

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ СТРУКТУРИ ПОТОКІВ В ЕКСТРАКТОРАХ БЕЗПЕРЕРВНОЇ ДІЇ КОЛОННОГО ТИПУ З ВІБРУЮЧОЮ СИСТЕМОЮ РОЗДІЛЕННЯ ФАЗ

Зав'ялов В.Л., канд. техн. наук, доцент, Лобок О.П., канд. техн. наук, доцент,
Мисюра Т.Г., канд. техн. наук, доцент, Бодров В.С., канд. техн. наук, професор,
Попова Н.В., канд. техн. наук, доцент, Запорожець Ю.В. канд. техн. наук, доцент
Національний університет харчових технологій, м. Київ

Виконано аналіз і розроблено математичну модель структури реальних потоків в віброекстракторі безперервної дії колонного типу на основі комбінованої моделі для умов імпульсного збурення гідродинамічної системи апарату. Математичний опис структури потоків може бути взято за основу при вирішенні оптимізаційних завдань з метою визначення раціональних режимів роботи віброекстракторів, що мають комбіновану структуру гідродинамічних потоків і забезпечують необхідну продуктивність з мінімальним ефектом поздовжнього перемішування.

The analysis is given and the mathematical model of structure of real streams in a vibroextractor of continuous action of columned type on the basis of the combined model with the pulse perturbation of hydrodynamic system of the device is received. The mathematical description of structure of streams can be taken as a basis for solving optimization tasks during the determination of rational operating regimes of the vibroextractor with combined structure of hydrodynamic streams which provides the necessary productivity with the minimum effect of longitudinal mixing.

Ключові слова: віброекстрагування, математична модель, моделювання, структура потоків, модель ідеального перемішування, модель ідеального витіснення.

Удосконалення процесу протічійного розділення фаз при безперервному віброекстрагуванні та розроблення нових конструкцій вібротранспортувальних пристроїв потребує проведення ґрунтовних аналітичних та експериментальних досліджень рівня поздовжнього перемішування. Накопичення та узагальнення дослідних даних щодо структури потоків у вібраційних масообмінних апаратах різних типів залишається на сьогодні далеко не завершеною задачею, вирішення якої забезпечить більш надійне їх масштабування [1].

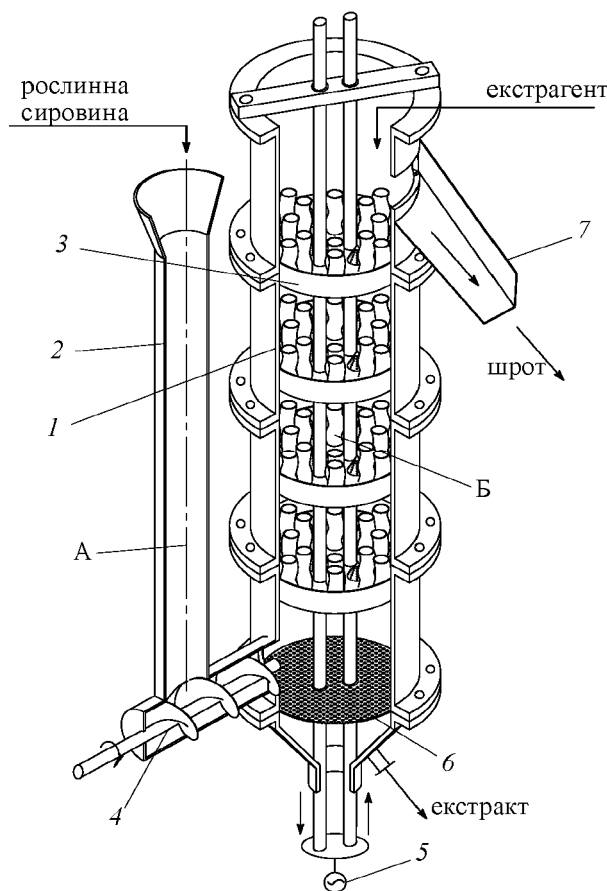
Масштабування екстракційної апаратури колонного типу безперервної дії може бути свідомо некоректним, якщо при її створенні не враховується явище поздовжнього перемішування. Для кількісного встановлення структури гідродинамічних потоків на сьогодні пропонується ряд методів, що базуються на різних фізичних моделях. При цьому, такі методи розрахунку масообмінних характеристик екстракторів базуються, як правило, на ідеальних моделях. Разом з тим, ступінь відхилення реального потоку від прийнятої моделі може бути суттєвою [1].

Особливо гостро такі питання виникають при моделюванні твердофазової віброекстракційної апаратури, що працює за принципом протічій фаз, в якій може виникати нерівномірність розподілення профілю швидкостей в поперечному перерізі двофазової системи за причиною генерування окремих пульсуючих потоків і, як наслідок, призводить до відхилення від ідеальної схеми протічій фаз. Зрозуміло, що такі відхилення є результатом впливу конструктивних особливостей апаратів [2]. Наявні в літературі багаточисельні відомості до вивчення цього питання не об'єднанні більш або менш універсальними реальними моделями, що враховували б зв'язок параметрів по окремим робочим зонам апарата. Тому, в кожному конкретному випадку доцільно враховувати та давати оцінку впливу різних факторів, що мають місце в кожній зоні, на загальний процес гідродинаміки.

Враховуючи реалії гідродинамічної обстановки, що виникає в апараті безперервної дії з вібротурбулізуючими і одночасно вібротранспортуючими робочими органами [3], для аналітичного дослідження структури потоків вважаємо, що апарат складається із зон ідеального перемішування (ІП) та ідеального витіснення (ІВ), ускладнених елементами зворотного перемішування. Причому, друга зона відноситься до основної робочої частини апарата, яка безпосередньо забезпечує протічійне розділення фаз. Таким чином, в аспекті проблеми, що розглядається, аналіз структури потоків, способом поєднання реальних гідродинамічних обставин, надав нам можливість виконати відповідний математичний опис процесу.

Аналіз структури потоків здійснювався за схемою віброекстрактора (рис.1) [2]. Апарат умовно поділяється на дві послідовно з'єднані зони з різним механізмом та ступенем перемішування (рис.2).

Таким чином, модель структури потоку передбачає ідеальне перемішування у завантажувальній частині апарата (рис.1, поз.2) та ідеального витіснення в робочій частині апарата (рис.1, поз.1), ускладненої поздовжнім перемішуванням.



1 — корпус; 2 — завантажувальний пристрій; 3 — вібротранспортувальні тарілки; 4 — шнек; 5 — вібропривід; 6 — фільтрувальна решітка; 7 — вивантажувальний лоток; 9 — штоки. А — зона із структурою потоку, що відповідає моделі ідеального перемішування; Б — зона із структурою потоку, що відповідає дифузійній моделі (ідеального витіснення).

Рис. 1 – Схема віброекстрактора безперервної дії із дослідними зонами

$S_0, S(t)$ — відповідно початкова та поточна концентрація речовини в зоні ІІІ.

Зона ІВ, що ускладнена зворотним перемішуванням може бути описана наступною крайовою задачею:

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 c(x,t)}{\partial x^2} - u \frac{\partial c(x,t)}{\partial x}, \quad 0 \leq x \leq L \quad (2)$$

з початковою умовою $c(x,0) = 0; \quad 0 \leq x \leq L$

та крайовими умовами на лівому

$$-D_L \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} = u(S(t) - c(x,t)), \quad \text{при } x = 0, \quad (3)$$

та правому кінцях ділянки робочого об'єму апарата

Із умов матеріального балансу для кожної із зон маємо (рис.2):

$$\begin{cases} \frac{dS}{dt} = \frac{v}{V}(S^* - S), \\ \frac{\partial c}{\partial t} = -u \frac{\partial c}{\partial x} + D_L \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}, \end{cases} \quad (1)$$

де S — поточна концентрація речовини в завантажувальному пристрої;

S^* — рівноважна концентрація речовини в завантажувальному пристрої;

t — час;

x — змінна координата довжини робочої частини апарата;

D_L — коефіцієнт поздовжнього перемішування;

v, u — відповідно об'ємна та лінійна швидкість потоку;

V — об'єм робочої зони апарата;

c — поточна концентрація речовини в апараті (в зоні ІВ), що залежить від її концентрації S в завантажувальній частині (в зоні ІІІ).

Розглянемо математичний опис кожної із зон ІІІ та ІВ із використанням методу імпульсного трасування потоку, що досліджується. У цьому випадку зона ІІІ описується моделлю:

$$\begin{cases} \frac{dS(t)}{dt} = -\beta S(t), \\ S(0) = S_0, \end{cases} \quad (1)$$

де $\beta = v/V$ — величина, еквівалентна оберненому середньому часу перебування трасера в апараті, тобто $\beta = 1/\bar{\tau}$;

v — об'ємна швидкість потоку;

V — об'єм зони ІІІ;

$$\frac{\partial c(x,t)}{\partial x} = 0, \text{ при } x = L. \quad (4)$$

Для розв'язання рівнянь (2) — (4) зробимо заміну змінних:

$$c(x,t) = e^{kt+qx} \cdot w(x,t), \quad (5)$$

де $k = -u^2/(4D_L)$; $q = u/(2D_L)$.

При такому, неважко перевірити, що функція $w(x,t)$ задовольняє рівнянню

$$\frac{\partial w(x,t)}{\partial t} = D_L \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}. \quad (6)$$

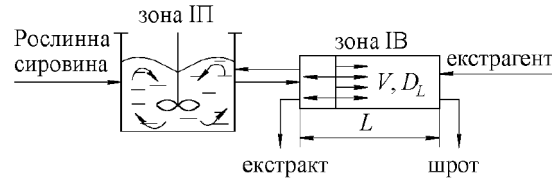


Рис. 2 – Схема структури потоків у вібрекстракторі безперервної дії.

Використовуючи метод розділення змінних для розв'язання рівняння параболічного типу (6), з урахуванням (5) одержимо:

$$c(x,t) = \frac{2V}{L} \int_0^t H(x,t-\tau) S(\tau) d\tau, \quad (7)$$

$$\text{Де } H(x,t-\tau) = e^{\frac{Pe}{2} \frac{x}{L} - \frac{PeV}{4L}(t-\tau)} \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{A_n} y_n(x) e^{-\frac{V}{L \cdot Pe} \lambda_n^2 (t-\tau)}. \quad (8)$$

В останньому співвідношенні введені позначення:

$$A_n = 1 + \frac{Pe}{\lambda_n^2} \left(1 + \frac{Pe}{4}\right); \quad A_n = 1 + \frac{Pe}{\lambda_n^2} \left(1 + \frac{Pe}{4}\right), \quad y_n(x) = \cos\left(\lambda_n \frac{x}{L}\right) + \frac{Pe}{2\lambda_n} \sin\left(\lambda_n \frac{x}{L}\right), \quad (9)$$

де $Pe = uL/D_L$ — критерій Пекле; $\lambda_n > 0$ — корені характеристичного рівняння;
 $\frac{\text{tg}(\lambda_n)}{\lambda_n} = \frac{4Pe}{4\lambda_n^2 - Pe^2}$.

Розв'язком моделі ІІІ $\frac{dS(t)}{dt} = \beta(S^* - S)$ є функція виду

$$S(t) = S^* (1 - e^{-\beta t}) \quad (10)$$

Підставляючи (10) у формулу (7), з урахуванням позначень (9), матимемо:

$$\begin{aligned} c(x,t) &= \frac{2}{t} e^{\frac{Pe}{2} \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2t}\right)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{A_n} y_n(x) e^{-\frac{1}{Pe} \lambda_n^2 \frac{t}{L}} \cdot \int_0^t e^{\left(\frac{Pe}{4} + \frac{1}{Pe} \lambda_n^2\right) \frac{\tau}{L}} S(\tau) d\tau = \\ &= \frac{2S^*}{t} e^{\frac{Pe}{2} \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2t}\right)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{A_n} y_n(x) e^{-\frac{1}{Pe} \lambda_n^2 \frac{t}{L}} \cdot r_n, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\text{де } r_n = \int_0^t e^{\left(\frac{Pe}{4} + \frac{1}{Pe} \lambda_n^2\right) \frac{\tau}{L}} (1 - e^{-\beta \tau}) d\tau.$$

Величини r_n можна спростити, використовуючи наступні перетворення:

$$\begin{aligned} r_n &= \int_0^t e^{\alpha_n \tau} (1 - e^{-\beta \tau}) d\tau = \int_0^t e^{\alpha_n \tau} d\tau - \int_0^t e^{(\alpha_n - \beta) \tau} d\tau = \frac{1}{\alpha_n} e^{\alpha_n \tau} \Big|_0^t - \frac{1}{\alpha_n - \beta} e^{(\alpha_n - \beta) \tau} \Big|_0^t = \\ &= \frac{1}{\alpha_n} (e^{\alpha_n t} - 1) - \frac{1}{\alpha_n - \beta} (e^{(\alpha_n - \beta)t} - 1), \end{aligned} \quad (12)$$

$$\text{де } \alpha_n = \left(\frac{\text{Pe}}{4} + \frac{1}{\text{Pe}} \lambda_n^2 \right) \frac{1}{t}.$$

Таким чином, розв'язок запропонованих систем по зонах ІІ—ІВ із врахуванням реальних фізичних координат довжини x і часу t матиме вигляд:

$$c(x, t) = 2S_0 e^{\frac{\text{Pe}}{2} \left(\frac{x}{L} - \frac{1}{2} \right) \frac{t}{\tau}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{A_n} y_n(x) e^{-\frac{1}{\text{Pe}} \lambda_n^2 \frac{t}{\tau}} r_n(t) \quad (13)$$

$$\text{де } r_n(t) = \frac{1}{\gamma_n - \beta \tau} \left(e^{(\gamma_n - \beta \tau) \frac{t}{\tau}} - 1 \right), \quad \gamma_n = \frac{\text{Pe}}{4} + \frac{\lambda_n^2}{\text{Pe}}, \quad A_n = 1 + \frac{\text{Pe}}{\lambda_n^2} \left(1 + \frac{\text{Pe}}{4} \right), \quad y_n(x) = \cos \left(\lambda_n \frac{x}{L} \right) + \frac{\text{Pe}}{2\lambda_n} \sin \left(\lambda_n \frac{x}{L} \right)$$

— власні функції однопараметричної дифузійної моделі (2) з крайовими умовами (3) і (4); $\lambda_n > 0$ — корені трансцендентного рівняння: $\text{tg}(\lambda_n) = 4 \text{Pe} \cdot \lambda_n / (4\lambda_n^2 - \text{Pe}^2)$.

Отримані залежності для зручності подальшого моделювання подамо у безрозмірних координатах. З цією метою введемо безрозмірні координати довжини, часу і концентрації, відповідно:

$$\eta = \frac{x}{L}; \quad \theta = \frac{t}{\tau}; \quad \sigma = \frac{c(x, t)}{S^*}.$$

Тоді з (13) отримаємо наступний безрозмірний розв'язок:

$$\sigma(\eta, \theta) = 2e^{\frac{\text{Pe}}{2} \left(\eta - \frac{1}{2} \right) \theta} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{A_n} y_n(\eta) e^{-\frac{\lambda_n^2}{\text{Pe}} \theta} r_n(\theta), \quad 0 < \eta < 1, \quad (14)$$

$$\text{де } r_n(\theta) = \frac{1}{\gamma_n} \left(e^{\gamma_n \theta} - 1 \right) - \frac{1}{\gamma_n - \beta \tau} \left(e^{(\gamma_n - \beta \tau) \theta} - 1 \right); \quad y_n(\eta) = \cos(\lambda_n \eta) + \frac{\text{Pe}}{2\lambda_n} \sin(\lambda_n \eta).$$

Висновки. В результаті одержано аналітичну залежність (13) та безрозмірний її вигляд (14), які можуть бути використані для визначення поточної концентрації речовини в довільний час в довільній точці робочої зони апарата, а також можуть бути взятими за основу при розв'язанні оптимізаційних задач та задач ідентифікації, планування експерименту тощо.

Література

1. Гельперин Н.И., Пибалк В.Л., Костянян А.А. Структура потоков и эффективность колонных аппаратов химической промышленности. — М.: Химия, 1977. — 264с.
2. Лобода П.П., Зав'ялов В.Л. Закономерности гидродинамики пульсирующих струй в виброэкстракторах // Пищ. промышленность — 1992, №38. — с.88-91.
3. Пат. 27705 України, Вібраційний екстрактор / Зав'ялов В.Л., Бодров В.С., Запорожець Ю.В.; опубл. 12.11.07р., Бюл.№18.

УДК 662.021

ИНТЕНСИФИКАЦИЯ МАССООБМЕНА В ПЛЕНОЧНЫХ АППАРАТАХ ОРГАНИЗАЦИЕЙ КАПЕЛЬНО-ПЛЕНОЧНОГО ТЕЧЕНИЯ

Марценюк А.С., докт. техн. наук, профессор
Национальный университет пищевых технологий,
г. Киев

Описан способ интенсификации массообмена в газожидкостных противоточных пленочных аппаратах организацией капельно-пленочного течения жидкости. Представлены рабочие характеристики листовых регулярных насадок с зубчатыми отверстиями.

The method of intensification of mass-transfer in the gas-liquid countercurrent film vehicles by organization of drop-film flow of liquid is described. Working descriptions of regular sheets attachments with the toothed openings are presented.