{Y} \left(\frac{1}{k_2} - \frac{1}{k_1} \right) = \frac{\bar{k}_1 - \bar{k}_2}{k_1 k_2} \bar{Y}. \quad (17)$$

Рівняння (2) можна записати у вигляді

$$\delta_2 - \delta_1 = \frac{l}{R} - \theta. \quad (18)$$

Дорівнявши праві частини (18) й (17), розв'яжемо отримане рівняння відносно \bar{Y} :

$$\bar{Y} = \frac{(l - \theta R)\bar{k}_1\bar{k}_2}{R(\bar{k}_1 - \bar{k}_2)}. \quad (19)$$

Підставив отриманий вираз в (4), та враховуючи, що $\omega = \frac{v}{R}$, отримаємо рівняння керованості з урахуванням зовнішньої бічної сили:

$$\frac{v^2}{Rg} - \frac{(l - \theta R)\bar{k}_1\bar{k}_2}{R(\bar{k}_1 - \bar{k}_2)} - \bar{Q} = 0; \quad (20)$$

$$\theta = \frac{l}{R} - \frac{\bar{k}_1 - \bar{k}_2}{k_1 k_2} \left(\frac{v^2}{Rg} - \bar{Q} \right). \quad (21)$$

Для побудови діаграми керованості прийемо наступні параметри легкового автомобіля: $l=2,42$ м; $a=1,2$ м; $b=1,22$ м; $m=1325$ кг; $R=25$ м – радіус траєкторії автомобіля. З урахуванням того, що вітер силою в 6 – 7 балів за шкалою Бофорта створює зусилля біля 350 Н на 1 м² поверхні [4], прийемо бічну силу, що діє на автомобіль $Q = 1300$ Н. На рис. 3 наведені результати розрахунків.

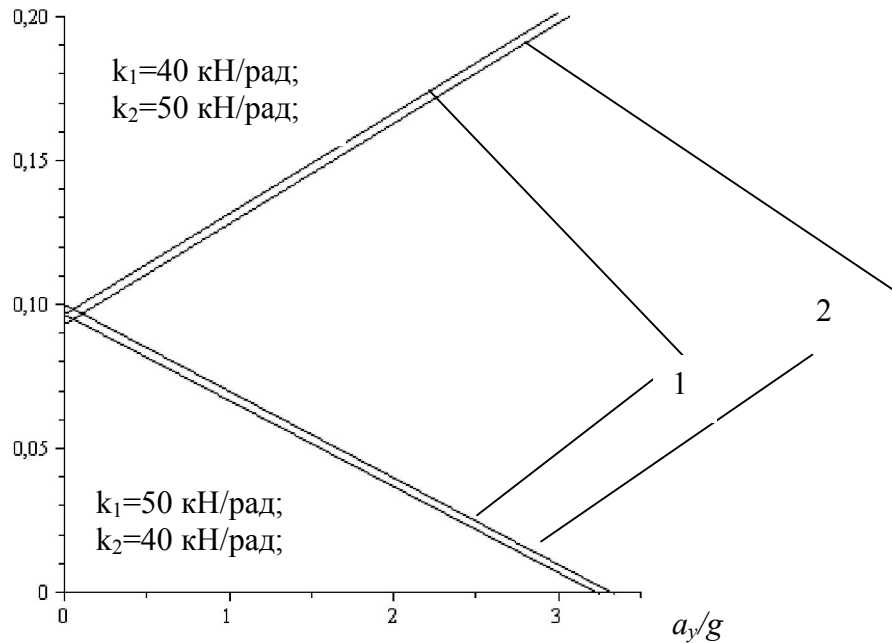


Рис. 3. Діаграма керованості легкового автомобіля:
 1 – при $Q = 1300$ Н; 2 – при $Q = 0$.

З рис. 3 можна зробити висновок, що наявність зовнішньої бічної сили призводить до зміщення ліній графіку, це означає, що для руху автомобіля по кривій заданого радіусу водію слід буде скорегувати кут повороту коліс на величину, що залежить від величини зовнішньої бічної сили $\Delta\theta = \frac{\bar{k}_1 - \bar{k}_2}{\bar{k}_1 \bar{k}_2} \cdot Q$.

Розглянемо інший окремий випадок: врахування впливу подовжньої сили X_1 . Рівняння, що визначають стаціонарний стан в цьому випадку мають вигляд (із системи (9)):

$$\begin{cases} \frac{v\omega}{g} = \bar{Y}_1 \frac{b}{l} + \bar{Y}_2 \frac{a}{l} + \bar{X}_1 \theta; \\ \bar{Y}_1 - \bar{Y}_2 + \bar{X}_1 \theta \frac{l}{b} = 0. \end{cases} \quad (22)$$

Введемо нову функцію $\bar{Y} = \bar{Y}(\delta_2 - \delta_1)$: $\bar{Y}_1 + \bar{X}_1 \frac{\theta l}{b} = \bar{Y}_2 = \bar{Y}$, і з другого рівняння системи (22) отримаємо:

$$\bar{k}_1 \delta_1 + \bar{X}_1 \frac{\theta l}{b} = \bar{Y} \Rightarrow \delta_1 = \frac{\bar{Y} - \bar{X}_1 \frac{\theta l}{b}}{\bar{k}_1}; \quad (23)$$

$$\bar{k}_2 \delta_2 = \bar{Y} \Rightarrow \delta_2 = \frac{\bar{Y}}{\bar{k}_2}. \quad (24)$$

Враховуючи рівняння (18), отримаємо

$$\frac{\bar{Y}}{\bar{k}_2} - \frac{\bar{Y} - \bar{X}_1 \frac{\theta l}{b}}{\bar{k}_1} = \frac{l}{R} - \theta; \quad (25)$$

$$\bar{Y} = \frac{\bar{k}_2 (\theta b \bar{k}_1 R - l b \bar{k}_1 + \bar{X}_1 \theta l R)}{b R (\bar{k}_2 - \bar{k}_1)}. \quad (26)$$

З першого рівняння системи (22) з урахуванням $\bar{Y}_1 + \bar{X}_1 \frac{\theta l}{b} = \bar{Y}_2 = \bar{Y}$, отримаємо:

$$\frac{v\omega}{g} = \frac{b}{l} \left(\bar{Y}_1 + \bar{X}_1 \frac{\theta l}{b} \right) + \bar{Y}_2 \frac{a}{l}; \quad (27)$$

$$-\frac{v^2}{Rg} + \bar{Y} = 0. \quad (28)$$

Підставив вираз (26) в рівняння (28), та розв'язав його відносно θ , отримаємо рівняння керуваності у випадку дії подовжньої сили:

$$\theta = \frac{1}{1 + \frac{\bar{X}_1 l}{\bar{k}_1 b}} \left(\frac{v^2}{Rg} \frac{\bar{k}_2 - \bar{k}_1}{\bar{k}_1 \bar{k}_2} + \frac{l}{R} \right). \quad (29)$$

Для аналізу прийmemo, що тягова сила дорівнює силам опору руху, тобто подовжня сила:

$$X_1 = mgf + k_w F v^2, \quad (30)$$

де $f = f_0 (1 + (0,0216v)^2)$ - коефіцієнт опору коченню [5];

k_w - коефіцієнт опору повітря;

F - лобова площа автомобіля.

При дослідженні параметри легкового автомобіля, що були прийняті вище. Коефіцієнт опору коченню $f_0=0,015$. Коефіцієнт опору повітря $k_w=0,3 \text{ Нс}^2/\text{м}^4$; лобова площа автомобіля $F=1,792 \text{ м}^2$. На рис. 4 наведені результати розрахунків.

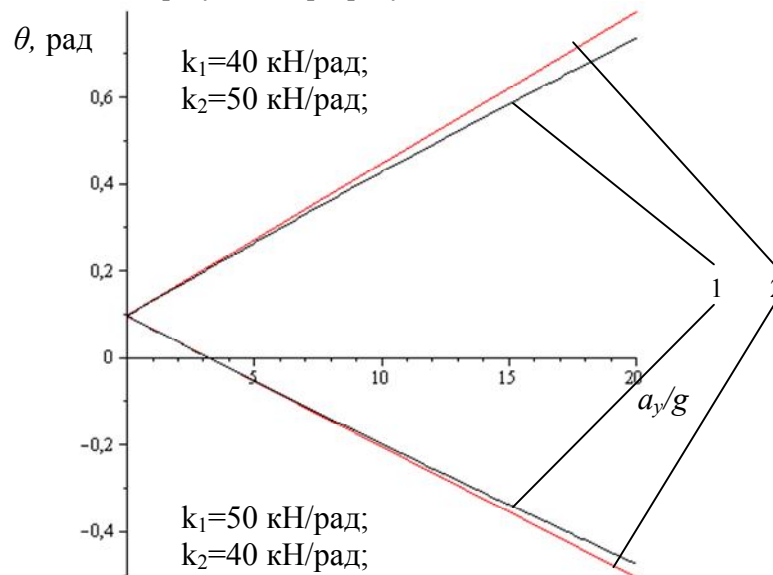


Рис. 4. Діаграма керуваності легкового автомобіля:

1 - при $X_1 = mgf + k_w F v^2$; 2 - при $X_1 = 0$.

З рис. 4 можна зробити висновок, що наявність подовжньої сили призводить до відхилення від лінійної залежності $\theta(a_y/g)$, причому відхилення зростає пропорційно квадрату швидкості, що треба буде враховувати водію при русі автомобіля в кривій.

Висновки

Отримане загальне рівняння керованості з урахуванням сил і моментів, що діють на автомобіль. Досліджені окремі випадки - врахування впливу тільки поперечної зовнішньої сили та тільки подовжньої сили; побудовані відповідні діаграми поворотності, які візуалізують вплив вказаних сил на керованість автомобіля.

1. Heiβing B. Fahrwerkhandbuch: Grundlagen, Fahrdynamik, Komponenten, Systeme, Mechatronik, Perspektiven. / Bernd Heiβing, Metin Ersoy (Hrsg). – Wiesbaden : Friedr. Vieweg & Sohn Verlag : GWV Fachverlage GmbH, 2007. – 591 S.
2. Gillespie Thomas D. Fundamentals of Vehicle Dynamics / Thomas D Gillespie. – Warrendale : Society of Automotive Engineers Inc, 1992 – 470 p.
3. Лобас Л.Г. Качественные и аналитические методы в динамике колесных машин / Л.Г. Лобас, В.Г. Вербицкий. – К. : Наукова думка, 1990. – 232 с.
4. http://www.expert.urg.ac.ru/A/veter_sila.html
5. Тарасик В.П. Теория движения автомобиля : [учебник для вузов] / В.П. Тарасик. – СПб. : БХВ - Петербург, 2006. – 478 с.