

М.О. Гандзюк, Е.Л. Селезньов, Д.М. Гандзюк

Луцький національний технічний університет

РОЗРОБКА ПЛОСКОЇ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ РУХУ МОДУЛЬНОГО ТРИЛАНКОВОГО ПРИЧІПНОГО АВТОПОЇЗДА У СКЛАДІ «АВТОМОБІЛЬ-ТЯГАЧ - ДВОВІСНИЙ ПІДКАТНИЙ ВІЗОК З НЕПОВОРОТНИМИ ОСЯМИ (DOLLY) - ТРИВІСНИЙ НАПІВПРИЧІП»

У роботі розроблено плоску математичну модель руху модульного триланкового причіпного автопоїзда, що складається з тривісного автомобіля-тягача, двовісного підкатного візка з неповоротними осями (dolly) і тривісного напівпричіпа. Вона дозволить у теоретичних дослідженнях визначити вплив компоувальної схеми та режимів руху вказаного автопоїзда на його експлуатаційні властивості.

Ключові слова: автопоїзд, модульний триланковий причіпний автопоїзд, компоувальна схема, причіпна ланка, причіп, напівпричіп, підкатний візок, математична модель, експлуатаційні властивості, маневреність.

Н.А Гандзюк., Э.Л. Селезнев, Д.Н. Гандзюк

Луцкий национальный технический университет

РАЗРАБОТКА ПЛОСКОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ МОДУЛЬНОГО ТРЕХЗВЕННОГО ПРИЦЕПНОГО АВТОПОЕЗДА В СОСТАВЕ «АВТОМОБИЛЬ-ТЯГАЧ - ДВУХОСНАЯ ПОДКАТНАЯ ТЕЛЕЖКА С НЕПОВОРОТНЫМИ ОСЯМИ (DOLLY) - ТРЕХОСНЫЙ ПОЛУПРИЦЕП».

В работе разработана плоская математическая модель движения модульного трехзвеного прицепного автопоезда, состоящего из трехосного автомобиля-тягача двухосной подкатной тележки с неповоротными осями (dolly) и трехосного полуприцепа. Она позволит в теоретических исследованиях определять влияние компоновочной схемы и режимов движения указанного автопоезда на его эксплуатационные свойства.

Ключевые слова: автопоезд, модульный трехзвонный прицепной автопоезд, компоновочная схема, прицепное звено, прицеп, полуприцеп, подкатная тележка, математическая модель, эксплуатационные свойства, маневренность.

N. Handziuk, E. Seleznev, D. Handziuk

Lutsk National Technical University

THE DEVELOPMENT OF A FLAT MATHEMATICAL MODEL OF MOTION OF MODULAR THREE-UNIT TRAILER ROAD TRAIN IN THE "CAR-TOWING - DOLLY-AXLE TRUCK WITH FIXED AXLES (DOLLY) - THREE-AXLE SEMI-TRAILER".

In this paper, a flat mathematical model of motion of three-unit modular trailer road train consisting of a three-axle car-truck two-axle tow it is developed truck with fixed axles (dolly) and three-axle semi-trailer. It will allow in theoretical studies to determine the influence of layout scheme and modes of motion of specified train on its performance properties.

Keywords: trailer, modular tree unit, trailer unit, trailer road train, semi-trailer, wheeled carriage, mathematical model, performance properties, maneuverability.

Постановка проблеми. Вирішення проблем, пов'язаних з безпекою руху триланкових автопоїздів не розв'язується тільки застосуванням електронних систем: автоматичного усунення блокування колеса (АБС), системи розподілу гальмівних зусиль (ЕВВ), системи стабілізації руху (ESP), та інших. Такі системи дозволяють значно покращити гальмівні властивості автотранспортних засобів, підвищити стійкість та забезпечити збереження всіх параметрів маневреності триланкового автопоїзда у граничних режимах руху.

Погіршення маневреності автопоїзда може призвести до фатальних наслідків. Тому є необхідність дослідження впливу компоувальних та експлуатаційних факторів на маневреність триланкового автопоїзда.

Вирішення цих проблем неможливе без розробки математичної моделі руху модульного триланкового причіпного автопоїзда.

Аналіз останніх досліджень. Аналіз публікацій показує, що робіт, присвячених дослідженню експлуатаційних властивостей багатоланкових автопоїздів (насамперед, триланкових) порівняно не багато. Так, у роботах [1], [2] розглянуто рух триланкових автопоїздів різних компоувальних схем у різних режимах руху. Дослідженню маневреності та стійкості руху автопоїздів компоувальної схеми «автомобіль-тягач - двовісний підкатний візок - тривісний напівпричіп» присвячені роботи [7], [8].

На сьогодні існує багато конструкцій багатоланкових автопоїздів. На наш погляд компоновальна схема з тривісним напівприцепом, двовісним підкатним візком і тривісним напівприцепом є найбільш універсальною.

Крім того, завдяки введенню у математичну модель сил взаємодії кожного колеса з дорогою, можливо моделювання різних режимів руху автопоїзда (тягового, вільного та гальмівного), а також можливо враховувати вплив перерозподілу мас по осях та між бортами ланок автопоїзда.

Дослідженню експлуатаційних властивостей автопоїздів присвячені роботи Д.О. Антонова, С.С. Атаєва, В.Г. Вербицького, Я.Х. Закіна, Е.М. Ібрагімова, А.П. Колпакова, М.І. Кришеня, Л.Г. Лобаса, М. Мічке, С.Я. Марголіса, В.П. Сахно, Я.Є. Фаробіна, Д.Р. Елліса, а також інших вітчизняних та закордонних вчених. Аналіз публікацій показує, що достатньо добре вивчені закономірності руху дволанкових автопоїздів. Робіт, присвячених дослідженню багатоланкових автопоїздів (насамперед, триланкових) порівняно не багато. Ця тематика почала досліджуватися в останні роки.

При наявності у автопоїзда більше трьох ланок суттєво ускладнюється дослідження руху такого багатоланкового АТЗ з причини необхідності врахування впливу значної кількості факторів на характер руху усіх ланок. Взаємодія сусідніх ланок при русі автопоїзда розповсюджується на весь транспортний засіб і призводить до певних відхилень складових автопоїзда від заданого ведучою ланкою (тягачем) напрямку руху. Враховуючи те, що автопоїзд як АТЗ є засобом підвищеної небезпеки, при вирішенні проблем щодо можливості експлуатації багатоланкових автопоїздів у числі перших слід робити кроки у напрямку теоретичних досліджень їх руху, результати яких будуть підґрунтям для відповіді на багато питань технічного, організаційного, юридичного характеру.

На підставі наведеного компоновальну схему автопоїзда з тривісним автомобілем-тягачем, двовісним підкатним візком і тривісним напівприцепом як універсальну та перспективну (розроблено фірмами «Scania» та «Krone») обрано для дослідження його маневреності, що, насамперед, впливає на безпеку руху.

Мета роботи. Метою дослідження є розробка плоскої математичної моделі руху модульного триланкового причіпного автопоїзда у складі «автомобіль-тягач - двовісний підкатний візок з неповоротними осями (dolly) - тривісний напівпричіп», без якої неможливе подальше дослідження впливу компоновальних та експлуатаційних факторів на маневреність вказаного автопоїзда.

Основна частина. В роботі будемо розробляти плоску математичну модель руху модульного триланкового причіпного автопоїзда у складі «автомобіль-тягач - двовісний підкатний візок з неповоротними осями (dolly) - тривісний напівпричіп», яка б дозволяла у теоретичних дослідженнях визначати вплив компоновальної схеми та режимів руху на його експлуатаційні властивості.

При розробці плоскої математичної моделі руху автопоїзда зазначеної компоновальної схеми прийняті до уваги результати робіт Лобаса Л.Г. [3], [4].

На рисунку 1 наведена розрахункова схема триланкового автопоїзда у складі тривісного автомобіля-тягача, двовісного підкатного візка з неповоротними осями (dolly) і тривісного напівпричепа з усіма неповоротними осями у разі руху на неусталеному повороті.

На схемі та далі у тексті прийняті такі позначення:

θ_0, θ_2 – кути повороту відповідно керованих коліс тягача та поворотної вісі напівпричепа;

ν – курсовий кут ланки;

ω – кутова швидкість ланки;

φ_1, φ_2 – кути складання відповідно підкатного візка та напівпричепа;

C, m, I – центр мас, маса та центральний момент інерції ланки автопоїзда відносно вертикальної осі;

x, y – абсциса та ордината точки C в системі координат $Oxuz$;

v, u – повздовжня та бічна швидкість центра мас ланки;

X_i, Y_i – повздовжня та бічна сила на колесах відповідної ланки автопоїзда.

Геометричні параметри зрозумілі з рисунку.

Індекси: 0, 1, 2 – стосуються відповідно тягача, підкатного візка та напівпричепа.

Параметри з позначкою «штрих» відносяться до коліс правого борту автопоїзда, без такої - до коліс лівого борту.

У наведеній схемі автопоїзд здійснює плоскопаралельний рух. Відомо, що такий рух твердого тіла складається з поступального руху, при якому всі точки тіла рухаються зі швидкістю

полюса, і обертального руху навколо цього полюса. При цьому кутова швидкість не залежить від вибору полюса [5].

Швидкість точки C_0 при плоскопаралельному русі тягача по рухомому базису i_0, j_0 (орти осей x_0, y_0) визначається за формулою

$$v_{C_0} = i_0 v + j_0 u.$$

Складові швидкості центра мас підкатного візка

$$\begin{aligned} v_1 &= v_0 \cos \varphi_1 - (u_0 - \omega_0 (b + c + d)) \sin \varphi_1, \\ u_1 &= v_0 \sin \varphi_1 + (u_0 - \omega_0 (b + c + d)) \cos \varphi_1 - \omega_1 (k + f + e), \end{aligned} \quad (1)$$

де $\omega_0 = \dot{\vartheta}_0$,

$$\omega_1 = \dot{\vartheta}_1 = \omega_0 - \dot{\varphi}_1.$$

Складові швидкості центра мас напівпричепа записані у вигляді

$$\begin{aligned} v_2 &= v_0 \cos(\varphi_2 + \varphi_1) - (u_0 - \omega_0 (b + c + d)) \sin(\varphi_2 + \varphi_1) + \omega_1 (k + f + e - g) \sin \varphi_2, \\ u_2 &= v_0 \sin(\varphi_2 + \varphi_1) + (u_0 - \omega_0 (b + c + d)) \cos(\varphi_2 + \varphi_1) - \omega_1 (k + f + e - g) \cos \varphi_2 - \omega_2 h, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\omega_2 = \dot{\vartheta}_2 = \omega_1 - \dot{\varphi}_2$.

Величини $v, u, \omega, \varphi_1, \varphi_2$ можна визначити з динамічних рівнянь руху автопоїзда, координати центра мас і курсовий кут тягача – за допомогою кінематичних рівнянь

$$\begin{cases} \dot{x} = v_0 \cos \vartheta_0 - u_0 \sin \vartheta_0 \\ \dot{y} = v_0 \sin \vartheta_0 + u_0 \cos \vartheta_0 \\ \dot{\vartheta}_0 = \omega_0 \end{cases} \quad (3)$$

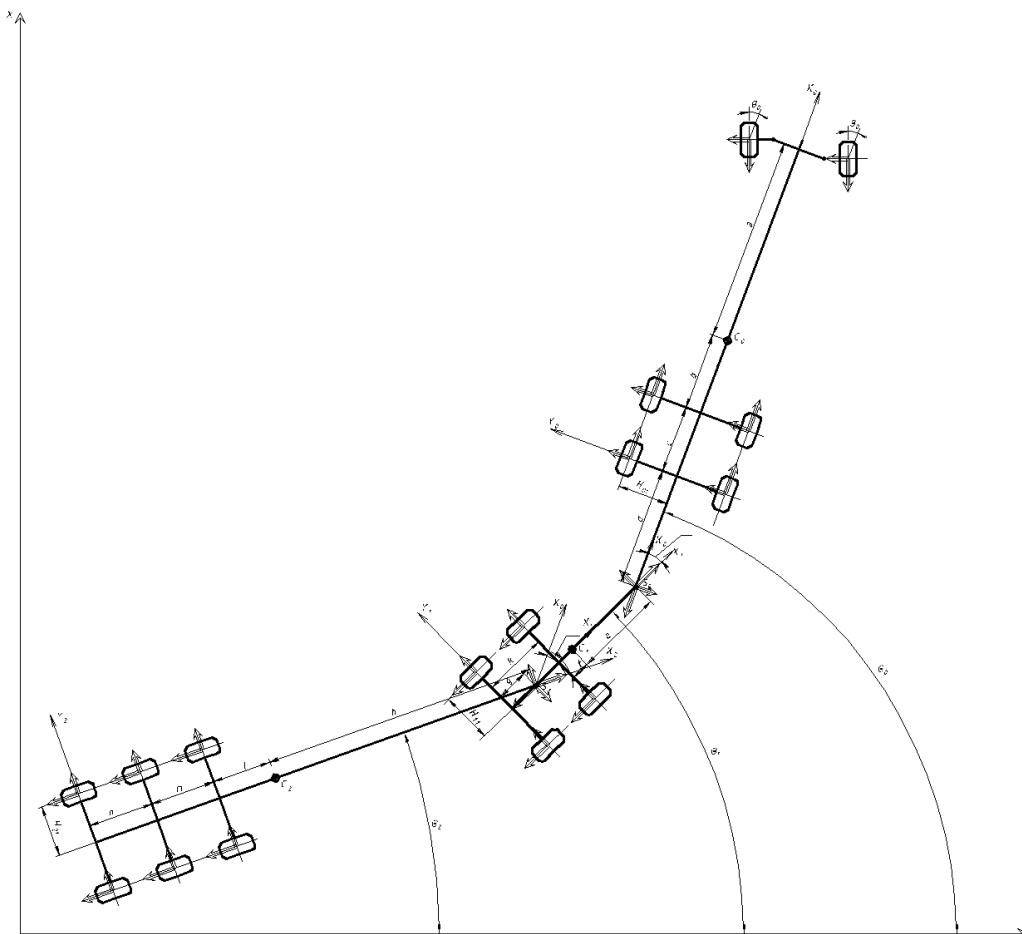


Рис. 1. Розрахункова схема триланкового автопоїзда при русі на неусталеному повороті

Для складання диференціальних рівнянь руху автопоїзда використано метод квазікоординат. Рівняння руху складено відносно величин v, u, ω – параметрів руху тягача на основі теореми про зміну головного вектора сил \vec{K} і головного моменту \vec{G} кількості руху, що виражені через кінетичну енергію T [6]. Перехід до квазішвидкостей дозволяє розділити змінні в даній динамічній системі на дві підсистеми меншої розмірності, які інтегруються послідовно.

$$\begin{cases} K = \text{grad}_{\vec{v}} T \\ G = \text{grad}_{\vec{\omega}} T \end{cases}, \quad \begin{cases} K_i = \frac{\delta T}{\delta v_i} \\ G_i = \frac{\delta T}{\delta \omega_i} \end{cases}, \quad (i=1,2,3),$$

де \vec{v} - абсолютна швидкість,

$\vec{\omega}$ - абсолютна кутова швидкість.

Закон зміни кількості руху та кінетичного моменту в рухомій системі координат записано у вигляді

$$\begin{cases} \frac{d\vec{K}}{dt} + \vec{\omega} \cdot \vec{K} = \vec{F}; \\ \frac{d\vec{G}}{dt} + \vec{\omega} \cdot \vec{G} + \vec{v} \cdot \vec{K} = \vec{M}. \end{cases}$$

Після проектування цих рівнянь на рухомі осі координат з урахуванням плоскопаралельного руху автопоїзда отримано

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta v_0} - \omega_0 \frac{\delta T}{\delta u_0} = F_{x_0} \\ \frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta u_0} + \omega_0 \frac{\delta T}{\delta v_0} = F_{y_0} \\ \frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta \omega_0} + v_0 \frac{\delta T}{\delta u_0} - u_0 \frac{\delta T}{\delta v_0} = M_{\varphi_0} \end{cases}. \quad (4)$$

Для визначення кутів складання причіпних ланок автопоїзда φ_1, φ_2 , які є голономними координатами, достатньо записати рівняння Лагранжа другого роду

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_1} - \frac{\delta T}{\delta \varphi_1} = M_{\varphi_1} \\ \frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_2} - \frac{\delta T}{\delta \varphi_2} = M_{\varphi_2} \end{cases}. \quad (5)$$

Згідно з відомими рекомендаціями [3], [4] після заміни третього рівняння в системі (4) та першого в системі (5) лінійними комбінаціями рівнянь для $\omega, \varphi_1, \varphi_2$, отримано систему рівнянь, що описує рух автопоїзда у загальному вигляді

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta v_0} - \omega_0 \frac{\delta T}{\delta u_0} = F_{x_0} \\ \frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta u_0} + \omega_0 \frac{\delta T}{\delta v_0} = F_{y_0} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \omega_0} + \frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_1} \right) + v_0 \frac{\delta T}{\delta u_0} - u_0 \frac{\delta T}{\delta v_0} - \frac{\delta T}{\delta \varphi_1} = M_{\varphi_0} + M_{\varphi_1}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_1} - \frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\delta T}{\delta \varphi_1} - \frac{\delta T}{\delta \varphi_2} = M_{\varphi_1} - M_{\varphi_2} \\ \frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_2} - \frac{\delta T}{\delta \varphi_2} = M_{\varphi_2} \end{cases}, \quad (6)$$

де F_{x_0}, F_{y_0} - проєкції головного вектора \vec{F} на рухомі осі x_0 та y_0 відповідно,

$M_{\varphi_0}, M_{\varphi_1}, M_{\varphi_2}$ - узагальнені моменти по відповідних координатах:

$$M_{\varphi_0} = \text{mom}_{C_0 z_0} F, \quad M_{\varphi_1} = -\text{mom}_{S_0 z_1} (F_1 + F_2), \quad M_{\varphi_2} = -\text{mom}_{S_1 z_2} F_2.$$

Отримати вирази для сил і моментів, що діють на ланки автопоїзда, стає можливим, якщо розглянути їх відповідні схеми. На рисунку 2, як приклад, наведено схему сил, що діють на осі автомобіля-тягача та підкатного візка. Прийняті позначення подібні позначенням на рисунку 1, а геометричні параметри зрозумілі з рисунку. На рисунку 2 підкатний візок умовно роз'єднаний з тягачем, а їх силова взаємодія відображена реакціями в тягово-зчипному пристрої.

Вирази для сил і моментів, що діють на ланки автопоїзда, записані у вигляді:

$$\begin{aligned} F_{x_0} = & -X_{01} \cos \theta_0 - Y_0 \sin \theta_0 - X'_{01} \cos \theta'_0 - Y'_{01} \sin \theta'_0 - \\ & - (X_{02} + X'_{02}) - (X_{03} + X'_{03}) - \\ & - (X_{11} + X'_{11}) \cos \varphi_1 + (Y_{11} + Y'_{11}) \sin \varphi_1 - \\ & - (X_{12} + X'_{12}) \cos \varphi_1 + (Y_{12} + Y'_{12}) \sin \varphi_1 - \\ & - (X_{21} + X'_{21}) \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (Y_{21} + Y'_{21}) \sin(\varphi_1 + \varphi_2) - \\ & - (X_{22} + X'_{22}) \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (Y_{22} + Y'_{22}) \sin(\varphi_1 + \varphi_2) - \\ & - (X_{23} + X'_{23}) \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (Y_{23} + Y'_{23}) \sin(\varphi_1 + \varphi_2); \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F_{y_0} = & Y_{01} \cos \theta_0 - X_{01} \sin \theta_0 + Y'_{01} \cos \theta'_0 - X'_{01} \sin \theta'_0 + \\ & + (Y_{02} + Y'_{02}) + (Y_{03} + Y'_{03}) + \\ & + (Y_{11} + Y'_{11}) \cos \varphi_1 + (X_{11} + X'_{11}) \sin \varphi_1 + \\ & + (Y_{12} + Y'_{12}) \cos \varphi_1 + (X_{12} + X'_{12}) \sin \varphi_1 + \\ & + (Y_{21} + Y'_{21}) \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (X_{21} + X'_{21}) \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + \\ & + (Y_{22} + Y'_{22}) \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (X_{22} + X'_{22}) \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + \\ & + (Y_{23} + Y'_{23}) \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (X_{23} + X'_{23}) \sin(\varphi_1 + \varphi_2); \end{aligned}$$

$$M_{\varphi_0} + M_{\varphi_1} = \left[\begin{aligned} & (X_{01} - X'_{01}) \varepsilon_0 + (X_{01} \cos \theta_0 - X'_{01} \cos \theta'_0 + Y_{01} \sin \theta_0 - Y'_{01} \sin \theta'_0) H_{01} + \\ & + (Y_{01} \cos \theta_0 - X_{01} \sin \theta_0 + Y'_{01} \cos \theta'_0 - X'_{01} \sin \theta'_0) a + \\ & + (X_{02} - X'_{02} + X_{03} - X'_{03}) H_{02} - (Y_{02} + Y'_{02}) b - (Y_{03} + Y'_{03}) (b + c) + \\ & + (b + c + d) \left[\begin{aligned} & (Y_{11} + Y'_{11}) \cos \varphi_1 + (X_{11} + X'_{11}) \sin \varphi_1 + \\ & (Y_{12} + Y'_{12}) \cos \varphi_1 + (X_{12} + X'_{12}) \sin \varphi_1 + \\ & (Y_{21} + Y'_{21}) \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (X_{21} + X'_{21}) \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + \\ & (Y_{22} + Y'_{22}) \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (X_{22} + X'_{22}) \sin(\varphi_1 + \varphi_2) + \\ & (Y_{23} + Y'_{23}) \cos(\varphi_1 + \varphi_2) + (X_{23} + X'_{23}) \sin(\varphi_1 + \varphi_2) \end{aligned} \right]; \end{aligned} \right.$$

$$M_{\varphi_1} - M_{\varphi_2} = - \left[\begin{aligned} & (X_{11} - X'_{11}) H_{11} - (Y_{11} + Y'_{11}) (f + e) + \\ & (X_{12} - X'_{12}) H_{11} - (Y_{12} + Y'_{12}) (k + f + e) + \\ & + e \left[\begin{aligned} & (Y_{21} + Y'_{21}) \cos \varphi_2 + (X_{21} + X'_{21}) \sin \varphi_2 + \\ & (Y_{22} + Y'_{22}) \cos \varphi_2 + (X_{22} + X'_{22}) \sin \varphi_2 + \\ & (Y_{23} + Y'_{23}) \cos \varphi_2 + (X_{23} + X'_{23}) \sin \varphi_2 \end{aligned} \right]; \end{aligned} \right.$$

$$M_{\varphi_2} = - \left[\begin{aligned} & (X_{21} - X'_{21})H_{21} - (Y_{21} + Y'_{21})(h+l) + (X_{21} - X'_{21})\varepsilon_{21} + \\ & + (X_{22} - X'_{22})H_{21} - (Y_{22} + Y'_{22})(h+l+m) + (X_{22} - X'_{22})\varepsilon_{22} + \\ & + (X_{23} - X'_{23})H_{21} - (Y_{23} + Y'_{23})(h+l+m+n) + (X_{23} - X'_{23})\varepsilon_{23} \end{aligned} \right]. \quad (7)$$

Кінетичну енергію автопоїзда можна представити у вигляді суми кінетичних енергій його ланок

$$T = \sum T_i, \quad (8)$$

де T_i - кінетична енергія ланки автопоїзда, що визначається відомою залежністю

$$T_i = \frac{1}{2} (m_i V_{C_i}^2 + I_i \dot{\varphi}_i^2). \quad (9)$$

Для триланкового автопоїзда рівняння (8) з урахуванням (9) записано

$$T = \frac{1}{2} (m_0 V_{C_0}^2 + I_0 \dot{\varphi}_0^2 + m_1 V_{C_1}^2 + I_1 \dot{\varphi}_1^2 + m_2 V_{C_2}^2 + I_2 \dot{\varphi}_2^2). \quad (10)$$

З огляду на (1) та (2) рівняння (10) приведено до вигляду

$$T = \frac{1}{2} \left[\begin{aligned} & m_0 (v_0^2 + u_0^2) + I_0 \dot{\varphi}_0^2 + \\ & + m_1 \left(\begin{aligned} & (v_0 \cos \varphi_1 - (u_0 - \omega_0 (b+c+d)) \sin \varphi_1)^2 + \\ & + (v_0 \sin \varphi_1 + (u_0 - \omega_0 (b+c+d)) \cos \varphi_1 - \omega_1 (f+e))^2 \end{aligned} \right) + \\ & + I_1 \dot{\varphi}_1^2 + \\ & + m_2 \left(\begin{aligned} & (v_0 \cos(\varphi_2 + \varphi_1) - (u_0 - \omega_0 (b+c+d)) \sin(\varphi_2 + \varphi_1) + \\ & + \omega_1 (k+f+e-g) \sin \varphi_2)^2 + \\ & + (v_0 \sin(\varphi_2 + \varphi_1) + (u_0 - \omega_0 (b+c+d)) \cos(\varphi_2 + \varphi_1) - \\ & - \omega_1 (k+f+e-g) \cos \varphi_2 - \omega_2 h)^2 \end{aligned} \right) + I_2 \dot{\varphi}_2^2 \end{aligned} \right]. \quad (11)$$

З рівнянь (6), (7) та (11) отримують вирази для визначення змінних, що характеризують рух автомобіля-тягача (складових лінійної швидкості v та u , кутової швидкості ω) і причіпних ланок автопоїзда (кутів складання відповідно підкатного візка φ_1 та напівпричепа φ_2). Зазначені вирази разом з системою рівнянь (3) складають математичну модель руху триланкового автопоїзда обраної компоновальної схеми.

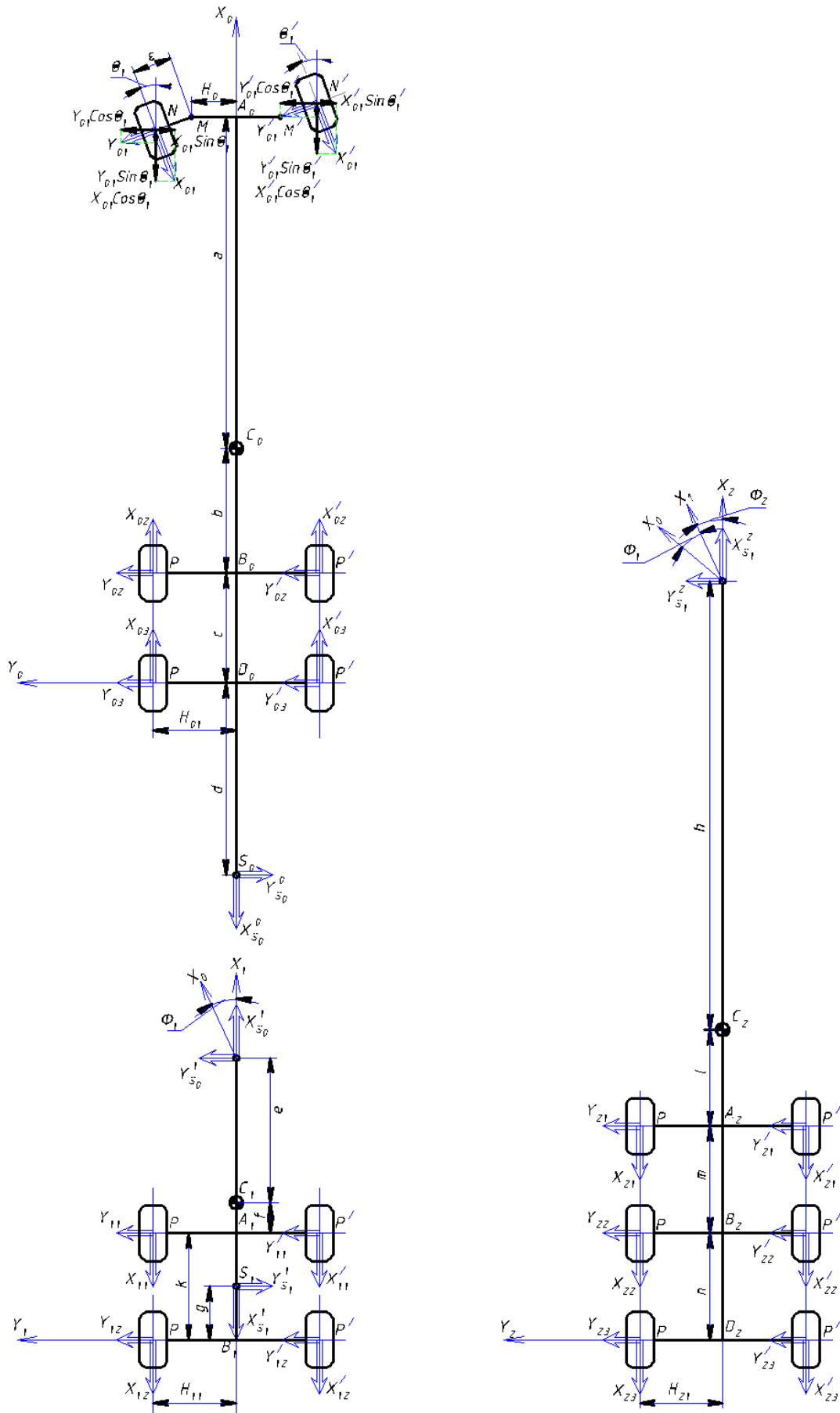


Рис. 2 Схема сил, що діють на осі автомобіля-тягача, підкатного візка та напівпричепа

Диференційні рівняння руху автопоїзда у загальному вигляді для триланкового автопоїзда записані системою диференційних рівнянь (12)

$$\begin{cases} m_0(\dot{v}_0 - \omega_0 u_0) = F_{x_0} \\ m_0(\dot{u}_0 + \omega_0 v_0) = F_{y_0} \\ I_0 \dot{\omega}_0 = M_{c_0} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_1} - \frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\delta T}{\delta \varphi_1} + \frac{\delta T}{\delta \varphi_2} = M_{\varphi_1} - M_{\varphi_2}, \\ \frac{d}{dt} \frac{\delta T}{\delta \dot{\varphi}_2} - \frac{\delta T}{\delta \varphi_2} = M_{\varphi_2} \end{cases}, \quad (12)$$

де F_{x_0}, F_{y_0} - проекція головного вектора зовнішніх сил, що діють на автомобіль-тягач, відповідно на його поздовжню та поперечну вісі,

M_{c_0} - головний момент зовнішніх сил відносно центра мас автомобіля-тягача,

$M_{\varphi_1}, M_{\varphi_2}$ - узагальнені моменти по відповідних координатах.

Висновок. У роботі розроблено плоску математичну модель руху модульного триланкового причіпного автопоїзда у складі «автомобіль-тягач - двовісний підкатний візок з неповоротними осями (dolly) - тривісний напівпричіп». Вона дозволить у теоретичних дослідженнях визначати вплив компоновальної схеми та режимів руху вказаного автопоїзда на його експлуатаційні властивості.

Література

1. Сахно В.П., Вороніна І.Ф., Стельмашук В.В. Поляков В.М. Вплив конструктивних і експлуатаційних факторів на показники маневреності трьохланкових автопоїздів // Автошляховик України. Окремий випуск. – 2003. Жовтень. – С.98-101.
2. Сахно В.П., Вербицький В.Г., Вороніна І.Ф., Стельмашук В.В. До визначення показників маневреності і стійкості руху трьохланкових автопоїздів // Системні методи керування, технологія та організація виробництва. ремонту та експлуатації автомобілів. - К.:НТУ, 2003. - №17. - С.141-146.
3. Лобас Л.Г. Математическая модель связанных систем с качением // Прикл. механика. 1986, №6. –С80–87.
4. Лобас Л.Г. Неголономные модели колесных экипажей. – К.: Наук. думка, 1986. – 232 с.
5. Теоретическая механика и методы математики: Уч. пособие / А.А. Федута, А.В. Чигарев, Ю.В. Чигарев, - Мн.:УП "Технопринт", 2000. - 504 с.
6. Поляков В.М., Тімков О.М., Приходченко Д.Ю., Файчук М.І. Математичне моделювання руху багатоланкових автопоїздів // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. Науковий журнал. –№11 (141). – 2009. – С.145-151.
7. Сахно В. П. Математичне моделювання триланкових автопоїздів в поздовжній, вертикальній і поперечній площинах / В.П. Сахно, В.М. Поляков, В.М. Глінчук // Вісник Донецької академії автомобільного транспорту. Науковий журнал, 2013. - Вип. 3. - С.73-84.
8. Сахно В.П. Порівняльна оцінка маневреності триланкових автопоїздів різних компоновальних схем / В.П. Сахно, В.М. Поляков, Р.М. Марчук, П.О. Гуменюк // Автомобильный транспорт. Научно-производственный журнал, 2013. - №1 (231). – С.2-6.

Стаття надійшла до редакції 24.04.2016