

УДК 539.3

Н. Здолбіцька

Луцький національний технічний університет

РОЗРАХУНОК НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ТА ГРАНИЧНОЇ РІВНОВАГИ ФУНДАМЕНТНОЇ ПЛИТИ

Методом конструкційних та скінчених елементів проведено розрахунок напруженого стану фундаментної плити на пружній основі Вінклера.

Результати отримані різними методами добре узгоджуються між собою. Дана оцінка граничного стану плити.

Ключові слова: плита, метод конструкційних елементів, крайові умови, переміщення, вузлові точки, точність розрахунку.

Постановка проблеми. Розглянемо тонку залізобетонну поперечно навантажену плиту складної конфігурації (рис.1), покладену на ґрунт.

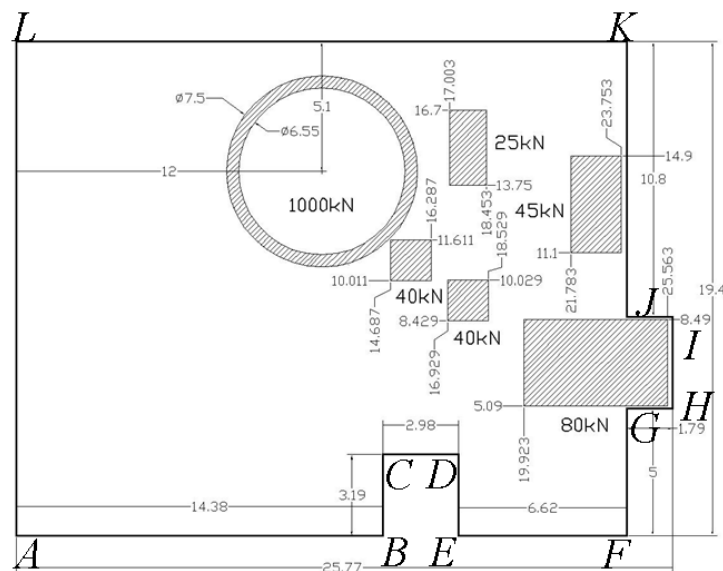


Рис. 1. Фрагмент плити

Заштриховані ділянки є місцями прикладення поперечного рівномірно розподіленого навантаження; цифри вказують інтенсивність цього навантаження.

Така плита є частиною реальної конструкції, як фундамент під фарбувальний цех кузовів автобусів корпусу № 8 ВАТ "ЛуАЗ".

Мета досліджень. Розрахунок напруженого стану та граничної рівноваги плитової основи в рамках проекту реконструкції з розширенням ВАТ "ЛуАЗ" під виробництво автобусів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. До розрахунку плит на пружній основі застосовують як аналітичні [1] так і числові [2] методи. Найпоширенішими з них є метод граничних [3,4] та скінчених елементів [5], а також граничних інтегральних рівнянь [6]. Низка задач про напружено-деформований стан тонких плит скінчених розмірів розв'язана методом сплайн-колокації [7]. У статті [1] методом граничних елементів проведено розрахунок плити складної конфігурації на пружній основі типу півпростір. У статті [5] запропоновано методикою уточнених розрахунків жорстких аеродромних покриттів шляхом числової реалізації, розроблено методологію дослідження напружено-деформованого стану тонких гнучких композитних плит, що працюють з лінійно пружною неоднорідною основою. Новий метод розрахунку тонких плит складної форми, названий методом конструкційних елементів, запропоновано у статті [8].

Результати досліджень. У даній статті методом конструкційних елементів проведено розрахунок на міцність фрагменту плитової основи заданих розмірів і механічних характеристик під фарбувальний цех кузовів автобусів.

Розглянемо тонку залізобетонну поперечно навантажену плиту (рис.1), покладену на ґрунт. Ґрунт моделюємо як пружну основу Вінклера, а саму плиту розглядаємо як однорідну і ортотропну із заданими усередненими пружними характеристиками, визначеними за формулами Губера [9]:

$$D_{11} = D_x = \frac{E_b}{1-\nu_b^2} \left(\frac{h^3}{12} + \frac{n\mu_x}{1+n\mu_x} h e_x^2 \right), \quad D_{22} = D_y = \frac{E_b}{1-\nu_b^2} \left(\frac{h^3}{12} + \frac{n\mu_y}{1+n\mu_y} h e_y^2 \right), \quad (1)$$

$$\frac{D_{12}}{D_{11}} = \nu_b \sqrt{\frac{D_x}{D_y}}, \quad \frac{D_{66}}{1-\nu_b^2} = D_{xy} = \nu_b \frac{\sqrt{D_x D_y}}{2(1+\nu_b)},$$

де E_b і ν_b – модуль Юнга і коефіцієнт Пуассона бетону, $n = E_s / S_b$ – відношення модулів Юнга арматури і бетону, μ_x і μ_y – відносний об'ємний вміст стрижнів паралельних осей x та y , а e_x та e_y – відстань від центра стержня до серединної площини плити.

Розміри плити: $2a_1 = 25.8\text{ м}$, $2a_2 = 19.4\text{ м}$, товщина $h = 0.2\text{ м}$.

У розрахунках прийнято такі характеристики матеріалу: бетон важкий марки В15, $\nu_b = 0,2$, $E_b = 2,3 \cdot 10^4 \text{ МН/м}^2$, $E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ МН/м}^2$, де E_b і E_s – модуль Юнга бетону і арматури, ν_b – коефіцієнт Пуассона бетону; арматура класу А-III, діаметр якої $0,016\text{ м}$, поперечне армування, відстань між арматурою $0,2\text{ м}$; відсоток армування для плити $\mu_x = \mu_y = 0,1\%$ відповідно в нижній і верхній частині плити. Відстань від нижньої поверхні плити до геометричного центра арматури дорівнює $0,045\text{ м}$. Прийнято, що міцність залізобетону, як умовно однорідного матеріалу є однаковою на розтяг і стиск і складає $\sigma_+ = \sigma_- = 239807700 \text{ Н/м}^2$.

Розрахунок напруженого стану такої плити проведено методом конструкційних елементів [8], згідно якого прогин плити і згинальні моменти в кожному перерізі плити визначаються за формулами:

$$w(x_1, x_2) = \llbracket W \rrbracket \{ \{ R \} \} + W^*; \quad (2)$$

$$M_{11} = \llbracket X \rrbracket \{ \{ R \} \} + X^*, \quad M_{22} = \llbracket Y \rrbracket \{ \{ R \} \} + Y^*; \quad (3)$$

де W, X, Y є координатними функціями прогину і згинальних моментів, а функції W^*, X^*, Y^* називаються силовими функціями цих величин.

При розрахунку плити вибрано 64 вузлових точок рівномірно розміщених на її краю, зокрема: на стороні AB – 9, CD – 1, EF – 6, FG – 3, HI – 5, JK – 8. На сторонах KL і LA – розміщено по 16 вузлових точок, а на сторонах BC , DE , GH , JI – вузлові точки не розміщали. Отримані результати співставлено з числовими результатами, отриманими методом скінчених елементів у Системі ЛІРА-9.

Під час розрахунку плити в програмі ЛІРА використано фізично нелінійний універсальний трикутний скінчений елемент оболонки № 242. Плита була поділена на 6521 скінчений елемент. Обчислення проведено в 3420 вузлах.

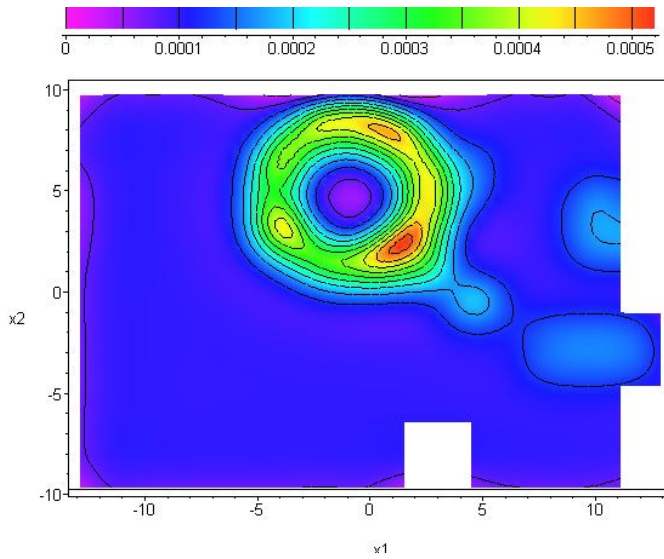
На рисунку 2 зображено карти розподілу прогинів кожної точки плити, отримані МКЕ а) і МСЕ б). Максимальні значення прогинів плити дорівнюють відповідно 0.0005259 м і 0.0004457 м . Їх відносна процентна різниця становить 15.25% .

На рисунку 3 подано карти розподілу моментів у плиті, отримані МКЕ (рис.3,а) та МСЕ (рис.3,б). Значення моментів, отримані різними методами практично співпадають. Максимальні значення моментів становлять МКЕ:

$$M_{11\text{max}} = 7371(\text{Нм})/\text{м}, \quad M_{22\text{max}} = 8793(\text{Нм})/\text{м}, \quad M_{12\text{max}} = 3428(\text{Нм})/\text{м};$$

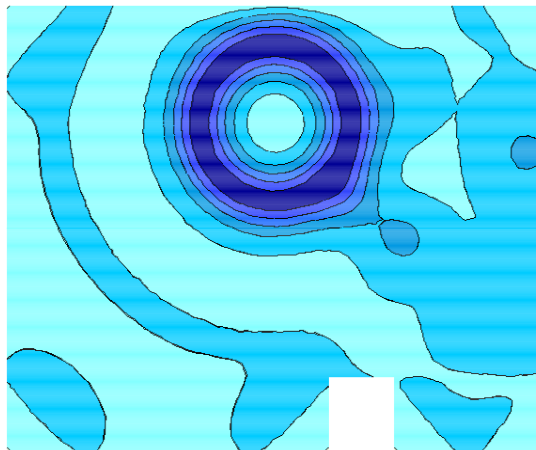
$$\text{МСЕ: } M_{11\text{max}} = 7954(\text{Нм})/\text{м}, \quad M_{22\text{max}} = 7922(\text{Нм})/\text{м}, \quad M_{12\text{max}} = 3379(\text{Нм})/\text{м}.$$

Максимальна відносна різниця значень моментів отримані різними методами дорівнює приблизно 7% .



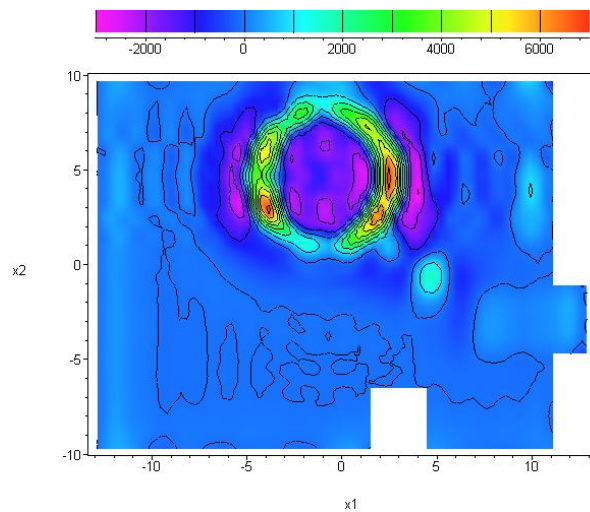
a

Зруження 1
 Ізоляти переміщень по Z(O)
 Единиць вимірювання - мм



б

Рис. 2. Карти розподілу прогинів змодельованої плитової конструкції обчислених:
a) МКЕ; *б*) МСЕ



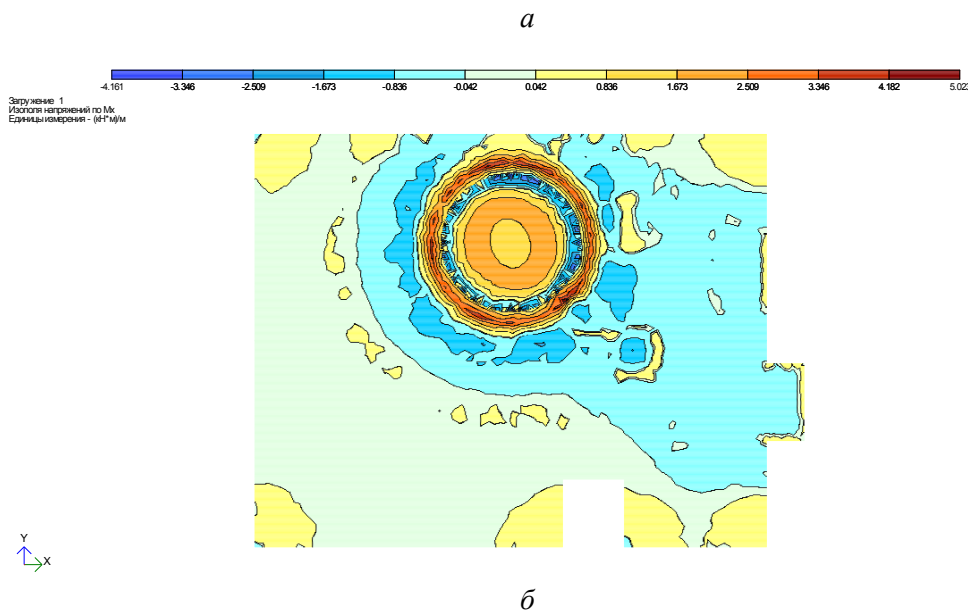


Рис. 3. Карти розподілу згинального моменту M_{11} , отримані: а) МКЕ; б) МСЕ

Міцність плитової конструкції оцінено на основі критерію Губера – Мізеса,

$$\sigma_i = \frac{6}{h^2} \sqrt{M_{11}^2 - M_{11}M_{22} + M_{22}^2 + 3M_{12}^2} \leq [\sigma_+], \quad (4)$$

враховуючи, що бетон має найменшу міцність на розтяг. Підставивши до критерію максимальні значення моментів отримаємо:

$$\sigma_{i(\max)} = 1515598 < [\sigma_+] = 10983407.$$

Подібний результат отримуємо підставивши до критерію максимальні значення моментів, обчислені методом скінчених елементів

$$\sigma_{i(\max)} = 1479349 < [\sigma_+] = 10983407.$$

Отже умова граничного стану конструкції виконується як за методом конструкційних елементів так і за методом скінчених елементів.

Досліджено також вплив об'ємного вмісту стрижнів і ступеня ортотропії матеріалу на граничний стан конструкції. Результати подано в таблиці 1.

Таблиця 1

№	μ_x	μ_y	D_1/D_2	$w, (м)$	$M_{11}, (Нм/м)$	$M_{22}, (Нм/м)$	$M_{12}, (Нм/м)$	$\sigma_{i(\max)}, (Н/м^2)$
1	0,125	0,125	1	0,000525502	7371	8793	3428	1515597
2	0,125	0,25	0,96	0,000523575	7359	8919	3446	1527475
3	0,125	0,5	0,9	0,000519231	7331	9209	3488	1555497
4	0,125	0,75	0,86	0,000516773	7315	9378	3515	1572651

Із збільшенням об'ємного вмісту μ_y наведені напруження $\sigma_{i(\max)}$ зростають.

Із зменшенням значення D_1/D_2 прогин плити зменшується (рис. 4).

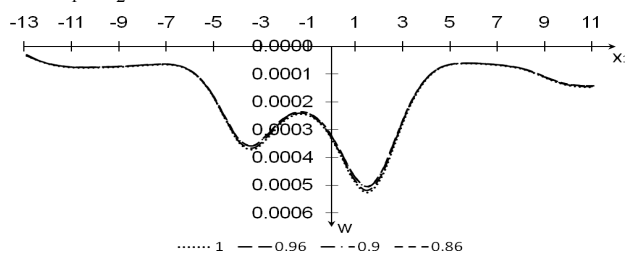


Рис. 4. Прогин переізу ($x_2 = 0$) плитової конструкції для різних значень D_1/D_2

Висновки. Проведено розрахунок на міцність інженерної конструкції, а саме: фрагмент плитової основи під фарбувальний цех кузовів автобусів корпусу № 8 в рамках проекту реконструкції з розширенням ВАТ "ЛуАЗ" під виробництво автобусів. Геометричні та механічні дані конструкції вибрані згідно норми. Виконаний розрахунок фрагменту плитової основи під фарбувальний цех на пружній основі під дією складного навантаження свідчить, що аналізована конструкція відповідає вимогам міцності та надійності розглянутого об'єкта. Досліджено вплив об'ємного вмісту стрижнів і ступеня ортотропії матеріалу на граничний стан конструкції.

1. Марчук А.В. К расчету неоднородных плит на упругом полупространстве / А.В. Марчук, В.Г. Пискунов // Прикл. механика. – 2002. – 30, № 1. – С. 88–94.
2. Skibicki D., Nowicki K. Metody numeryczne w budowie maszyn / D. Skibicki, K. Nowicki // Wydawnictwa Uczelniane Akademii Techniczno – Rolniczej w Bydgoszczy, 2006.
3. Алейников С.М. Метод граничных элементов в контактных задачах для упругих пространственно неоднородных оснований / С.М. Алейников. – М.: Изд-во "АСВ", 2000. – 754 с.
4. Моргун А.С. Моделирование эффекта взаимодействия системы «будівля–фундамент–основа» числовым методом граничных элементов: Монографія / А.С. Моргун, І.М. Меть, А.В. Ніцевич. – Вінниця : ВНТУ, 2010. – 132 с.
5. Цихановський В.К. Розрахунок на міцність аеродромних покриттів від впливу великофюзеляжного повітряного судна / В.К. Цихановський, С.М. Талах, Н.Л. Трушківська // ISSN 1813-1166. Вісник НАУ. – 2009. – № 3.
6. Wang Jianguo. Fundamental solution and boundary integral equation methods for thick plates on elastic foundation / Wang Jianguo, Huang Maoguang // China Civ. Eng. J. – 1995. – 28, № 2. – P. 3–10.
7. Крюков М.М. Розв'язання крайових задач теорії косокутних ортотропних пластин із застосуванням сплайн-функцій / М.М. Крюков, Н.С. Яковенко // Доп. НАН України. – 2004. – №9. – С. 44–49.
8. Здолбіцька Н.В., Делявський М.В. Розрахунок Г-подібної плити на пружній основі Вінклера. / Н.В. Здолбіцька, М.В. Делявський // Проблеми обчислювальної механіки і міцності конструкцій: збірник наукових праць / Дніпропетровський національний університет. – Дніпропетровськ: Ліра, 2011. – Вип. 15. – 100–106 с.
9. Huber M.T. Die Grundlagen einer rationellen Berechnung der Eisenbetonplatten / M.T. Huber Zeitschr. Der Österr. Ing. u. Archit. Vereins, 1914. – 557.