

УДК 629.113

Л.Д.Величко, О.С.Петрученко, А.О.Дзюба
Академія сухопутних військ імені гетьмана П. Сагайдачного.
**ОЦІНКА ВПЛИВУ ХАРАКТЕРИСТИК ПІДПРУЖИНЕННЯ
НА КОЛИВАННЯ ВСТАНОВЛЕНИХ НА ТРАНСПОРТНІ ЗАСОБИ ОБ'ЄКТІВ**

Розглядається вплив системи підресорювання та спеціального амортизаційного пристрою на коливальні процеси, які виникають у наслідок руху транспортного засобу (ТЗ) пересіченою місцевістю. Отримано систему диференціальних рівнянь другого порядку, які описують рух вказаної механічної системи. За фізично обґрунтованих припущень, встановлено характеристики підвіски та спеціального амортизаційного пристрою для підпружинення вантажу встановленого на корпусі ТЗ.

Ключові слова: підвіска, коливання підресореної частини, плавність руху, система підпружинення.

Рис 2. Форм 25. Літ 4

**ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ХАРАКТЕРИСТИК ПОДПРУЖИЕНИЯ НА КОЛЕБАНИЯ
УСТАНОВЛЕННЫХ НА ТРАНСПОРТНЫЕ СРЕДСТВА ОБЪЕКТОВ**

Рассматривается влияние системы поддресоривания и специального амортизационного устройства на колебательные процессы, возникающие вследствие движения транспортного средства (ТС) по пересеченной местности. Получена система дифференциальных уравнений второго порядка, описывающих движение указанной механической системы. По физически обоснованным предположениям, установлено характеристики подвески и специального амортизационного устройства подпружиненного груза, установленного на корпусе ТС.

Ключевые слова: подвеска, колебания поддресоренной части, плавность движения, система подпружинения.

**ASSESSING THE IMPACT OF CHARACTERISTICS PIDPRUZHYNENNYA
FLUCTUATIONS INSTALLED ON VEHICLES OBJECTS**

The impact of the depreciation of suspension and special device for oscillatory processes that occur as a result of the vehicle (TV) rough terrain. The system of second order differential equations that describe the movement of specified mechanical system. For physically reasonable assumptions, set the suspension characteristics and special depreciation pidpruzhynennya device for load mounted on the vehicle chassis.

Keywords: suspension, fluctuations sprung parts, smooth movement, pidpruzhynennya system.

Актуальність досліджень та огляд основних результатів.

У деяких галузях виробничої діяльності виникає потреба перевезення віброчутливого вантажу на ТЗ по дорожньому покриттю складного профілю чи бездоріжжю. Внаслідок цього може виникнути пошкодження вантажу спричинене динамічними навантаженнями. При перевезенні людей по покриттю складного профілю корпус автомобіля буде зазнавати значних коливань, що викличе дискомфорт у людей. Наведене ставить певні вимоги до конструкції та характеристик системи підресорювання ТЗ та спеціального амортизаційного пристрою встановленого на корпусі автомобіля спеціального призначення.

Питанням динаміки колісних транспортних засобів (КТЗ) присвячена ціла низка праць [1-3]. Однак, питанням захисту віброчутливих вантажів, які транспортуються приділено значно менше уваги. У роботі пропонується дослідження сумісного впливу системи підресорювання ТЗ та спеціального амортизаційного пристрою на коливні процеси об'єкту, за умови руху КТМ по пересіченій місцевості. Використовуючи фізично обґрунтовані припущення, щодо характеристик підвіски та системи спеціального амортизаційного пристрою отримано: залежності, які є базовими для визначення власних частот коливань корпусу та об'єкту, як функцію характеристик підвіски та системи підпружинення, демпферних пристроїв та ін.

Постановка задачі. Для отримання диференціальних рівнянь руху ТЗ із встановленим на ньому об'єкту вказану систему моделюватимемо як багато масову систему. Приймається, що її рух відбувається у вертикальній площині. (рис.1).

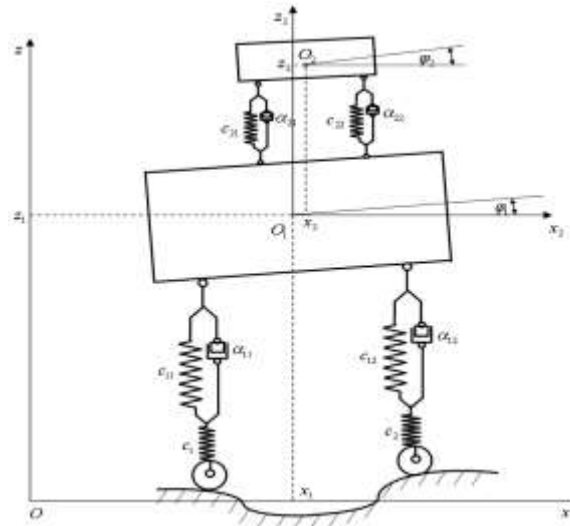


Рис. 1. Загальна розрахункова схема

Для побудови математичної моделі механічної системи, котра має п'ять ступенів вільності, введемо нерухому систему координат Oxz і рухому – $O_1x_2z_2$ з початком координат точки O_1 в центрі мас корпусу. За узагальнені координати виберемо: $x_1(t)$ – координати центру мас корпусу відносно нерухомої системи координат; $z_1(t)$ – координата відхилення центру мас корпусу відносно осі Oz від його рівноважного положення в довільний момент часу; $\varphi_1(t)$ – кут відхилення від рівноважного положення корпусу в довільний момент часу; $x_2(t)$ та $z_2(t)$ – координати центру мас вантажу відносно рухомої системи координат; $\varphi_2(t)$ – кут відхилення від рівноважного положення вантажу в довільний момент часу.

Для отримання диференціальних рівнянь, котрі описують сумісний рух ТЗ з встановленому на ньому об'єкту, використаємо рівняння Лагранжа другого роду [4]:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad (1)$$

де: T – кінетична енергія механічної системи; t – час; $\dot{q}_i(t)$ – узагальнена швидкість, $q_i(t)$ – узагальнена координата, Q_i – узагальнена сила по координаті q_i .

В такому разі кінетична енергія механічної системи визначається відповідно до

$$T = 4T_{\text{кол}} + T_{\text{корп}} + T_{\text{вант}}, \quad (2)$$

де $T_{\text{кол}}$ – кінетична енергія колеса, $T_{\text{корп}}$ – кінетична енергія корпусу, $T_{\text{вант}}$ – кінетична енергія вантажу. Оскільки колесо рухається у вертикальній площині (рис.2) його кінетична енергія визначається з допомогою формули

$$T_{\text{кол}} = \frac{m_{\text{кол}} V_{\text{кол}}^2}{2} + \frac{I_{\text{кол}} \omega_{\text{кол}}^2}{2}, \quad (3)$$

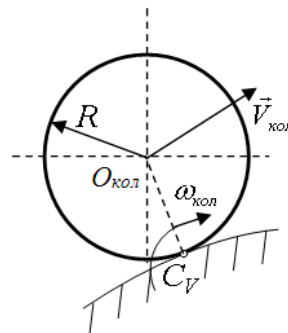


Рис. 2. Схема кінематичних характеристик колеса

В останній залежності $m_{\text{кол}}$ – маса колеса, $V_{\text{кол}}$ – швидкість центру мас колеса. Вважається, що маса колеса рівномірно розподілена по площі, тому момент інерції його рівний $I_{\text{кол}} = 0,5m_{\text{кол}}R^2$. Кутова ж його швидкість визначається відповідно до формули $\omega_{\text{кол}} = V_{\text{кол}}R^{-1}$. Таким чином, кінетична енергія колеса рівна

$$T_{\text{кол}} = \frac{3m_{\text{кол}}V_{\text{кол}}^2}{4}. \quad (4)$$

Корпус ТЗ здійснює плоский рух, а тому кінетична енергія його рівна

$$T_{\text{корп}} = \frac{m_{\text{корп}}(\dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2)}{2} + \frac{I_{\text{корп}}\dot{\phi}_1^2}{2}. \quad (5)$$

де $m_{\text{корп}}$ – маса корпусу, $\vec{V}_{\text{корп}} = \dot{x}_1(t)\vec{i} + \dot{z}_1(t)\vec{k}$ – швидкість центру мас корпусу (т. O_1 з координатами $x_1(t), z_1(t)$), $I_{\text{корп}}$ – момент інерції корпусу відносно його центру мас, $\omega_{\text{корп}}(t) = \dot{\phi}_1(t)$ – кутова швидкість корпусу.

Кінетичну енергію вантажу визначаємо використовуючи формулу

$$T_{\text{вант}} = \frac{m_{\text{вант}}V_{\text{вант}}^2}{2} + \frac{I_{\text{вант}}\omega_{\text{вант}}^2}{2}, \quad (6)$$

де $m_{\text{вант}}$, $V_{\text{вант}}$, $I_{\text{вант}}$ – відповідно маса та абсолютна швидкість центру мас, момент інерції вантажу відносно його центру мас підпружиненого об'єкту, а $\omega_{\text{вант}} = \dot{\phi}_2(t)$ – його кутова швидкість.

Абсолютну швидкість центру мас вантажу O_2 визначаємо враховуючи те, що координати точки O_2 відносно нерухомої системи координат Oxz дорівнюють $x_{O_2} = x_1 + x_2$ і $z_{O_2} = z_1 + z_2$. Отже, квадрат абсолютної швидкості центру мас вантажу рівний

$$V_{\text{вант}}^2 = (\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t))^2 + (\dot{z}_1(t) + \dot{z}_2(t))^2.$$

Враховуючи вказане, отримаємо, що кінетична енергія вантажу рівна

$$T_{\text{вант}} = \frac{m_{\text{вант}}((\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t))^2 + (\dot{z}_1(t) + \dot{z}_2(t))^2)}{2} + \frac{I_{\text{вант}}\dot{\phi}_2^2}{2}. \quad (7)$$

Очевидно, що швидкість центру мас колеса дорівнює швидкості центру мас корпусу, тобто $V_{\text{кол}}^2 = (\dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2)$. Таким чином, кінетична енергія механічної системи дорівнює

$$T = 3m_{\text{кол}}(\dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2) + \frac{m_{\text{корп}}(\dot{x}_1^2 + \dot{z}_1^2)}{2} + \frac{I_{\text{корп}}\dot{\phi}_1^2}{2} + \frac{m_{\text{вант}}((\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t))^2 + (\dot{z}_1(t) + \dot{z}_2(t))^2)}{2} + \frac{I_{\text{вант}}\dot{\phi}_2^2}{2}. \quad (8)$$

Наведене співвідношення дозволяє отримати залежності

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} &= 3m_{\text{кол}} \cdot 2\dot{x}_1 + 0,5m_{\text{корп}} \cdot 2\dot{x}_1 + 0,5m_{\text{вант}} \cdot 2(\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)), \\ \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_1} &= 3m_{\text{кол}} \cdot 2\dot{z}_1 + 0,5m_{\text{корп}} \cdot 2\dot{z}_1 + 0,5m_{\text{вант}} \cdot 2(\dot{z}_1(t) + \dot{z}_2(t)), \end{aligned} \quad (9)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_1} = 0,5I_{\text{корп}} \cdot 2\dot{\phi}_1, \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} = 0,5m_{\text{вант}} \cdot 2(\dot{x}_1(t) + \dot{x}_2(t)),$$

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_2} = 0,5m_{\text{вант}} \cdot 2(\dot{z}_1(t) + \dot{z}_2(t)), \quad \frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_2} = 0,5I_{\text{вант}} \cdot 2\dot{\phi}_2.$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_1} \right) = 6m_{\text{кол}}\ddot{x}_1 + m_{\text{корп}}\ddot{x}_1 + m_{\text{вант}}(\ddot{x}_1(t) + \ddot{x}_2(t)),$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_1} \right) = 6m_{\text{кол}} \ddot{z}_1 + m_{\text{корп}} \ddot{z}_1 + m_{\text{вант}} (\ddot{z}_1(t) + \ddot{z}_2(t)),$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_1} \right) = I_{\text{корп}} \ddot{\phi}_1, \quad \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{\phi}_2} \right) = I_{\text{вант}} \ddot{\phi}_2 \quad (10)$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{x}_2} \right) = m_{\text{вант}} (\ddot{x}_1(t) + \ddot{x}_2(t)),$$

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{z}_2} \right) = m_{\text{вант}} (\ddot{z}_1(t) + \ddot{z}_2(t)).$$

На систему корпус – об’єкт, що транспортується діють такі зовнішні сили:

- вага корпусу та об’єкту, який транспортується ($m_{\text{корп}}g, m_{\text{вант}}g$)
 - сила опору повітря $R_{\text{опир}} = cs\rho V^2$, де c – коефіцієнт який враховує аеродинамічні властивості конструкції ТЗ, s – максимальна площа поперечного перерізу ТЗ, ρ – питома густина повітря, V – швидкість ТЗ;
 - пружні сили, які виникають в передній і задній нижніх пружинах.
- Вони описуються відповідно залежностями

$$F_{11} = c_{11}(z_1 - \delta_{11cm} - \phi_1 l_{11} - z_n). \quad (11)$$

$$F_{12} = c_{12}(z_1 - \delta_{12cm} + \phi_1 l_{12} - z_n). \quad (12)$$

де $\delta_{11cm}, \delta_{12cm}$ – статична деформація пружини внаслідок дії частини ваги корпусу і вантажу; $\phi_1 l_{11}, \phi_1 l_{12}$ – деформації пружини внаслідок відхилення корпусу від його рівноважного положення на кут ϕ_1 ; l_{11}, l_{12} – модулі величини різниці координат відносно осі абсцис центру мас корпусу і заднього демпфера та переднього; z_n, z_n – величини стиску пружини обумовлених нерівністю дорожнього покриття; z_1 – приріст координати центру мас корпусу відносно осі аплікату.

На колеса діють наступні силові чинники: $P_{\text{кол}} = m_{\text{кол}}g$ – вага колеса, \vec{N} – нормальна реакція дорожнього покриття, $F_{\text{тертя}} = f \cdot N$ – сила тертя ковзання, (f – коефіцієнт тертя ковзання між протектором колеса і дорожнім покриттям), $M_{\text{двиг}}$ – приведений привідний момент, $M_{\text{кочення}} = f_{\text{кочення}} \cdot N$ – момент сил тертя кочення ($f_{\text{кочення}}$ – коефіцієнт тертя кочення).

Наведене, у сукупності, дозволяє отримати узагальнені сили, які відповідають прийнятим узагальненим координатам

$$Q_{x1} = -cs\rho V^2 + c_{11}(z_1 - \delta_{11cm} - \phi_1 l_{11} - z_n) a \omega \cos \omega(x - l_{11}) + c_{12}(z_1 - \delta_{12cm} + \phi_1 l_{12} - z_n) a \omega \cos \omega(x + l_{12}) + \frac{M_{\text{двиг}}}{R} - \frac{M_{\text{кочення}}}{R}. \quad (13)$$

$$Q_{x2} = -R_{\text{новим}}. \quad (14)$$

$$Q_{z1} = -c_{11}(z_1 - \delta_{11cm} - \phi_1 l_{11} - z_n) - c_{12}(z_1 - \delta_{12cm} + \phi_1 l_{12} - z_n) - P_{\text{корп}} + c_{21}(z_2 - \delta_{21cm} - \phi_2 l_{21} + \phi_1 l_{21} - z_1) + c_{22}(z_2 - \delta_{22cm} + \phi_2 l_{22} - \phi_1 l_{22} - z_1), \quad (15)$$

$$Q_{z2} = -c_{21}(z_2 - \delta_{21cm} - \phi_2 l_{21} + \phi_1 l_{21} - z_1) - c_{22}(z_2 - \delta_{22cm} - \phi_1 l_{22} + \phi_2 l_{22} - z_1) - P_{\text{вант}}. \quad (16)$$

$$Q_{\phi_1} = c_{11}(z_1 - \delta_{11cm} - \phi_1 l_{11} - z_n) l_{11} - c_{12}(z_1 - \delta_{12cm} + \phi_1 l_{12} - z_n) l_{12} + c_{21}(z_2 - \delta_{21cm} + \phi_1 l_{21} - \phi_2 l_{21} - z_1) l_{21} - c_{22}(z_2 - \delta_{22cm} + \phi_2 l_{22} - \phi_1 l_{22} - z_1) l_{22}, \quad (17)$$

$$Q_{\phi_2} = c_{21}(z_2 - \delta_{21cm} - \phi_2 l_{21} + \phi_1 l_{21} - z_1) l_{21} - c_{22}(z_2 - \delta_{22cm} - \phi_1 l_{22} + \phi_2 l_{22} - z_1) l_{22}. \quad (18)$$

та диференціальні рівняння, які описують рух досліджуваного об’єкту

$$6m_{\text{кол}} \ddot{x}_1 + m_{\text{кыз}} \ddot{x}_1 + m_{\text{вант}} (\ddot{x}_1(t) + \ddot{x}_2(t)) = -cs\rho V^2 + c_{11}(z_1 - \phi_1 l_{11} - a \sin \omega(x_1 - l_{11})) a \omega \cos \omega(x - l_{11}) +$$

$$+ c_{12}(z_1 + \varphi_1 l_{12} - a \sin \omega(x_1 + l_{12}))a \omega \cos \omega(x + l_{12}) + \frac{M_{\text{двиг}}}{R} - \frac{M_{\text{кочення}}}{R}; \quad (19)$$

$$\begin{aligned} & 6m_{\text{кол}} \ddot{z}_1 + m_{\text{квз}} \ddot{z}_1 + m_{\text{вант}} (\ddot{z}_1(t) + \ddot{z}_2(t)) = \\ & = -c_{11}(z_1 - \varphi_1 l_{11} - a \sin \omega(x_1 - l_{11})) - c_{12}(z_1 + \varphi_1 l_{12} - a \sin \omega(x_1 + l_{12})) + \\ & \quad + c_{21}(z_2 - \varphi_2 l_{21} + \varphi_1 l_{21} - z_1) + c_{22}(z_2 + \varphi_2 l_{22} - \varphi_1 l_{22} - z_1) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} I_{\text{корп}} \ddot{\varphi}_1 = & c_{11}(z_1 - \varphi_1 l_{11} - a \sin \omega(x_1 - l_{11}))l_{11} - c_{12}(z_1 + \varphi_1 l_{12} - a \sin \omega(x_1 + l_{12}))l_{12} + \\ & + c_{21}(z_2 - \varphi_2 l_{21} + \varphi_1 l_{21} - z_1)l_{21} - c_{22}(z_2 + \varphi_2 l_{22} - \varphi_1 l_{22} - z_1)l_{22}; \end{aligned} \quad (21)$$

$$m_{\text{вант}} (\ddot{x}_1(t) + \ddot{x}_2(t)) = -R_{\text{повит}}; \quad (22)$$

$$\begin{aligned} m_{\text{вант}} (\ddot{z}_1(t) + \ddot{z}_2(t)) = & -c_{21}(z_2 - \varphi_2 l_{21} + \varphi_1 l_{21} - z_1) - \\ & - c_{22}(z_2 - \varphi_1 l_{22} + \varphi_2 l_{22} - z_1); \end{aligned} \quad (23)$$

$$I_{\text{вант}} \ddot{\varphi}_2 = c_{21}(z_2 - \varphi_2 l_{21} + \varphi_1 l_{21} - z_1)l_{21} - c_{22}(z_2 - \varphi_1 l_{22} + \varphi_2 l_{22} - z_1)l_{22}. \quad (24)$$

Отримані рівняння є базою для визначення власних частот коливань (вертикальних і поздовжньо-кутових). Зокрема для вертикальних $\varphi_1(t) \equiv 0$; $\varphi_2(t) \equiv 0$ вони трансформуються до вигляду:

$$A\omega^4 - B\omega^2 + C = 0 \quad (25)$$

$$\text{Де } A = (-m_{\text{вант}} m_{\text{корп}} + m_{\text{вант}} - c_{12} m_{\text{вант}} - m_{\text{вант}}^2)$$

$$B = (m_{\text{корп}} c_{21} - m_{\text{корп}} c_{22} - 3c_{21} m_{\text{вант}} - 2m_{\text{вант}} c_{22} + c_{11} m_{\text{вант}} - c_{21} - c_{22})$$

$$C = (c_{11} c_{21} + c_{11} c_{22} + 4c_{21} c_{22} + 2c_{22} c_{22})$$

Таким чином, для забезпечення належного захисту об'єкту від вертикальних коливань жорсткості підпружинення мають задовольнятися умові:

$$B^2 - 4AC > 0$$

$$\frac{B}{2A} - \sqrt{B^2 - 4AC} > 0$$

$$A \neq 1$$

Висновки.

Отримана система нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку є базовою для дослідження динаміки ТЗ та об'єкту встановленого на спеціальному амортизаційному пристрою. Вона враховує як профіль дороги, так і характеристики демпферних пристроїв корпусу ТЗ і спеціального амортизаційного пристрою, на якому розміщено вантаж під час руху КТЗ.

Запропонована модель конструкції ТЗ з спеціально амортизаційним пристроєм дозволяє зменшити амплітуду коливань об'єкту, а значить дозволяють підвищити ефективність виконання його цільового призначення за довільної швидкості руху ТЗ

1. Ротенберг Р.В. Подвеска автомобиля. – М. : Машиностроение, 1972. – 392 с.
2. Яценко Н.Н. Плавность хода грузовых автомобилей / Н.Н. Яценко, О.К. Прутчиков. – М. : Машиностроение, 1969. – 219 с.
3. Обеспечение плавности хода при проектировании легкового автомобиля с учетом влияния потер на трение в подвеске : автореф. дисс. на соискание учен. степени канд. техн. наук. – Тольятти, 2008. – 26 с.
4. Гаральд Гро. Класична механіка / Переклад з нім. Гайда Р., Головач Ю.-Л.:В-во ЛНУ ім. І.Франка, 1999.- 464с.

Стаття надійшла до редакції 05.04.2014.