

УДК 629.113

В.Р.Карпенко, О.В.Приймак, В.І.Павлюк

Луцький національний технічний університет

ТРАЄКТОРІЇ НЕУСТАЛЕНОГО КРИВОЛІНІЙНОГО РУХУ АВТОМОБІЛЯ

Проаналізовано графоаналітично можливість використання клотоїди для апроксимації траєкторії неусталеного криволінійного руху під час маневрування автомобіля.

Ключові слова: маневрування, траєкторія, перехідна крива, відхилення, координати.

Постановка проблеми. Неусталений криволінійний рух автомобіля характеризується переходом від прямолінійного руху у криволінійний і навпаки. Це в свою чергу супроводжується зміною кута повороту керованих коліс відносно їх початкового положення. Вивчення закону керування автомобілем під час маневрування дає можливість прогнозувати його поведінку викликану реакцією на керуючі дії. Така інформація використовується при розробці алгоритмів роботи електронних систем конструкційної безпеки.

На визначення траєкторії руху автомобіля при маневруванні впливають різноманітні фактори, в тому числі дорожні умови та обстановка, а також оцінка їх водієм. В реальних дорожніх умовах траєкторія руху автомобіля під час маневрування визначена безпечним динамічним коридором для руху транспортного засобу. Володіючи інформацією про межі такого коридору може бути отримана траєкторія руху наближена за даних умов до дійсної.

Аналіз досліджень і публікацій. В загальному випадку траєкторія такого руху може бути подана сукупністю криволінійних ділянок. Для цього за допомогою графоаналітичних методів здійснюється апроксимація криволінійних ділянок більш простими елементами в тому числі і перехідними кривими [1,2,3]. Визначення параметрів криволінійних ділянок зводиться до аналізу та обробки графічної моделі елемента траєкторії. Застосування сучасного програмного забезпечення ЕОМ значно спрощує і уточнює цей процес. Дорожні умови, психофізіологічний стан водія, вид маневрування визначають тип перехідної кривої, траєкторією якої здійснюється слідування автомобіля. Доцільно припустити, що в стандартній ситуації водій намагається повертати кермо таким чином, щоб отримати дзеркально подібні траєкторії вхідних та вихідних перехідних кривих [1,4] (рис.1).

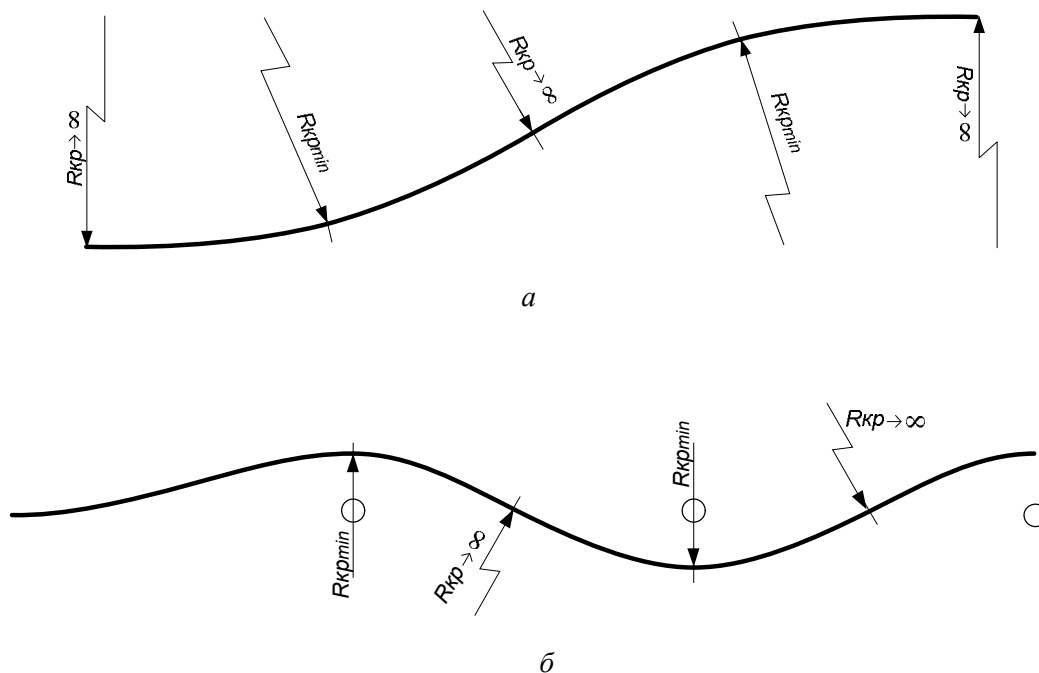


Рис. 1. Схема маневрів: а – переставка; б – рух «змійкою».

Ціль статті (постановка завдання). Зважаючи на рівномірність зміни радіуса кривини траєкторії притаманної для клотоїдних кривих доцільно визначити можливість їх застосування для визначення траєкторії маневрування транспортного засобу.

Матеріали і результати дослідження. Для графоаналітичного порівняння було вибрано три види найбільш поширених перехідних кривих клотоїду, синусоїду і лемніскату Бернуллі.

Порівняння полягало у отриманні відхилення ординат точок M_i різних кривих, при заданих значеннях абсцис, визначених у відповідних системах координат $x_c o y_c, x_k o y_k, x_l o y_l$ (рисунок 2).

Дані перехідні криві мають спільний початок в точці O (радіус кривини $R_{кр}=\infty$) і проходять через деяку точку P (з мінімальним радіусом кривини $R_{кр\min}$). За обмеження на побудову траєкторій прийнято півперіод OB і амплітуду синусоїди PD , за змінні вхідні параметри дослідження взято довжину траєкторії клотоїди $s_k - \check{O}M$, тобто довжина дуги змінюється в межах: $0 \leq s_k(\check{O}M) \leq L_k(\check{O}P)$.

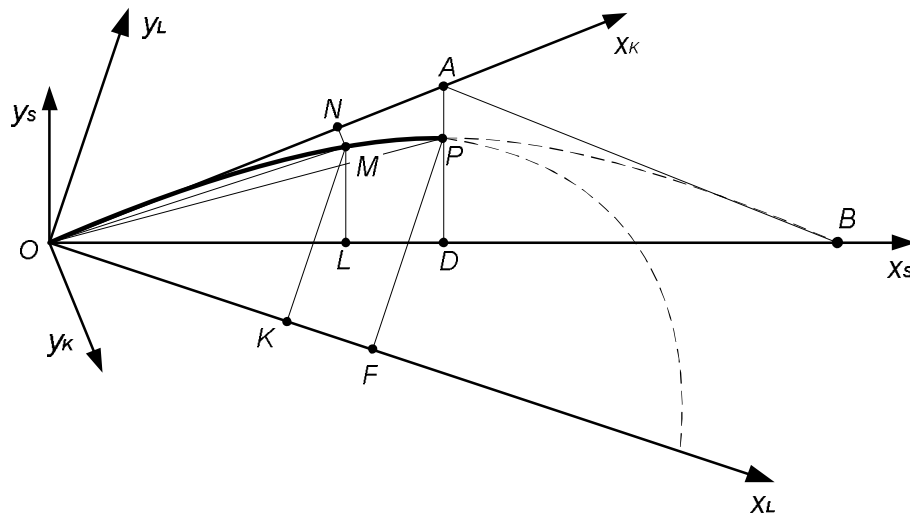


Рис. 2. Схема до визначення координат перехідних кривих.

Для визначення параметра клотоїди C_k та її довжини L_k , використано таблиці проектування і розбивки клотоїд [5]. Для цього необхідно визначити відповідні значення кута β_D та бісектриси $AP = AD - PD$.

Із властивостей синусоїди кут β_D визначиться з виразу

$$\beta_D = \angle AOD = \arctg\left(PD \frac{\pi}{OB}\right), \quad (1)$$

а відрізок AD з властивостей прямокутних трикутників

$$AD = \tan(\angle AOD) \cdot OD = \tan(\angle AOD) \cdot \frac{OB}{2} \quad (2)$$

Координати точки M в системі координат $x_k o y_k$ визначаються з виразів:

$$\begin{aligned} x_k = ON &= s_k - \frac{s_k^5}{40C_k^2} + \frac{s_k^9}{3456C_k^4}, \\ y_k = NM &= \frac{s_k^3}{6C_k} - \frac{s_k^7}{336C_k^3} + \frac{s_k^{11}}{42240C_k^5} \end{aligned} \quad (3)$$

Радіус вектор $\rho = OM$ перехідної кривої

$$OM = \sqrt{ON^2 + NM^2} \quad (4)$$

Для того щоб отримати ординату y_c , необхідно перейти в систему координат $x_c o y_c$, для цього визначається абсциса x_c

$$x_c = OL = OM \cdot \cos(\angle MOL), \quad (5)$$

де

$$\angle MOL = \angle AOD - \angle NOM = \angle AOD - \arctan\left(\frac{NM}{ON}\right). \quad (6)$$

Аналогічно абсцисі x_c , ордината y'_c точки M перехідної кривої визначеної за параметрами клотоїди, в системі координат $x_c o y_c$

$$y'_c = LM = OM \cdot \sin(\angle MOL) \quad (7)$$

З іншої сторони, ордината y_c точки M перехідної кривої визначеної з рівняння синусоїди, в системі координат $x_c o y_c$

$$y_c = LM = PD \cdot \sin\left(\frac{\pi}{OB} \cdot OL\right) \quad (8)$$

Відхилення ординат точок M_i перехідної кривої визначеної за параметрами клотоїди і синусоїди, в системі координат $x_c o y_c$ становитиме

$$\Delta y_c = \frac{y_c - y'_c}{y_c} \cdot 100\%. \quad (9)$$

Аналогічно проводиться порівняльний аналіз клотоїди і лемніскати.

Взаємне положення координатних осей впливає з властивостей лемніскати Бернуллі, а саме $\angle AOF = 45^\circ$.

Для лемніскати, аналогічно як і для синусоїди:

$$\begin{aligned} x_n &= OK = OM \cdot \cos(\angle MOK); \\ y'_n &= KM = OM \cdot \sin(\angle MOK) \end{aligned} \quad (10)$$

де $\angle MOK = \angle AOF - \angle NOM$

Оскільки лемніската проходить через точку P , отже параметр кривої C_n визначиться з виразу [6]:

$$C_n = \sqrt{\frac{(X_n^2 + Y_n^2)^2}{2(X_n^2 - Y_n^2)}}, \quad (11)$$

де X_l, Y_l – координати точки P лемніскати визначені в системі координат x_l, o, y_l .

Таким чином, маючи значення сталої величини C_l , з рівняння лемніскати

$$(x_l^2 + y_l^2)^2 = 2C_l^2(x_l^2 - y_l^2) \tag{12}$$

можна отримати значення ординати y_l точки M_i в системі координат x_l, o, y_l .

Отже, відхилення ординат точок M_i перехідної кривої визначеної за параметрами клотоїди і лемніскати, в системі координат x_l, o, y_l становитиме

$$\Delta y_l = \frac{y_l - y'_l}{y_l} \cdot 100\%. \tag{13}$$

Використовуючи наведені формули проведено аналіз траєкторій руху автомобіля під час виконання маневрів «переставка» та «змійка», на можливість представлення траєкторії маневру сукупністю симетричних клотоїд (рис. 1). Результати розрахунків зведені в таблицю 1.

Таблиця 1.

Відхилення ординат точок M_i перехідних кривих

Відхилення ординат	Види маневрів							
	«змійка» (відстань між фішками 10м)		Переставка 12м		Переставка 20м		Переставка 24м	
	$s_k, м$	$L_k=5,15м;$ $C_k=38,60м^2$	$s_k, м$	$L_k=4,14м;$ $C_k=38,60м^2$	$s_k, м$	$L_k=6,09м;$ $C_k=128,70м^2$	$s_k, м$	$L_k=7,06м;$ $C_k=201,38м^2$
$\Delta y_l, \%$	1,03	-0,3	0,83	0,0	1,22	0,0	1,42	0,0
	2,06	0,0	1,66	-0,1	2,44	-0,1	2,83	0,5
	3,09	0,4	2,49	-0,3	3,66	-0,2	4,25	1,4
	4,12	-0,3	3,31	-0,4	4,88	-0,4	5,67	0,1
	5,15	-0,2	4,14	-0,6	6,09	-0,8	7,08	-0,4
$\Delta y_c, \%$	1,03	-0,1	0,83	-0,2	1,22	-0,3	1,42	-0,3
	2,06	-0,4	1,66	-0,8	2,44	-1,1	2,83	-1,1
	3,09	-1,0	2,49	-1,7	3,66	-2,3	4,25	-2,3
	4,12	-1,8	3,31	-2,6	4,88	-3,7	5,67	-3,6
	5,15	-2,2	4,14	-2,8	6,09	-4,5	7,08	-4,3

Максимальне відхилення ординат кривих для різних випадків маневрування становить 4,5%. Тому під час математичного моделювання неусталеного криволінійного руху автомобіля, з деяким наближенням, перехідні криві можуть бути представлені клотоїдами (рис.1,2), з різними параметрами.

$$R_{kpi} = \frac{C_k}{s_{ki}} \tag{14}$$

де R_{kpi} - радіус кривини у деякій точці;

C_k - постійна величина кривої;

s_{ki} - віддаль від початку перехідної кривої до відповідної точки.

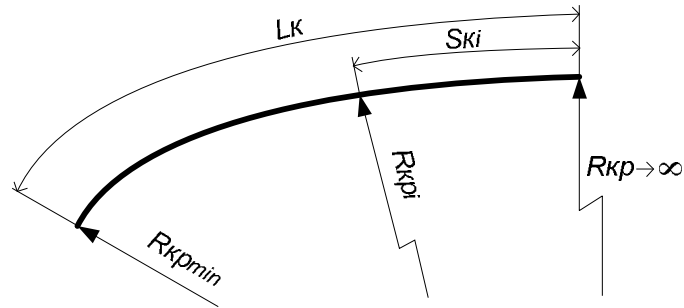


Рис. 3. До визначення параметрів клотоїди.

Висновки. На основі проведених розрахунків, для даних параметрів криволінійних траєкторій, відхилення Δu_c становить близько 5%, величина Δu_d також не перевищувала цього значення. Тому під час математичного моделювання неусталеного руху автомобіля, з деяким наближенням, перехідні криві можуть бути представлені клотоїдами з різними параметрами.

1. Закин Я.Х. Маневренность автомобиля и автопоезда. – М.: Транспорт, 1986. – 136с.
2. В.Ф. Бабков. Современные автомобильные магистрали. Изд. 2-е, перераб. и доп. Изд-во «Транспорт», 1974, стр. 1-280.
3. О.А. Білятинський В.П. Старовойда. Новый тип переходной кривой – кадїоїда // Автошляховик України. – 2003. – № 4. – С. 38-40.
4. Павлюк В.І. Моделювання неусталеного криволінійного руху автомобіля // Наукові нотатки. – Луцьк ЛНТУ, 2010. – Випуск 28. – С.374-379.
5. Таблицы для проектирования и разбивки клотоидной трассы автомобильных дорог. Ксеноходов В.И. Изд-во «Транспорт». 1969. – 301 с.
6. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1967. – 608 с. ил.