УДК 621.86

О.Л. Ляшук[1], А.Є. Дячун[1], М.Б. Сокіл[2], В.М. Клендій[1], Л.М. Слободян[1]
[1]Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя
[2]Національний університет «Львівська політехніка», Львів, Україна

НЕЛІНІЙНІ КОЛИВАННЯ ВЕРТИКАЛЬНОЇ ВІТКИ ЗАВАНТАЖУВАЧА–ЗМІШУВАЧА ІЗ УРАХУВАННЯМ РУХУ ВЗДОВЖ НЬОГО ЗЕРНОВОЇ СУМІШІ

Приведена конструкція гвинтового завантажувача-змішувача і досліджено питання нелінійних коливань вертикальної вітки робочого органу цього завантажувача. Визначальним параметром динаміки робочого гвинта завантажувача-змішувача є амплітуда та частота його нелінійних коливань. Закони зміни вказаних параметрів визначаються геометричними, фізико-механічними властивостями його матеріалу, швидкістю руху вздовж нього зернової суміші, кутовою швидкістю його обертання та зовнішніми чинниками (силами опору та зовнішніми періодичними силами). Виведено залежність нелінійних коливань, за різних значень швидкості руху зернової суміші, її погонної маси, різних кутових швидкостей обертання вертикального робочого органу за різних частотах зовнішнього збурення.

Ключові слова: *амплітуда, гвинтова спіраль, гвинтовий завантажувач-змішувач, коливання.*

А.Л. Ляшук[1], А.Е. Дячун[1], М.Б. Сокил[2], В.М. Клендий[1], Л.М. Слободян[1]
[1]Тернопильський национальный технический университет имени Ивана Пулюя
[2]Национальний университет «Львовская политехника», Львов, Украина

НЕЛИНЕЙНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ВЕТКИ ЗАГРУЗЧИК-СМЕСИТЕЛЯ С УЧЕТОМ ДВИЖЕНИЯ ВДОЛЬ НЕГО ЗЕРНОВОЙ СМЕСИ

Приведена конструкция винтового загрузчика-смесителя и исследован вопрос нелинейных колебаний вертикальной ветки рабочего органа этого загрузчика. Определяющим параметром динамики рабочего винта загрузчика-смесителя является амплитуда и частота его нелинейных колебаний. Законы изменения указанных параметров определяются геометрическими, физико-механическими свойствами его материала, скоростью движения вдоль него зерновой смеси, угловой скоростью его вращения и внешними факторами (силами сопротивления и внешними периодическими силами). Выведены зависимость нелинейных колебаний, при различных значениях скорости движения зерновой смеси, ее погонной массы, различных угловых скоростей вращения вертикального рабочего органа при различных частотах внешнего возмущения.

Ключевые слова: *амплитуда, винтовая спираль, винтовой загрузчик-смеситель, колебания.*

O. Lyashuk[1], A. Dyachun[1], M. Sokil[2], V. Klendii[1], L. Slobodyan[1]
[1]Ternopil Ivan Puluj National Technical University
[2]National Lviv Polytechnic University, Lviv, Ukraine

NONLINEAR OSCILLATIONS OF A LOADER-MIXER VERTICAL BRANCH WITH CONSIDERATION OF MULTIPLE MOVEMENT OF GRAIN MIXTURE

The design of a screw loader-mixer is presented. The nonlinear oscillations of the working body vertical branch are studied. The defining parameter of the dynamics of a mixer-loader working screw is the amplitude and frequency of its nonlinear oscillations. The laws of changing the given parameters are determined by the geometric, physical and mechanical properties of its material, the velocity of grain mixture moving along it, the angular velocity of its rotation, and external factors (forces of resistance and external periodic forces). The dependence of nonlinear oscillations is developed with consideration of the different values of the speed and the linear mass of grain mixture, as well as the angular velocities of the rotation of the vertical working body at different frequencies of external perturbation.

Key words: *amplitude, screw spiral, screw loader-mixer, oscillations.*

Постановка проблеми. Технічні засоби неперервного транспортування сипких матеріалів є основою комплексної механізації завантажувально-розвантажувальних робіт, які підвищують продуктивність та ефективність виробничих процесів.

Питома вага гвинтових конвеєрів у завантажувально-розвантажувальних роботах більшості будівельних, дорожніх, сільськогосподарських, переробних та інших машин, яка складає близько 40-50%.

Відомо, що найбільш небезпечними режимами експлуатації машин та обладнання є резонансні коливання. Вони характеризуються значним ростом амплітуди коливань, а значить і динамічних навантажень. Тому вказані режими роботи значною мірою зменшують експлуатаційні терміни машини. Якщо в окремих випадках не вдається уникнути резонансних явищ, то намагаються за рахунок вибору параметрів системи забезпечити мінімальний ріст амплітуди під час переходу через резонанс. Тому питання дослідження резонансних коливань має актуальне значення для удосконалення їх конструкцій.

© О.Л. Ляшук, А.Є. Дячун, М.Б. Сокіл, В.М. Клендій, Л.М. Слободян

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Взаємодію шнекових механізмів з сільськогосподарськими матеріалами, а також вибір раціональних параметрів ГТТМ і режимів їх роботи, досліджували М.П. Василенко [3], Б.М. Гевко [5], Р.Б. Гевка [18-20], Р.М. Рогатинський [21], В.Л. Куликівський [12] та інші. Проблемам визначення раціональних режимів роботи та конструктивних параметрів ГТТМ присвячені роботи Р.Л. Зенкова [10], А.М. Григорєва [7], Г.А. Хайліса [22], І.М. Хорольського [23] .

Питаннями обґрунтування параметрів коливань механічних систем присвячені праці І.М. Бабакова [1], О.А. Горошко [6], П.Д. Доценка [9], М.П. Мартинцева [13], С.М. Нікіфорова [16], Ю.А. Митропольського [14], М.М. Боголюбова [2], та інші. Однак питання, які стосуються удосконалення конструкцій самих гвинтових механізмів і їх робочих органів, потребують подальшого дослідження.

Постановка завдань. В роботі представлено мету - дослідити нелінійні коливання вертикальної вітки робочого органу завантажувача-змішувача.

Викладення основного матеріалу Нами розроблена конструкція гвинтового завантажувача-змішувача (рис.1) [18], який виконано у вигляді рами 1, на якій встановлено завантажувальний горизонтальний 2 і вертикальний 3 циліндричні кожухи з гвинтовими робочими органами горизонтальними 4 і вертикальними 5 з приводами 6 з запобіжними муфтами. Причому горизонтальний кожух 2 встановлена під кутом 2-5° до горизонту в сторону подачі сипкого матеріалу, а нижній кінець вертикального кожуха 3 встановлено у вільну зону горизонтального кожуха 2. Горизонтальна завантажувальна секція гвинтового робочого органу виконана у вигляді гвинтових гофрів 7 для покращення процесу змішування сипких матеріалів. Вертикальний гвинтовий робочий орган 5 виконано Г-подібної форми, причому співвідношення горизонтальної полички до вертикальної становить в межах 2-7 мм, при мінімальній величині вертикальної полички 2-4мм.

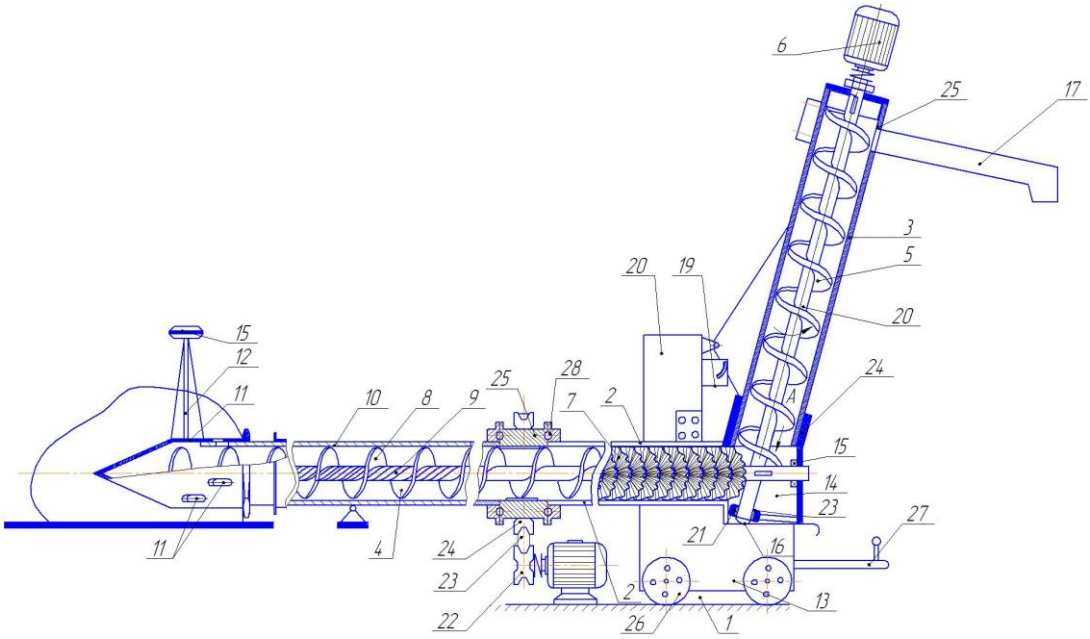


Рис. 1. **Конструкція гвинтового завантажувача-змішувача [18]**

До кінця горизонтального завантажувального робочого органу секції 4 жорстко приєднана гнучка гвинтова спіраль 8 з гнучким валом 9 і з гнучким кожухом 10 для збільшення зони завантаження гвинтового конвеєра. На кінці гнучкого циліндричного кожуха 10 жорстко встановлено циліндричний наконечник 11 з конічним кінцем для зручності його введення в купу сипкого матеріалу. Наконечник 11 забезпечує не попадання великих кусків в зону транспортування, які можуть спричинити його поломку і сприяє кращому пересипанню сипких матеріалів в зону транспортування, який виконано у вигляді циліндричних елементів з осьовими пазами, шириною більшою у 2-6 разів самих більших зернин транспортних матеріалів.

Наконечник 11 жорстко прикріплений до рукоятки 12 з можливістю їх переустановлення в інше місце, коли з одного місця купи сипкого матеріалу вибрано певну кількість матеріалу, а зона

вивантаження горизонтальної секції 2 розміщена в півкруглому корпусі підставки 14 і утворюють сприятливу об'ємну зону 15, в якій встановлено нижній кінець вертикальною гвинтового робочого органу 5 для вільного транспортування матеріалів вертикальним гвинтовим робочим органом. В зоні правого кінця горизонтального циліндричного кожуха 2 поза його зоною виконана опора циліндрична 14. Завантажувач-змішувач оснащений заслінкою 16 відомої конструкції для кінцевого його очищення після завершення технологічного процесу.

На виході вертикального кожуха 3 жорстко встановлено вивантажувальний лоток 17 для транспортування сипких матеріалів в ємність або кузов машини 18. Вертикальний кожух 3 жорстко встановлено в механізм регулювання кута його нахилу до горизонту 19 відомої конструкції, а до рами 1 жорстко закріплено пульт керування 20.

Вал вертикального гвинтового робочого органу 5 знизу встановлено в упорний сферичний підшипник 21 з можливістю кругового провертання в ємкості 15 і зміни кута нахилу відомої конструкції, який по зовнішньому діаметру виконано циліндричної форми, який є у жорсткій взаємодії з внутрішньою циліндричною поверхнею нижньої частини кожуха 3. Зверху підшипник закритий ущільнюючим диском. Крім цього вертикальний вивантажувальний лоток 17 є у взаємодії з зовнішнім діаметром вертикального жолоба 3 в зоні вивантаження сипких матеріалів через гумову прокладку відомої конструкції, яка створює відповідне тертя і сприяє жорсткому утримуванню вивантажувального лотка 17.

Центральний привід механізму 22 встановлений на рамі 1 по середині довжини горизонтальної секції і за допомогою передачі 23 і зірочки 24 передається на корпус 25 і горизонтальний гвинтовий робочий орган 2. Плоскі гвинтові секції центрального приводу жорстко встановлені на валу і приварені до корпусу 25, а його вал є у взаємодії з основним валом 4 через шліци відомим способом і є його приводом. Крім цього завантажувач-змішувач встановлено на підставку 14 з опорними колесами 26 з гальмівними елементами і рукояткою його переміщення 27. Крім цього корпус 24 центрується кульками 28, а гвинтові гофровані елементи 7 жорстко встановлені на валу, який є у взаємодії з основним горизонтальним валом 2 через шліци відомим способом.

Робота завантажувача-змішувача гвинтового типу здійснюється наступним чином. Кінець гнучкої спіралі 8 з гнучким кожухом 10 з наконечником 11 вводять в купу сипкого матеріалу 29 разом з рукояткою 13. Після цього включають привід за допомогою пульта керування 20. За допомогою гнучкої спіралі 8 сипкий матеріал переміщується по горизонтальній трасі в жолобі 2 за допомогою плоских гвинтових елементів корпусу 25, де він інтенсивно змішується гвинтовим гофрованим робочим органом 7 і подається в зону вивантаження об'ємного збірника циліндричної форми і звідси вертикальним гвинтовим робочим органом 5 в зону вивантаження і вивантажувальний лоток 17 і в ємність для збору матеріалу (кузов машини) 18 або різного типу тари. В разі вибору сипкого матеріалу з даної зони, завантажувальну секцію за допомогою рукоятки 13 переставляють в нове місце.

На відміну від горизонтальної вітки завантажувача-змішувача, вертикальна, як було наголошено, вище здійснює більш складний – просторовий рух. Тому, положення довільно виділеного елементу треба визначати двома функціями лінійної та часової змінних. Що до лінійної змінної x_1, то вона вибирається подібним чином як і для горизонтальної вітки – співпадає із лінією серединних нормальних перерізів. Початок вказаної координати відраховується від нижнього кінця розглядуваної вітки завантажувача-змішувача. Таким чином, положення довільно виділеного елементу вертикальної вітки фіксуватимемо двома функціями: $\xi(t,x_1)$, та $\zeta(t,x_1)$. Що до сил, які діють на довільно виділений елемент, то це сили аналогічні до сил, які діють на горизонтальну віку завантажувача-змішувача та додатково гіроскопічний момент і вертикальна сила.

Таким чином, для довільного елементу вертикальної вітки має місце:

- сила інерції переносного руху елементу разом із зерновою сумішшю

$$d\vec{\Phi} = \omega_1^2(\rho+m)\left(u(x_1,t)\vec{j}_1 + w(x_1,t)\vec{k}_1\right)dx_1 \tag{1}$$

- гіроскопічний момент

$$\vec{M}_{гір} = 2\rho I\left[\vec{\omega}, \frac{\partial^2\xi}{\partial t\partial x_1}\vec{j}_1 - \frac{\partial^2\zeta}{\partial t\partial x}\vec{k}_1\right],$$

$$\vec{\omega}_1 = \omega_1\vec{i}_1 . \tag{2}$$

- сила інерції зернової суміші у відносному русі та кориолісова сила інерції елементу завантажувача-змішувача

$$\left[2m_1\left(\frac{\partial^2\xi}{\partial t\partial x_1}u_1-\omega_1\frac{\partial\zeta}{\partial t}\frac{\partial\zeta}{\partial x_1}+0.5u_1^2\frac{\partial^2\xi}{\partial x_1^2}\frac{\partial\zeta}{\partial x_1}\right)\right]\vec{i}_1+2\left(\rho_1+m_1\right)\omega_1\frac{\partial\zeta}{\partial t}\vec{i}_1$$

$$\left[2m_1\left(V\frac{\partial^2\zeta}{\partial t\partial x_1}-\omega_1\frac{\partial\xi}{\partial t}\frac{\partial\xi}{\partial x_1}+0.5u_1^2\frac{\partial^2\xi}{\partial x_1^2}\frac{\partial\zeta}{\partial x_1}\right)\right]\vec{j}_1+2\left(\rho_1+m_1\right)\omega_1\frac{\partial\xi}{\partial t}\vec{j}_1 \qquad (3)$$

- стискуюча сила

$$-N\left(x_1\right)\left(\frac{\partial^2\xi}{\partial x_1^2}\vec{i}_1+\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1^2}\vec{j}_1\right) \qquad (4)$$

Наведене у сукупності дозволяє диференціальні рівняння згинних коливань вертикальної вітки завантажувача-змішувача подати у вигляді

$$L_1\left(\xi,\varsigma\right)=\left(\rho_1+m_1\right)\frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}+2m_1\left(\mathrm{u}_1\frac{\partial^2\xi}{\partial t\partial x_1}-\omega_1\frac{\partial\zeta}{\partial t}\frac{\partial\zeta}{\partial x}\right)-2\left(\rho_1+m_1\right)\omega_1\frac{\partial\zeta}{\partial t}-$$

$$-\left(N\left(x_1\right)-m_1u^2\right)\frac{\partial^2\xi}{\partial x^2}-2\left(\rho_1+m_1\right)I\Omega\frac{\partial^3\zeta}{\partial t\partial x_1^2}+E_1I_1\frac{\partial^4\xi}{\partial x_1^2}-\left(\rho_1+m_1\right)\omega_1^2\xi=$$

$$=\mu f\left(\xi,\zeta,\frac{\partial\xi}{\partial t},\frac{\partial\zeta}{\partial t},\frac{\partial\xi}{\partial x_1},\frac{\partial\zeta}{\partial x_1},...,\frac{\partial^4\zeta}{\partial x_1^4}\right) \qquad (5)$$

$$L_2\left(\xi,\varsigma\right)=\left(\rho_1+m_1\right)\frac{\partial^2\varsigma}{\partial t^2}+2m_1\left(\mathrm{u}_1\frac{\partial^2\zeta}{\partial t\partial x_1}+\omega_1\frac{\partial\xi}{\partial t}\frac{\partial\xi}{\partial x_1}\right)+2\left(\rho_1+m_1\right)\omega_1\frac{\partial\xi}{\partial t}-$$

$$-\left(N\left(x_1\right)-m_1u^2\right)\frac{\partial^2\zeta}{\partial x^2}+2\left(\rho_1+m_1\right)I_1\Omega_1\frac{\partial^3\zeta}{\partial t\partial x^2}+E_1I_1\frac{\partial^4\zeta}{\partial x_1^4}-\left(\rho_1+m_1\right)\omega_1^2\zeta=$$

$$=\mu g_1\left(\xi,\zeta,\frac{\partial\xi}{\partial t},\frac{\partial\zeta}{\partial t},\frac{\partial\xi}{\partial x_1},\frac{\partial\zeta}{\partial x_1},...,\frac{\partial^4\zeta}{\partial x_1^4}\right).$$

Примітки.

1. У залежностях (9) збережено всі інші позначення $f\left(\xi,\zeta,\frac{\partial\xi}{\partial t},\frac{\partial\zeta}{\partial t},\frac{\partial\xi}{\partial x_1},\frac{\partial\zeta}{\partial x_1},...,\frac{\partial^4\zeta}{\partial x_1^4}\right)$ та $g\left(\xi,\zeta,\frac{\partial\xi}{\partial t},\frac{\partial\zeta}{\partial t},\frac{\partial\xi}{\partial x_1},\frac{\partial\zeta}{\partial x_1},...,\frac{\partial^4\zeta}{\partial x_1^4}\right)$ - функції, які описують нелінійні складові сил, їх значення є значно меншим від значення відновлюючої сили, на що вказує малий параметр;

2. Виходячи із змісту цих функцій випливає, що $f\left(\xi,\zeta,\frac{\partial\xi}{\partial t},\frac{\partial\zeta}{\partial t},\frac{\partial\xi}{\partial x_1},\frac{\partial\zeta}{\partial x_1},...,\frac{\partial^4\zeta}{\partial x_1^4}\right)=g\left(\zeta,\xi,\frac{\partial\zeta}{\partial t},\frac{\partial\zeta}{\partial t},\frac{\partial\zeta}{\partial x_1},\frac{\partial\xi}{\partial x_1},...,\frac{\partial^4\xi}{\partial x_1^4}\right)$

3. Зернова суміш, яка рухається вздовж вертикальної вітки завантажувача-змішувача не впливає на його згинну жорсткість;

4. Виходячи із фізичних міркувань та природи переміщень горизонтальної вітки гіроскопічним моментом у математичній моделі її руху знехтувано.

Щодо крайових умов для отриманої системи диференціальних рівнянь (4), то вони узгоджуються із умовами руху пружного тіла: у точках $x_1=0$ (початок) та ($x_1=l_1$) (кінець) - відсутні переміщення у напрямку перпендикулярному до недеформованої осі робочого органу. Останнє еквівалентно наступним співвідношенням

$$\xi\left(t,x_1\right)\Big|_{x_1=j}=\frac{\partial^2\xi}{\partial x_1^2}\Bigg|_{x_1=j}=0,\qquad \zeta\left(t,x_1\right)\Big|_{x_1=j}=\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1^2}\Bigg|_{x_1=j}=0,\quad j=0,l_1. \qquad (6)$$

Отже, для дослідження динаміки вертикальної вітки завантажувача-змішувача необхідно побудувати асимптотичне наближення розв’язку крайової задачі (5), (6). Зупинимось на першому його наближенні, яке дає зручні для інженерних розрахунків залежності. Вказане і є предметом розгляду наступного підрозділу роботи.

Враховуючи застереження (обмеження), висловлені у зауваженні, для побудови розв'язку крайової задачі (5), (6) перш за все розглянемо її незбурений аналог, тобто систему рівнянь

$$\begin{gathered}(\rho_1+m_1)\frac{\partial^2\xi_0}{\partial t^2}-2(\rho_1+m_1)\omega_1\frac{\partial\zeta_0}{\partial t}-N_1\frac{\partial^2\xi_0}{\partial x^2}-\\ -2(\rho_1+m_1)I_1\omega_1\frac{\partial^3\zeta_0}{\partial t\partial x^2}+E_1I_1\frac{\partial^4\xi_0}{\partial x^4}-(\rho_1+m_1)\omega_1^2\xi_0=0,\\ (\rho_1+m_1)\frac{\partial^2\zeta_0}{\partial t^2}+2(\rho_1+m_1)\omega_1\frac{\partial\xi_0}{\partial t}-N_1\frac{\partial^2\zeta_0}{\partial x^2}+\\ +2(\rho_1+m_1)I_1\omega_1\frac{\partial^3\xi_0}{\partial t\partial x^2}+E_1I_1\frac{\partial^4\zeta_0}{\partial x^4}-(\rho_1+m_1)\omega_1^2\zeta_0=0\end{gathered}\tag{7}$$

за крайових умов

$$\xi_0(t,x_1)\big|_{x_1=j}=\frac{\partial^2\xi_0}{\partial x_1^2}\bigg|_{x_1=j}=0,\qquad \zeta_0(t,x_1)\big|_{x_1=j}=\frac{\partial^2\zeta_0}{\partial x_1}\bigg|_{x_1=j}=0\cdot\tag{8}$$

Доведемо, що розв'язки незбурених рівнянь (7) можна трактувати як накладання хвиль - прямої та відбитої, тобто

$$\begin{gathered}\xi_0(t,z)=a\cos(\kappa_1x_1+\Omega_1t+\psi)+b\cos(\kappa_1x_1-\Omega_1t-\varphi),\\ \zeta_0(t,z)=c\sin(\kappa_1x_1+\Omega_1t+\psi)+d\sin(\kappa_1x_1-\Omega_1t-\varphi),\end{gathered}\tag{9}$$

де a,b,c,d - амплітуди вказаних хвиль, κ_1 та Ω_1 відповідно їх хвильові числа та частота, φ, ψ - початкові фази.

Система диференціальних рівнянь (7) буде справджуватись за умов, що невідомі функції мають вигляд (9), у випадку, коли мають місце дисперсійні співвідношення

$$\begin{gathered}(\rho_1+m_1)\omega_1^2+2\frac{c}{a}(\rho_1+m_1)\Omega_1\omega_1-N_1\kappa_1^2-2\frac{c}{a}(\rho_1+m_1)I_1\kappa_1^2\Omega_1\omega_1-\\ -E_1I_1\kappa_1^4+(\rho_1+m_1)\Omega_1^2=0,\\ (\rho_1+m_1)\omega_1^2-2\frac{d}{b}(\rho_1+m_1)\Omega_1\omega_1-N_1\kappa_1^2+2\frac{d}{b}(\rho_1+m_1)I_1\Omega_1\kappa_1^2\omega_1-\\ -E_1I_1\kappa_1^4+(\rho_1+m_1)\Omega_1^2=0.\end{gathered}\tag{10}$$

Система диференціальних рівнянь (7) є лінійною зі сталими коефіцієнтами, тому хвильове число та частота динамічного процесу не залежать від амплітуди хвиль. Це означає що складові амплітуд прямих та відбитих хвиль є одинакові, тобто $|a|=|c|$ та $|d|=|b|$. До того ж залежності (9) повинні задовольняти крайові умови (6). Вказані співвідношення повинні виконуватись для довільного моменту часу. Наведене буде мати місце, якщо $\varphi=\psi$, $\kappa_k=\frac{k\pi}{l}$, $|a|=|d|$. Таким чином, шукані одночастотні розв'язки незбурених рівнянь набувають вигляду

$$\begin{gathered}\xi_{0k}(t,x_1)=a_k\left(\cos(\kappa_kx+\Omega_kt+\varphi_k)-\cos(\kappa_kx-\Omega_kt-\varphi_k)\right)\\ \zeta_{0k}(t,x)=a_k\left(\sin(\kappa_kx+\Omega_kt+\varphi_k)+\sin(\kappa_kx-\Omega_kt-\varphi_k)\right).\end{gathered},\tag{11}$$

Їм відповідає дисперсійне співвідношення

$$(\rho_1+m_1)\left\{\Omega_k^2+2\omega_1\Omega_k(1-I_1\kappa_k^2)+\omega_1^2\right\}+N_1\kappa_k{}^2-E_1I_1\kappa_k^4=0\tag{12}$$

.

Дисперсійне співвідношення (16) визначає частоту власних згинних коливань робочого органу завантажувача-змішувача залежністю

$$\Omega_k=\omega_1\left(I_1\kappa_k^2-1\right)\pm\kappa_k\sqrt{\omega_1^2I\left(\kappa_k^2I_1-2\right)+\frac{E_1I_1\kappa_k^2-N_1}{\rho_1+m_1}}.\tag{12}$$

Отримані результати служать базою визначення впливу нелінійних та періодичних сил, а також руху зернової маси на динамічний процес. Нижче на базі основної ідеї методу Ван-дер-Поля

[12] будуть отримані розрахункові залежності для отримання впливу на амплітуду та частоту коливань вертикального робочого органу вказаних чинників. За базові співвідношення для їх визначення будемо вибирати співвідношення, які описують одночастотний динамічний процес для незбуреного руху. За основну форму коливань прийматимемо першу його форму, а для простоти запису індекс, який вказує на вказане опустимо. Таким чином, перше наближення збуреного руху будемо шукати у вигляді

$$\begin{aligned}\xi(t,x_1)&=a(t)\big(\cos(\kappa x_1+\Omega t+\phi(t))-\cos(\kappa x_1-\Omega t-\phi(t))\big)\\ \zeta(t,x)&=a(t)\big(\sin(\kappa x_1+\Omega t+\phi(t))+\sin(\kappa x-\Omega t-\phi(t))\big).\end{aligned}, \tag{13}$$

Амплітуда та фаза динамічного процесу змінюються в часі з невідомими в часі законами і закони визначаються початковими умовами та правими частинами рівнянь (4). Шляхом диференціювання для збуреного руху маємо

$$\begin{aligned}\frac{\partial\xi(t,x_1)}{\partial t}&=-a(\omega+\frac{d\phi}{dt})(\sin(\kappa x_1+\Omega t+\phi)+\sin(\kappa x_1-\Omega t-\phi))+\\ &+\frac{da}{dt}(\cos(\kappa x_1+\Omega t+\phi)-\cos(\kappa x-\Omega t-\phi)),\\ \frac{\partial\zeta(t,z)}{\partial t}&=a(\Omega+\frac{d\phi}{dt})(\cos(\kappa x_1+\omega t+\phi)-\cos(\kappa x_1-\Omega t-\phi))+\\ &+\frac{da}{dt}(\sin(\kappa x_1+\Omega t+\phi)+\sin(\kappa x_1-\Omega t-\phi)).\end{aligned} \tag{14}$$

Базова ідея методу Ван-дер-Поля дозволяє із (14) отримати

$$\begin{aligned}&-a\frac{d\varphi}{dt}(\sin(\kappa x+\omega t+\varphi)+\sin(\kappa x-\omega t-\varphi))+\\ &+\frac{da}{dt}(\cos(\kappa x+\omega t+\varphi)-\cos(\kappa x-\omega t-\varphi))=0,\\ &a\frac{d\varphi}{dt}(\cos(\kappa x+\omega t+\varphi)-\cos(\kappa x-\omega t-\varphi)+\\ &+\frac{da}{dt}(\sin(\kappa x+\omega t+\varphi)+\sin(\kappa x-\omega t-\varphi))=0.\end{aligned} \tag{15}$$

Подальшим диференціюванням за часом із урахуванням наведеного маємо

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2\xi(t,)}{\partial t^2}&=-\frac{da}{dt}\Omega(\sin(\kappa x_1+\Omega t+\phi)+\sin(\kappa x_1-\Omega t-\phi))+\\ &+a\Omega(\frac{d\phi}{dt}+\Omega)(\cos(\kappa x_1+\Omega t+\phi)-\cos(\kappa x_1-\Omega t-\phi)),\\ \frac{\partial^2\zeta(t,x)}{\partial t^2}&=\frac{da}{dt}\Omega(\cos(\kappa x_1+\Omega t+\phi)-\cos(\kappa x_1-\Omega t-\phi))-\\ &-a\Omega(\frac{d\phi}{dt}+\Omega)(\sin(\kappa x_1+\Omega t+\phi)+\sin(\kappa x_1-\Omega t-\phi)).\end{aligned} \tag{16}$$

Для першого наближення представлення розв’язку у формі (15) буде задовольняти базовій системі диференціальних рівнянь, яка описує динаміку вертикального робочого органу завантажувача-змішувача, якщо невідомі параметри $a(t)$ та $\phi(t)$ зв’язані системою звичайних диференціальних рівнянь

$$\begin{aligned}&-\frac{da}{dt}\Omega(\sin(\kappa x_1+\Omega t+\phi)+\sin(\kappa x_1-\Omega t-\phi))+a\Omega\frac{d\phi}{dt}(\cos(\kappa x_1+\Omega t+\phi)-\\ &-\cos(\kappa x_1-\Omega t-\phi))=\mu\tilde{f}(a,x_1,\psi),\\ &-a\frac{d\phi}{dt}(\sin(\kappa x_1+\Omega t+\phi)+\sin(\kappa x_1-\Omega t-\phi))+\frac{da}{dt}(\cos(\kappa x_1+\omega t+\phi)-\cos(\kappa z-\Omega t-\phi))=0,\end{aligned} \tag{17}$$

$$\frac{da}{dt}\Omega(\cos(\kappa x_1+\Omega t+\phi)-\cos(\kappa x_1-\Omega t-\phi))-a\Omega\frac{d\phi}{dt}(\sin(\kappa x_1+\Omega t+\phi)+$$
$$+\sin(\kappa x_1-\Omega t-\phi))=e\tilde{g}(a,x_1,y),$$

де $\tilde{f}(a,x_1,y)$ та $\tilde{g}(a,x_1,y)$ відповідають значенням функцій $f(...)-2\rho_1 u_1\frac{\partial^2\xi}{\partial t\partial x_1}+\rho_1 u^2\frac{\partial^2\xi}{\partial x_1^1}$ та $g(...)-2\rho_1 u_1\frac{\partial^2\zeta}{\partial t\partial x_1}+\rho_1 u_1^2\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1^2}$ за умови, що в них функції $\xi(x_1,t),\zeta(x_1,t)$ та їх похідні знаходяться відповідно до (13) та (14).

Легко перевірити наступне: у випадку коли праві частини диференціальних співвідношень (5) є неперервними функціями та задовольняють умовам $f\left(\xi,\zeta,\frac{\partial\xi}{\partial t},\frac{\partial\zeta}{\partial t},\frac{\partial\xi}{\partial x_1},\frac{\partial\zeta}{\partial x_1},...,\frac{\partial^4\zeta}{\partial x_1^4}\right)=g\left(\zeta,\xi,\frac{\partial\zeta}{\partial t},\frac{\partial\zeta}{\partial t},\frac{\partial\zeta}{\partial x_1},\frac{\partial\xi}{\partial x_1},...,\frac{\partial^4\xi}{\partial x_1^4}\right)$, а функції $\xi(x_1,t)$ і $\zeta(x_1,t)$ є одночастотними розв'язками крайової задачі (11), (12), то мають місце залежності

$$\begin{aligned}
&\int_0^{l_1}\int_0^{2\pi}\tilde{f}(a,x_1,\theta)(\sin(\kappa x_1+\theta)+\sin(\kappa x_1-\theta))dx_1d\theta=\\
&=\int_0^{l}\int_0^{2\pi}\tilde{g}(a,x_1,\psi)(\cos(\kappa x_1+\theta)-\cos(\kappa x_1-\theta)dx_1d\theta,\\
&\int_0^{l}\int_0^{2\pi}\tilde{f}(a,x_1,\theta)(\cos(\kappa x_1+\theta)-\cos(\kappa x_1-\theta)dx_1d\theta=\\
&=\int_0^{l}\int_0^{2\pi}\tilde{g}(a,x_1,\theta)(\sin(\kappa x_1+\theta)+\sin(\kappa x_1-\theta))dx_1d\theta,
\end{aligned}\tag{18}$$

де $\theta=\Omega t+\phi$.

Із системи лінійних алгебраїчних рівнянь відносно похідних шуканих функцій (17), із урахуванням (18) отримуємо співвідношення, для визначення амплітуди та частоти динамічного процесу вертикального робочого органу завантажувача-змішувача

$$\begin{aligned}
&\frac{da}{dt}=-\frac{1}{4\pi\Omega l_1(\rho_1+m_1)}\int_0^{l_1}\int_0^{2\pi}\hat{f}(a,x_1,\theta)(\cos(\kappa x_1+\theta)-\cos(\kappa x_1-\theta))d\theta dx_1,\\
&\frac{d\theta}{dt}=\Omega+\frac{1}{4a\pi\Omega l_1(\rho_1+m_1)}\int_0^{l_1}\int_0^{2\pi}\hat{f}(a,x_1,\theta)(\sin(\kappa x_1+\theta)+\sin(\kappa x_1-\theta))d\theta dx_1,
\end{aligned}\tag{19}$$

де

$$\hat{f}(a,x_1,\theta)=\tilde{f}(a,x_1,\theta)+2\rho_1 a\kappa u_1(\cos(\kappa x+\theta)-\cos(\kappa x-\theta))+M\kappa^3(\sin(\kappa x_1+\theta)+\sin(\kappa x_1-\theta)).$$

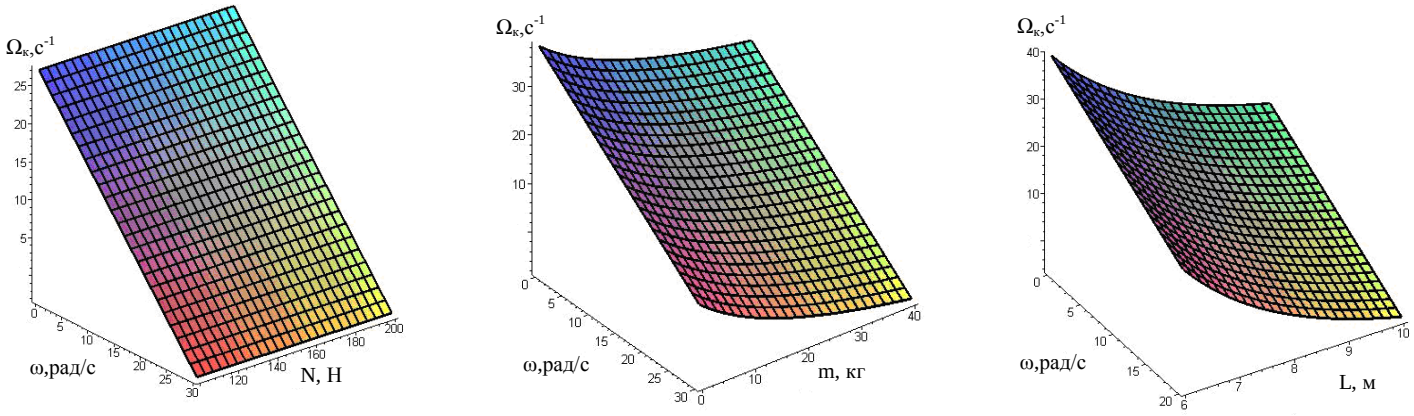
Зокрема, у випадку, якщо матеріал пружного тіла задовольняє нелінійному технічному закону пружності, а сила опору пропорційна швидкості у степені s, то функції $f\left(\xi,\zeta,\frac{\partial\xi}{\partial t},\frac{\partial\zeta}{\partial t},\frac{\partial\xi}{\partial x_1},\frac{\partial\zeta}{\partial x_1},...,\frac{\partial^4\zeta}{\partial x_1^4}\right)$ та $g\left(\xi,\zeta,\frac{\partial\xi}{\partial t},\frac{\partial\zeta}{\partial t},\frac{\partial\xi}{\partial x_1},\frac{\partial\zeta}{\partial x_1},...,\frac{\partial^4\zeta}{\partial x_1^4}\right)$ приймають вигляд $f(...)=k_1\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\left(\frac{\partial^2\xi}{\partial x_1^2}\right)^3+\delta_1\left(\frac{\partial\xi(x_1,t)}{\partial t}\right)^s$ і $g(...)=k_1\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\left(\frac{\partial^2\zeta}{\partial x_1^2}\right)^3+\delta_1\left(\frac{\partial\xi(x_1,t)}{\partial t}\right)^s$.

Загальне співвідношення (19) дозволяє, для вказаного випадку визначити закони зміни амплітуди та фази коливань робочого органу у вигляді

$$\frac{da}{dt}=-\frac{\bar{\delta}}{m_1+\rho_1}(\Omega)^{s-1}a^s,\tag{20}$$

$$\frac{d\phi}{dt}=\Omega-\frac{9\mu k_1\kappa^8}{8\pi(\rho_1+m_1)l_1\Omega}a^2-\frac{\rho_1\kappa^2}{8\pi(\rho_1+m_1)l_1\Omega}u_1^2.$$

На рис. 2 представлено залежність частоти власних коливань вертикальної вітки завантажувача-змішувача від кутової швидкості обертання робочого органу, погонної маси зернової суміші, стискуючого зусилля.



а)- $l = 8м, \rho = 20кг / м, m = 20кг / м$ б)- $l = 8м, \rho = 20кг / м, N = 200Н$ в)- $l = 8м, \rho = 20кг / м, m = 40кг / м$

Рис. 2. **Залежність частоти власних поперечних коливань вертикальної вітки завантажувача–змішувача від: кутової швидкості обертання робочого органу та поздовжньої стискуючої сили-а); кутової швидкості обертання робочого органу та погонної маси зернової суміші –б); кутової швидкості обертання робочого органу та довжини вертикальної вітки - в)**

Висновок.

Встановлено особливості динаміки вертикальної вітки завантажувача-змішувача, які значною мірою не відрізняються від горизонтальної у частині впливу погонної маси зернової суміші, швидкості її руху, кутової швидкості руху робочого органу. Щодо впливу поздовжньої стискаючої сили на власну частоту, а відтак на амплітуду збурених коливань, то більшою мірою проявляється для вертикальних робочих органів для більших довжин.

Список використаної літератури.

1. Бабаков И.М. Теория колебаний / И.М. Бабаков. - М.: Наука, 1965. – 560 с.
2. Боголюбов Н.Н. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний / Н.Н. Боголюбов, Ю.А. Митропольский/ - М.: Наука, 1974. - 501 с.
3. Василенко П.М. Механизация и автоматизация процессов приготовления и дозирования кормов / П.М. Василенко, И.И. Василенко. – М.: Агропромиздат, 1985. – 224 с.
4. Гевко Б.М. Винтовые подающие механизмы сельскохозяйственных машин / Б.М. Гевко, Р.М. Рогатынский. – Львов: Вища школа, 1989. – 176 с.
5. Горошко О.А. О продольных колебаниях балки с подвижным экипажем / О.А. Горошко // Прикладная механика. - 1978. - №8. – С.70-78.
6. Григор'єв А.М. Комплексна механізація і автоматизація вантажорозвантажувальних і транспортних робіт в машинобудуванні і приладобудуванні / А. М. Григор'єв, П. А. Преображенський. – К.: Наукова думка, 1967. – 116 с.
7. Григорьев А.М. Винтовые конвейеры / А.М. Григорьев. – М.: Машиностроение, 1972. – 184 с.
8. Доценко П.Д. О колебаниях и устойчивости прямолинейного трубопровода / Доценко П.Д. // Прикладная механика. – 1971. - Вип. 3. - С.85- 91.
9. Зенков Р.Л. Машины непрерывного транспорта / Р.Л. Зенков, И.И. Ивашков, Л.Н. Колобов. – М.: Машиностроение, 1987. – 320 с.
10. Каудерер Г. Нелинейная механика / Г. Каудерер // пер. с нем. Я.Г. Пановко. - М.: ИЛ, 1961.- 777 с.

11. Куликівський В.Л. Розробка гвинтових транспортерів з підвищеним ресурсом для зерноочисних машин: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. техн. наук: спец. 05.05.11 «Машини і засоби сільськогосподарського виробництва» / В.Л. Куликівський. – Вінниця, 2012. – 20 с.

12. Мартинців М.П. Одне узагальнення методу Д'Аламбера для систем, які характеризуються поздовжнім рухом / М.П. Мартинців, М.Б. Сокіл // Науковий вісник: Збірник науково-технічних праць. - Львів: УДЛТУ, 2003. - Вип. 13.4.- С. 64-67.

13. Митропольский Ю.А. Асимптотические решения уравнений в частных производных / Ю.А. Митропольский., Б.И. Мосеенков. - Киев: Вища школа, 1976.- 84 с.

14. Моисеев Н.Н. Асимптотические методы нелинейной механики: учеб, пособие для ун-тов / Н.Н. Моисеев. - М.: Наука, 1981. – 400 с.

15. Никифоров С.Н. Сопротивление материалов / С.Н. Никифоров. - М.: Высшая школа, 1966. - 584 с.

16. Остапчук Н.В. Основы математического моделирования процессов пищевых производств: учебн. пособие для вузов / Н.В. Остапчук. – К.: Вища школа, 1981. – 304 с.

17. Патент №99245, Україна ″Завантажувач гвинтовий з пересипом″ Клендій В.М та інші. Бюл.№10, 2015.

18. Hevko R.B., Klendiy M.B., Klendiy O.M. (2016) – Investigation of a transfer branch of a flexible screw conveyer, INMATEH: Agricultural engineering, vol. 48, no. 1, pp. 29-34, Bucharest, Romania.

19. Lyashuk O.L., Rogatynska O.R., Serilko D.L. (2015) - Modeling of the vertical screw conveyer loading, INMATEH: Agricultural Engineering, vol. 45, no.1, pp.87-94, Bucharest, Romania.

20. Hevko R.B., Yazlyuk B.O., Liubin M.V., Tokarchuk O.A., Klendii O.M., Pankiv V.R. (2017) - Feasibility study of mixture transportration and stirring process in continuous-flow conveyors, INMATEH: Agricultural engineering, vol. 51, no. 1, pp. 49-58, Bucharest, Romania.

21. Рогатинський Р.М. Механіко-технологічні основи взаємодії шнекових робочих органів із сировиною сільськогосподарського виробництва: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня доктора техн. наук: спец. 05.20.01 «Піднімально-транспортні машини», 05.05.05 «Механізація сільськогосподарського виробництва» / Р.М. Рогатинський. – Київ, 1997. – 52 с.

22. Хайлис Г.А. Основы теории и расчета сельскохозяйственных машин / Г.А. Хайлис. – К.: УСХА, 1992. – 240 с.

23. Хорольський І.М. Динаміка ланцюгових систем і замкнутих контурів машин неперервного транспорту / І.М. Хорольський. – Львів: Львівська політехніка, 1999. – 194 с.

Стаття надійшла до редакції 23.03.2018

© О.Л. Ляшук, А.Є. Дячун, М.Б. Сокіл, В.М. Клендій, Л.М. Слободян