

УДК 532.516: 536.24  
DOI

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІКИ ТЕПЛОМАСОПЕРЕНОСУ В ПРОЦЕСІ ЖАРІННЯ ОЛІЙНОЇ СИРОВИНИ

<sup>1</sup>Сорокова Н.М. д.т.н., с.н.с., <sup>2</sup>Дідур В.В. к.т.н., доцент.

<sup>1</sup>Інститут технічної теплофізики Національної академії наук України, Київ

<sup>2</sup>Уманський національний університет садівництва

**Анотація.** Розроблено математичну модель і чисельний метод розрахунку динаміки тепломасопереносу та фазових перетворень в процесі волого-теплової обробки подрібненої олійної сировини (м'ятки) в багаточанній жаровні циліндричної конфігурації при кондуктивному підведенні теплоти. Волого-теплова обробка м'ятки є складовим процесом в технології виготовлення рослинної олії. Вона супроводжується певними біохімічними і структурними змінами матеріалу, спрямованими на підвищення виходу та якісних показників олії. Основною умовою досягнення необхідних якісних змін є дотримання заданого температурно-вологісного стану м'ятки при обробці. Математична модель будувалась на базі диференціального рівняння переносу субстанції (енергії, маси, імпульсу) в системах, що деформуються. Вона включає рівняння переносу енергії та рівняння масопереносу рідкої, парової і повітряної фаз в дисперсній колоїдній капілярно-пористій системі. Сформульовано крайові умови. Розроблено чисельний метод розрахунку. Проведено розрахунок динаміки і кінетики жаріння рецинової мезги та верифікацію отриманих результатів, що свідчить про адекватність математичної моделі, ефективність чисельного методу та доцільність їх використання при розробці та оптимізації режимів жаріння у відповідних умовах різних видів насіння олійних культур.

**Ключові слова:** математичне моделювання, тепломасоперенос, фазові перетворення, жаріння, багаточанна жаровня, м'ятка, мезга, дисперсний шар, турбінна мішалка.

## MATHEMATICAL MODELING OF DYNAMICS OF HEAT AND MASS TRANSFER IN THE PROCESS OF FRYING OILSEEDS

<sup>1</sup>Sorokova N.N. ScD, <sup>2</sup>Didur V.V. Ph.D.

<sup>1</sup>Institute of Engineering Thermophysics of the National Academy of Sciences of Ukraine, Kiev

<sup>2</sup>Uman National University of Horticulture

**Abstract.** A mathematical model and a numerical method for calculating the dynamics of heat and mass transfer and phase transformations in the process of wet-heat treatment of crushed, oilseed raw materials in multipanel roasters of cylindrical configuration with conductive heat transfer are developed. Wet and heat treatment of crushed oilseeds is an integral part of the process of manufacturing vegetable oil. It is accompanied by certain biochemical and structural changes in the material, aimed at increasing the yield and quality of oil. The main condition for the achievement of the necessary qualitative changes in the pulp is the observance of the given temperature-humidity regime during processing. The mathematical model was based on the differential equation of substance (energy, mass, impulse) transfer in deformable systems. The model includes the energy transfer equation and the mass transfer equation of the liquid, vapor and air phases in a dispersed colloidal capillary-porous system describing the heat and mass transfer in each vessel of the apparatus. It is closed by the formulas for the intensity of the phase transformation of the liquid and the vapor, the diffusion coefficients, taking into account the activation nature of these processes. The boundary conditions for the system "hot wall - moist layer - wet air" are formulated. A numerical calculation method is developed based on an explicit three-layer recalculated difference scheme M.I. Nikitenko, who possesses properties of explicit and implicit difference schemes.

The calculation of the dynamics and kinetics of roasting of the reciprocal pulp and the verification of the results are carried out. They indicate the adequacy of the mathematical model, the efficiency of the numerical method and the expediency of their use in developing and optimizing the roasting regimes in the corresponding conditions of different types of oilseed crops.

**Keywords:** mathematical modeling, heat-mass transfer, phase transformations, roasting, multipanel roasters, mint, mesh, disperse layer, turbine mixer.

**Формулювання проблеми і аналіз останніх досягнень.** Вологотеплова обробка подрібненої олійної сировини (жаріння) є складовим процесом в технології виготовлення рослинної олії, що супроводжується певними біохімічними і структурними змінами матеріалу, спрямованими на підвищення виходу та якісних

показників олії [1]. Причому основною умовою досягнення необхідних якісних змін м'ятки є дотримання заданого температурно-вологісного режиму при жарінні. Процес жаріння потребує витрат енергії, тому вибір параметрів ефективного його перебігу слід здійснювати і з точки зору оптимізації енергоспоживання.

Жаріння проводиться в спеціальних багатосекційних апаратах – багаточанних жаровнях (рис.1). Чани кожної секції жаровні мають циліндричну конфігурацію, вони оснащені турбінними мішалками з нахиленими плоскими лопатками біля днищ та мають спосіб нагріву стінок за рахунок теплоти конденсації глухої насиченої пари високого тиску, яка подається у внутрішній простір об'ємного днища кожного чану. При нормальних умовах роботи жаровні безперервної дії та наявності теплоізоляційного шару температура бічних стінок встановлюється рівною температурі днищ. Турбінна мішалка в кожному чані викликає рух частинок мезги в радіальному і вертикальному напрямках, збільшуючи ефективну товщину дисперсного вологого шару [2]. Частота обертання мішалки визначає час її контакту з поверхнею обігріваного днища чану.

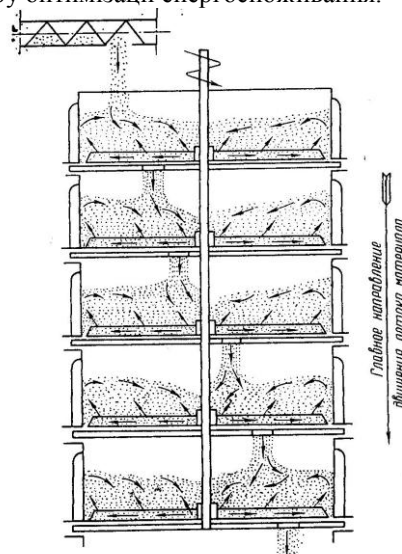


Рис. 1 Схема жаровні.

М'ятка являє собою дисперсну колоїдну капілярно-пористу систему, структура якої характеризується пористістю  $\Pi$  частинок подрібненого насіння і порозністю  $\epsilon_{ш}$  шару, що частинки утворюють. Проміжки між ними називають транспортними порами [3]. Пори системи частково заповнені рідиною, паром та повітрям. Хімічні перетворення твердих компонентів відсутні. Стан твердої фази залишається незмінним.

Примусове зволоження м'ятки перед жарінням сприяє заповненню водою транспортних пор і дозволяє вважати рівномірним розподіл компонентів зв'язаної речовини по об'єму дисперсного шару. При жарінні вміст олії у м'ятці не змінюється, відповідно масоперенос в системі відбувається у вигляді рідини, пари і повітря.

Режими вологотеплової обробки м'ятки визначаються закономірностями перебігу процесів тепломасопереносу в пористих системах. Дослідження кінетики цих процесів у кожному чані жаровні експериментальними методами представляє технічно складну і витратну задачу. Спроби теоретичного описання кінетики і динаміки жаріння олійної сировини [4 – 7] обмежені напівемпіричними методами дослідження на основі балансових рівнянь або із залученням математичної моделі динаміки сушіння А.В. Ликова, реалізація яких потребує значної кількості експериментальної інформації. Точність такого моделювання істотно знижується, якщо рівняння переносу теплоти і маси вирішуються окремо, а теплофізичні характеристики матеріалу приймаються незмінними.

Представлена в даній роботі математична модель будувалась на базі диференційного рівняння нестационарного переносу субстанції  $W$  (маси, енергії, імпульсу) для тіл, що деформуються [3]:  

$$\frac{\partial W}{\partial t} = -\text{div} J_W + I_W - \frac{W}{1 + \epsilon_V} \frac{\partial \epsilon_V}{\partial t}$$
, де  $J_W$  — густина потоку субстанції  $W$ ;  $I_W$  — потужність внутрішніх джерел субстанції;  $\epsilon_V$  — відносна об'ємна деформація тіла.

При жарінні зволоженої м'ятки в умовах переважно кондуктивного підводу енергії та самопропарювання в товстому шарі, температура м'ятки та її вологовміст змінюються повільно і відносно незначно, що дозволяє знехтувати впливом усадки на процеси переносу ( $\epsilon_V = 0$ ). Густина потоку субстанції враховує дифузійний  $J_W^D$  і фільтраційний  $J_W^F$  механізми переносу:  $J_W = J_W^D + J_W^F$ .

Дифузійний потік компоненту  $\psi$  зв'язаної речовини (рідини  $\psi = ж$ , пари  $\psi = п$ , повітря  $\psi = в$ ) пропорційний об'ємній концентрації  $U_\psi$  цього компоненту та температурі тіла  $T$ :  $J_\psi^D = -D_\psi (\nabla U_\psi + \delta_\psi^T \nabla T)$ , де  $D_\psi$ ,  $\delta_\psi^T$  — коефіцієнти дифузії і термодифузії компонента  $\psi$ . Молекулярний перенос енергії в тілі відбувається у вигляді теплоти та за рахунок масопереносу:  $J^D = -\lambda \nabla T + \sum_\psi h_\psi J_\psi^D$ , де  $h_\psi$  — питома ентальпія компонента

$\psi$ . Густини фільтраційних потоків компонентів  $\psi$  ( $\psi = ж, п, в$ ) знаходяться за виразами:  $J_\psi^F = U_\psi \mathbf{w}_\psi$ ,  $J_\psi^F = U_\psi \mathbf{w}_\psi$ , де  $\mathbf{w}_\psi$  і  $\mathbf{w}_r$  представляють собою векторні суми лінійної швидкості  $w_l$  частинок м'ятки відносно корпусу апарата та швидкості фільтраційного руху рідинної  $w_\psi$  або газової  $w_r$  фаз.

Математична модель тепломасопереносу і фазових перетворень при жарінні зволоженої м'ятки в кожному чані, покладаючи що перенос теплоти і маси відбувається по висоті та у радіальному напрямку, може бути представлена в наступному вигляді:

$$c_{\text{еф}} \left( \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial (w_{\text{еф}r} T)}{\partial r} + \frac{\partial (w_{\text{еф}y} T)}{\partial y} \right) = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda_{\text{еф}r} r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_{\text{еф}} \frac{\partial T}{\partial y} \right) - LI_V, \quad (1)$$

$$\frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial t} + \frac{\partial (w_{\text{ж}r} U_{\text{ж}})}{\partial r} + \frac{\partial (w_{\text{ж}y} U_{\text{ж}})}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( D_{\text{ж}r} r \frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{\text{ж}} \frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial y} \right) - I_V, \quad (2)$$

$$\frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial t} + \frac{\partial (w_{\text{п}r} U_{\text{п}})}{\partial r} + \frac{\partial (w_{\text{п}y} U_{\text{п}})}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( D_{\text{п}r} r \frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{\text{п}} \frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial y} \right) + I_V, \quad (3)$$

$$\frac{\partial U_{\text{в}}}{\partial t} + \frac{\partial (w_{\text{в}r} U_{\text{в}})}{\partial r} + \frac{\partial (w_{\text{в}y} U_{\text{в}})}{\partial y} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( D_{\text{в}r} r \frac{\partial U_{\text{в}}}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( D_{\text{в}} \frac{\partial U_{\text{в}}}{\partial y} \right). \quad (4)$$

Тут  $U_{\text{ж}}$ ,  $U_{\text{п}}$ ,  $U_{\text{в}}$  – об'ємні концентрації рідини, пари і повітря в шарі;  $c_{\text{еф}}$ ,  $\lambda_{\text{еф}}$  — ефективні теплоємність та теплопровідність,  $c_{\text{еф}} = c_{\text{т}} \rho_{\text{т}} \Psi_{\text{т}} + c_{\text{ж}} U_{\text{ж}} + c_{\text{п}} U_{\text{п}} + c_{\text{в}} U_{\text{в}}$ ,  $\lambda_{\text{еф}} = \lambda_{\text{т}} \Psi_{\text{т}} + \lambda_{\text{ж}} U_{\text{ж}} / \rho_{\text{ж}} + \lambda_{\text{п}} U_{\text{п}} / \rho_{\text{п}} + \lambda_{\text{в}} U_{\text{в}} / \rho_{\text{в}}$ ,  $\Psi_{\text{т}}$  — об'ємна доля твердої фази у дисперсному шарі,  $\Psi_{\text{т}} = (1 - \Pi)(1 - \varepsilon_{\text{ш}})$ ,  $L$  — питома теплота випаровування;  $w_{\text{еф}k}$  — ефективна швидкість зв'язаної речовини в напрямку  $k$  ( $k = y, r$ ),  $w_{\text{еф}k} = [w_{\text{ж}k} c_{\text{ж}} U_{\text{ж}} + w_{\text{п}k} (c_{\text{п}} U_{\text{п}} + c_{\text{в}} U_{\text{в}})] / c_{\text{еф}}$ . Швидкість матеріалу  $w_i$ , і відповідно компонентів  $\psi$  зв'язаної речовини відносно корпусу чанів в математичній моделі було враховано шляхом визначення зміни товщини дисперсного шару м'ятки при обертанні мішалки та збільшенням порозності шару  $\varepsilon_{\text{ш}}$ .

Ефективний коефіцієнт дифузії рідкої фази визначається по формулі М.І. Нікітенко [8]:  $D_{\text{ж}} = \gamma_D [\exp(A_D / RT) - 1]^{-1}$ , де  $A_D$  — енергія активації, а для пари і повітря [9]:  $D_{\text{п}} = D_{\text{в}} = \gamma_{\text{п}} T^{3/2} / P_{\text{г}}$ .

Інтенсивність випаровування рідини на поверхні дисперсного шару, що контактує з вологим повітрям знаходиться [10] як різниця потоків рідини що випаровується і пари що конденсується

$$I = \gamma_c \left\{ \varphi_{\text{т}} \Big|_{v=0} \left( \exp \left[ \frac{A}{RT} \Big|_{v=0} \right] - 1 \right)^{-1} - \varphi_{\text{с}} \left( \exp \left[ \frac{A}{RT_{\text{с}}} \right] - 1 \right)^{-1} \right\}, \quad \gamma_c = \varepsilon \rho_{\text{ж}} \delta^* / 4, \quad (5)$$

де  $A$  — енергія активації;  $\varepsilon$  — коефіцієнт випромінювання;  $\delta^*$  — середня довжина перескоку активізованої частинки в конденсованому шарі;  $\varphi_{\text{т}}$  — вологість газової суміші в порах тіла, яка відповідає поточному значенню  $U_{\text{ж}}$  згідно ізотермі сорбції;  $v$  — нормаль до поверхні;  $T_{\text{с}}$ ,  $\varphi_{\text{с}}$  — параметри газового середовища.

Питома інтенсивність фазових перетворень в шарі матеріалу визначається за виразом, що впливає з (5) за умови локальної термодинамічної рівноваги контактуючих фаз

$$I_V = \gamma_c [\exp(A / RT) - 1]^{-1} (\varphi_{\text{т}} - \varphi) S. \quad (6)$$

Тут  $S$  — площа контакту рідкої і газової фаз у не повністю заповнених порах одиничного об'єму шару, для визначення якої в [3] отримано формула

$$S = \frac{2\sqrt{1 - \varphi_{\text{т}}}}{\rho_{\text{ж}} \delta^*} \frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial \varphi_{\text{т}}}. \quad (7)$$

Похідна  $\partial U_{\text{ж}} / \partial \varphi_{\text{т}}$  знаходиться з рівняння ізотермі десорбції. Дані, представлені в [11] по рівноважному вологомісту олійної сировини  $W_{\text{р}}$  досить добре апроксимуються залежністю  $W_{\text{р}} = 20,3\varphi_{\text{т}}^3 - 3,2\varphi_{\text{т}}^2 + 3,03$ . Перехід до об'ємної концентрації здійснюється по співвідношенню  $U_{\text{ж}} = 0,01 W_{\text{р}}$ .

Швидкості фільтрації  $w_{\text{ж}}$  і  $w_{\text{т}}$  знаходяться по закону Дарсі:  $w_{\psi} = -K_0 K_{\psi} / \eta_{\psi} \nabla P_{\psi}$ , ( $\psi = \text{ж}, \text{г}$ ), де  $K_0$  — загальна проникність середовища,  $K_{\psi}$  — відносна проникність фази  $\psi$ ;  $\eta_{\psi}$  — динамічний коефіцієнт в'язкості  $\psi$ ,  $P_{\psi}$  — парціальний тиск фази  $\psi$ . Тиски  $P_{\text{ж}}$  і  $P_{\text{г}}$  розраховуються через шукані функції  $U_{\text{ж}}$ ,  $U_{\text{п}}$ ,  $U_{\text{в}}$ ,  $T$ . На кожному етапі процесу визначаються об'ємні долі рідини  $\Psi_{\text{ж}}$  і газової суміші  $\Psi_{\text{г}}$  в тілі:  $\Psi_{\text{ж}} = U_{\text{ж}} / \rho_{\text{ж}}$ ,  $\Psi_{\text{г}} = 1 - \Psi_{\text{т}} - \Psi_{\text{ж}}$ . Далі знаходяться парціальні густини  $\rho_{\text{п}} = U_{\text{п}} / \Psi_{\text{г}}$ ,  $\rho_{\text{в}} = U_{\text{в}} / \Psi_{\text{г}}$  і парціальні тиски  $P_{\text{п}} = \rho_{\text{п}} R_{\text{у}} T / \mu_{\text{п}}$ ,  $P_{\text{в}} = \rho_{\text{в}} R_{\text{у}} T / \mu_{\text{в}}$ . Тиск газової суміші  $P_{\text{г}} = P_{\text{п}} + P_{\text{в}}$ , а рідкої фази  $P_{\text{ж}} = P_{\text{г}} + P_{\text{к}}$ , де  $P_{\text{к}}$  — капілярний тиск, визначений в [12] як середній капілярний тиск в порах одиничного об'єму тіла:

$$P_{\text{к}} = \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{max}}} P_{\text{к}l} dV / \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{max}}} dV = 2\sigma(T) \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{max}}} \frac{\theta(r)}{r} F(r) dr / \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{max}}} \theta(r) F(r) dr = \frac{2\sigma(T)}{r^*}, \quad r_{\text{min}} < r^* < r_{\text{max}}. \quad (8)$$

Тут об'єм рідини в капілярах з радіусами від  $r$  до  $r+dr$  в одиничному об'ємі тіла пропорційний диференційній функції  $F(r)$  розподілу пор по розмірах  $dV(r) = \theta(r) F(r) dr$ ,  $\theta(r)$  — об'ємна доля капілярів, що зайнята рідиною;  $r^*$  — характеристичний параметр дисперсності розмірів пор.

На початку процесу жаріння покладаємо, що температура і концентрації компонентів зв'язаної речовини є однаковими у всіх точках дисперсного шару. Значення  $T(r, y, 0)$ ,  $U_{\text{ж}}(r, y, 0)$ ,  $U_{\text{п}}(r, y, 0)$ ,  $U_{\text{в}}(r, y, 0)$  у другому

чані жаровні дорівнюють тим, що м'ятка набула після вологотеплової обробки у першому чані. Кінцеві середні значення цих параметрів після другого чану будуть початковими для наступного етапу жаріння і т.д.

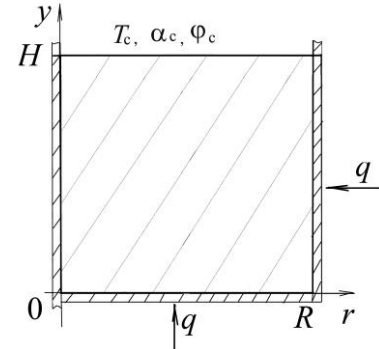
Граничні умови тепломасообміну задаються для кожної поверхні розрахункової області (рис.2). На верхній  $y = H$ ,  $0 \leq r \leq R$  контакту м'ятки з газовим середовищем чану реалізуються умови третього роду:

$$\lambda_{\text{эф}} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=H} = \alpha(T|_{y=H} - T_c) - LI \Big|_{y=H}, \quad (9)$$

$$D_{\text{ж}} \frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial y} \Big|_{y=H} + \frac{\partial(w_{\text{ж}y} U_{\text{ж}})}{\partial y} \Big|_{y=H} = I \Big|_{y=H}, \quad (10)$$

$$-D_{\text{п}} \frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial y} \Big|_{y=H} + \frac{\partial(w_{\text{п}y} U_{\text{п}})}{\partial y} \Big|_{y=H} = \gamma_{\text{п,с}} (U_{\text{п}}|_{y=H} - \rho_{\text{п,с}} \Psi_{\text{п}}), \quad (11)$$

$$U_{\text{в}}|_{y=H} = \frac{P_{\text{с}} \Psi_{\text{г}} \mu_{\text{в}}}{R T|_{y=H}} - U_{\text{в}}|_{y=H} \frac{\mu_{\text{в}}}{\mu_{\text{п}}}. \quad (12)$$



**Рис.2 Розрахункова область**

На границі  $0 \leq y \leq H$ ,  $r = 0$  розрахункової області задаються умови симетрії полів шуканих функцій

$$\frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; \quad \frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; \quad \frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; \quad \frac{\partial U_{\text{в}}}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; \quad \frac{\partial w_{\text{ж}r}}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0; \quad \frac{\partial w_{\text{п}r}}{\partial r} \Big|_{r=0} = 0. \quad (13)$$

На правій ( $0 \leq y \leq H$ ,  $r = R$ ) і нижній ( $y = 0$ ,  $0 \leq r \leq R$ ) границях області відбувається кондуктивне теплопідведення і відсутні масові потоки:

$$\lambda_{\text{ст}} \frac{\partial T_{\text{ст}}}{\partial \delta_{\text{ст}}} \Big|_{r=R} = \lambda_{\text{эф}} \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R}, \quad T_{\text{ст}}|_{r=R} = T|_{r=R} + \Delta T, \quad \frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0, \quad \frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0, \quad \frac{\partial U_{\text{в}}}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0; \quad (14)$$

$$\lambda_{\text{ст}} \frac{\partial T_{\text{ст}}}{\partial \delta_{\text{ст}}} \Big|_{y=0} = \lambda_{\text{эф}} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0}, \quad T_{\text{ст}}|_{y=0} = T|_{y=0} + \Delta T; \quad \frac{\partial U_{\text{ж}}}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0; \quad \frac{\partial U_{\text{п}}}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0; \quad \frac{\partial U_{\text{в}}}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0. \quad (15)$$

Тут  $\lambda_{\text{ст}}$ ,  $\delta_{\text{ст}}$  — теплопровідність і товщина стінки;  $\Delta T$  — різниця температур між стінкою і м'яткою внаслідок газових прошарків, що утворюються при русі вологого шару,  $\Delta T = q_{\text{пр}} \delta_{\text{пр}} / \lambda_{\text{г пр}}$ ,  $\lambda_{\text{г}}$ ,  $\delta_{\text{пр}}$  — теплопровідність і товщина газового прошарку,  $q_{\text{пр}}$  — густина теплового потоку через прошарок.

Рішення системи (1) – (4) при граничних умовах (9) – (15) проводилось чисельним методом на базі явної трьохшарової перерахункової різницевої схеми, запропонованої М.І. Нікітенко [13]. В циліндричних координатах на рівномірній різницевої сітці  $r_i = (i-1)h$ , ( $i = 1, \dots, I$ ;  $h = \text{const}$ ),  $y_m = (m-1)h_y$ , ( $m = 1, \dots, M$ ;  $h_y = \text{const}$ ),  $t_n = nl$  ( $n = 0, 1, \dots, l > 0$ ) диференційне рівняння переносу енергії (1) апроксимується двома різницеви:

$$\frac{\bar{T}_{i,m}^{n+1} - T_{i,m}^n}{l} = - \left[ \left( (w_{\text{еф}r} T)_{i+1,m}^n - (w_{\text{еф}r} T)_{i,m}^n \right) - \left( (w_{\text{еф}r} T)_{i,m}^n - (w_{\text{еф}r} T)_{i-1,m}^n \right) \right] / (2h^2) - \left[ \left( (w_{\text{еф}y} T)_{i,m+1}^n - (w_{\text{еф}y} T)_{i,m}^n \right) - \left( (w_{\text{еф}y} T)_{i,m}^n - (w_{\text{еф}y} T)_{i,m-1}^n \right) \right] / (2h_y^2), \quad (16)$$

$$(1 + \Omega_{\text{T}}) \frac{\bar{T}_{i,m}^{n+1} - \bar{T}_{i,m}^{n+1}}{l} - \Omega_{\text{T}} \frac{T_{i,m}^n - T_{i,m}^{n-1}}{l} = - \left[ \left( (w_{\text{еф}r} \bar{T})_{i+1,m}^{n+1} - (w_{\text{еф}r} \bar{T})_{i,m}^{n+1} \right) - \left( (w_{\text{еф}r} \bar{T})_{i,m}^{n+1} - (w_{\text{еф}r} \bar{T})_{i-1,m}^{n+1} \right) \right] / (2h^2) - \left[ \left( (w_{\text{еф}y} \bar{T})_{i,m+1}^{n+1} - (w_{\text{еф}y} \bar{T})_{i,m}^{n+1} \right) - \left( (w_{\text{еф}y} \bar{T})_{i,m}^{n+1} - (w_{\text{еф}y} \bar{T})_{i,m-1}^{n+1} \right) \right] / (2h_y^2) + \frac{1}{c_{\text{эф}}} \left\{ \frac{1}{2r_{i,m}} \left[ \lambda_{\text{еф}i+1,m} r_{i+1,m} + \lambda_{\text{еф}i,m} r_{i,m} \right] (\bar{T}_{i+1,m}^{n+1} - \bar{T}_{i,m}^{n+1}) - \left( \lambda_{\text{еф}i,m} r_{i,m} + \lambda_{\text{еф}i-1,m} r_{i-1,m} \right) (\bar{T}_{i,m}^{n+1} - \bar{T}_{i-1,m}^{n+1}) \right\} / h^2 + \left[ \left( \lambda_{\text{еф}i,m+1} + \lambda_{\text{еф}i,m} \right) (\bar{T}_{i,m+1}^{n+1} - \bar{T}_{i,m}^{n+1}) - \left( \lambda_{\text{еф}i,m} + \lambda_{\text{еф}i,m-1} \right) (\bar{T}_{i,m}^{n+1} - \bar{T}_{i,m-1}^{n+1}) \right] / (2h_y^2) - I_V \}. \quad (17)$$

Тут  $\Omega$  — ваговий параметр різницевих рівнянь, що усуває обмеження на крок за часом,  $\Omega \geq 0$ .

Аналогічним чином записуються різницеві апроксимації рівнянь (2) – (4). У вузлових точках ( $i, 1$ ) на границі розрахункової області  $y = 0$ ,  $0 \leq r \leq R$  різницеве рівняння (17) з урахуванням повітряного прошарку товщиною  $\delta_{\text{пр}}$  і теплопровідністю  $\lambda_{\text{г пр}}$  між дном і вологим шаром представляється у наступний спосіб

$$\begin{aligned}
 (1 + \Omega_T) \frac{\bar{T}_{i,1}^{n+1} - \bar{T}_{i,1}^{n+1}}{l} - \Omega_T \frac{T_{i,1}^n - T_{i,1}^{n-1}}{l} = & - \left[ (w_{\text{ефр}} \bar{T})_{i+1,1}^{n+1} - (w_{\text{ефр}} \bar{T})_{i,1}^{n+1} \right] - \left[ (w_{\text{ефр}} \bar{T})_{i,1}^{n+1} - (w_{\text{ефр}} \bar{T})_{i-1,1}^{n+1} \right] / (2h^2) - \\
 - & \left[ (w_{\text{ефр}} \bar{T})_{i,2}^{n+1} - (w_{\text{ефр}} \bar{T})_{i,1}^{n+1} \right] - \left[ (w_{\text{ефр}} \bar{T})_{i,1}^{n+1} - (w_{\text{ефр}} \bar{T})_{i,2}^{n+1} \right] / (2h_y^2) + \frac{1}{c_{\text{еф}}} \left\{ \frac{1}{2r_{i,1}} \left[ \lambda_{\text{еф}i+1,1} r_{i+1,1} + \lambda_{\text{еф}i,1} r_{i,1} \right] (\bar{T}_{i+1,1}^{n+1} - \bar{T}_{i,1}^{n+1}) - \right. \\
 - & \left. \left[ \lambda_{\text{еф}i,1} r_{i,1} + \lambda_{\text{еф}i-1,1} r_{i-1,1} \right] (\bar{T}_{i,1}^{n+1} - \bar{T}_{i-1,1}^{n+1}) \right\} / h^2 + \left[ \frac{(\lambda_{\text{еф}i,2} + \lambda_{\text{еф}i,1})}{2h_y} (\bar{T}_{i,2}^{n+1} - \bar{T}_{i,1}^{n+1}) - \right. \\
 - & \left. \frac{1}{h_y / \lambda_{\text{еф}i,1} + \delta_{\text{пр}} / \lambda_{\text{гпр}}} (\bar{T}_{i,1}^{n+1} - \bar{T}_{\text{ст}}^{n+1}) \right] / (h_y + \delta_{\text{пр}}) - I_V \}. \tag{18}
 \end{aligned}$$

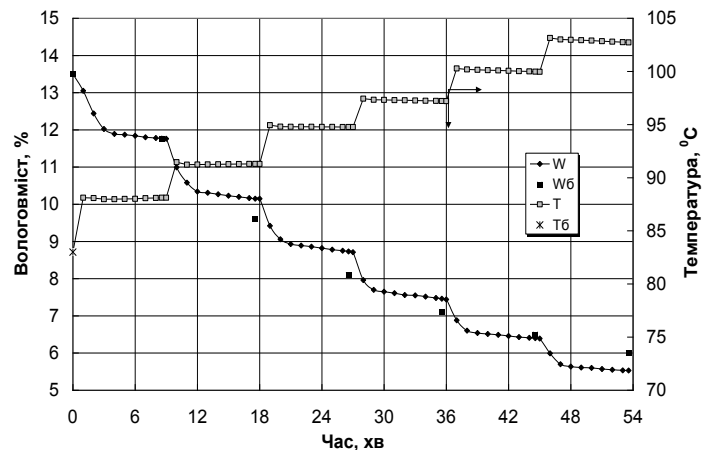
Погрішність апроксимації має порядок  $l + h^2 + h_y^2$ . Необхідні умови стійкості різницьових рівнянь [9]:  $l \leq \left\{ (w_r / h + w_y / h_y)^{-1}; (1 + 2\Omega) / [2v(h^{-2} + h_y^{-2})] \right\}$ , де параметр  $v$  для рівнянь (1) – (4) приймає значення відповідно  $\lambda_{\text{еф}} / c_{\text{еф}}$ ,  $D_{\text{ж}}$ ,  $D_{\text{п}}$ ,  $D_{\text{в}}$ , а швидкості  $w_r$  і  $w_y$  —  $w_{\text{ефк}}$ ,  $w_{\text{жк}}$ ,  $w_{\text{рк}}$  ( $k = r, y$ ). Розрахунковий крок за часом:  $l \leq \min(l_T; l_{\text{ж}}; l_{\text{п}}; l_{\text{в}})$ . Істинні об'ємні концентрації рідини  $U_{\text{жi}}$ , пари  $U_{\text{пi}}$  та повітря  $U_{\text{вi}}$  в м'ятці зв'язані з концентраціями у дисперсному шарі виразами  $U_{\text{жi}} = U_{\text{ж}}(1 - \varepsilon_{\text{ш}})$ ,  $U_{\text{пi}} = \rho_{\text{п}}(\Psi_{\text{г}} + \varepsilon_{\text{ш}})$ ,  $U_{\text{вi}} = \rho_{\text{в}}(\Psi_{\text{г}} + \varepsilon_{\text{ш}})$ .

**Обговорення результатів.** Згідно технологічного регламенту, розробленого в [14], інактивацію ферментної системи м'ятки починають у шнеку-інактиваторі шляхом впливу протягом 30 – 40 с вологої насиченої пари, що підвищує вологовміст сировини до 9 – 10 % та температури до 85 – 90 °С. У першому чані жаровні сировина ще додатково зволожується до вологовмісту 13 – 13,5 %. В решті чанів рухомий шар (0,35 – 0,5 м) нагрітої зволоженої м'ятки піддається жарінню – тепловій обробці з поступовим її підігріванням до температури 100 – 105 °С, самопропарюванням та зневодненням до вологовмісту 5 – 6 %.

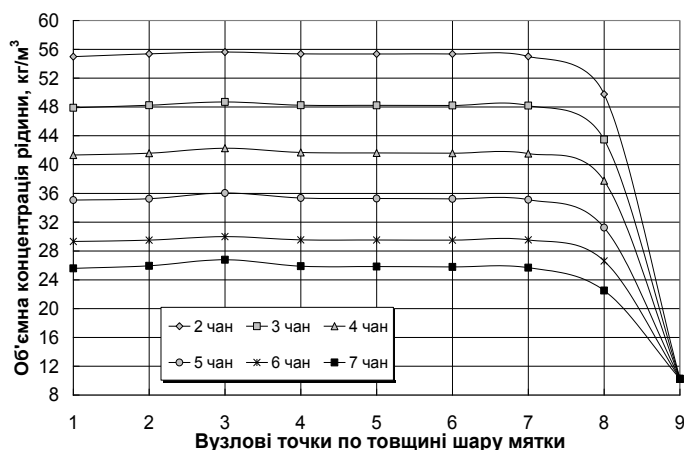
На базі представленої математичної моделі і чисельного методу проведено розрахунок динаміки і кінетики жаріння м'ятки рідини в дослідній семичанній жаровні з внутрішнім діаметром чанів 1 м та товщиною стінки полих днищ 0,01 м при наступних вихідних умовах: висота шару м'ятки в чанах у нерухомому стані  $h = 0,21$  м, ефективна товщина рухомого шару  $H = 0,5$  м забезпечується порозністю шару  $\varepsilon_{\text{ш}} = 1 - h/H = 0,6$ ; початкові параметри м'ятки, глухої пари і контактуючого середовища:  $T_0 = 83$  °С;  $W_0 = 13,5$  %;  $T_{\text{г.п.}} = 164$  °С,  $P_{\text{г.п.}} = 0,7$  МПа;  $T_{\text{с}} = 75$  °С;  $P_{\text{с}} = 0,1$  МПа;  $P_{\text{пс}} = 2,5$  кПа;  $A = A_D = 0,4205 \cdot 10^8$  Дж/кмоль; теплофізичні властивості  $c_T = 1,915$  кДж/(кг·К),  $\lambda_T = 0,15$  Вт/(м·К);  $\rho_{\text{м}} = 1025$  кг/м<sup>3</sup>;  $\Pi = 0,385$  [11]. Тривалість обробки м'ятки в кожному чані складає 514 с, загальний час обробки 60 хв, в якому жаріння триває 54 хв.

На рис. 3 представлено графіки середніх значень вологовмісту і температури м'ятки в процесі повного циклу жаріння, отримані на основі математичного моделювання, та результати балансових розрахунків дискретних значень середнього вологовмісту м'ятки після кожного чану жаровні. Похибка відхилення не перевищує 7 %, що свідчить про адекватність математичної моделі.

Поля локальних значень температури та концентрації вологи по об'єму дисперсного шару м'ятки в чанах жаровні є істотно нерівномірними. На рис.4 зображено результати чисельного розрахунку зміни об'ємної концентрації рідкої фази  $U_{\text{ж}}$  у м'ятці по товщині шару  $H$  у перетині  $r = R/2$  в момент часу 8 хв (просторова сітка по товщині  $H$  будувалась на 8 кроків) для кожного чану. Випаровування вологи починається в шарах м'ятки, прилеглих до днищ чанів.



**Рис. 3** Зміна в часі середніх значень температури і вологовмісту м'ятки в процесі жаріння в багаточанній жаровні отримані на базі математичної моделі (лінії) та шляхом балансових розрахунків (точки).



**Рис. 4.** Зміна об'ємної концентрації рідини  $U_{ж}$  при смаженні м'ятки в перерізі  $r = R/2$ ,  $0 \leq y \leq H$  у кожному чані жаровні в момент часу 8 хв.

нтрацій і парціальних тисків рідкої, парової і повітряної фаз в дисперсному шарі, а також час обробки. Верифікація результатів свідчить про адекватність математичної моделі, точність чисельного методу, та можливість їх використання для вибору оптимальних режимних параметрів процесу та конструкційних характеристик обладнання.

#### References

1. Goldovskiy, A.M. (1958). Teoreticheskie osnovy proizvodstva rastitelnykh masel. M.: Pischepromizdat, 446.
2. Didur, V.A., Tkachenko, V.A., Tkachenko, A.V., Didur, V.V., Aseyev, A.A. (2017). Modeling of the process of oilseed meat cooking in a multi-vat cooker during processing of oil raw materials. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies ISSN 1729-3774 3/8 ( 87 ), 46–54.
3. Nikitenko, N.I., Snezhkin, Yu.F., Sorokovaya, N.N., Kolchik, Yu.N. (2014) Molekulyarno-radiatsionnaya teoriya i metodyi rascheta teplo- i massoobmena. Kiev: Naukova dumka, 744 .
4. Frolova, L.N. (2016). Razvitie nauchno-prakticheskikh osnov resursosberegayuschih protsessov kompleksnoy pererabotki semyan maslichnykh kultur (teoriya, tehnika i tehnologiya). Dis. kand. tehn. nauk: 05.18.12, Voronezh, 370.
5. Aleksyan, I.Yu., Titova, L.M., Nugmanov, A.H. (2014). Modelirovanie protsessa sushki diskretnogo materiala v kipyaschem sloe. Tehnika i tehnologiya pischevykh proizvodstv, 3, 96 – 102.
6. Tkachenko, A.V., Didur, V.V., Tkachenko, V.A., Didur, V.A. (2012). Matematicheskaya model vlagoteplovy obrabotki myatki maslichnykh kultur v mnogochannoy zharovne. Raboty Tavricheskogo gosudarstvennogo agro-tehnologicheskogo universiteta: nauchnoe izdanie, 12 (1), 23 – 35 .
7. Olshanskiy, A.I. (2014). Issledovanie teploobmena v protsesse sushki vlazhnykh materialov po eksperimentalnyim danniy vlagooobmena. Inzhenerno-fizicheskii zhurnal, 87(4), 887 – 898.
8. Nikitenko, N.I. (2000) Problemyi radiatsionnoy teorii teplo- i massoperenosa v tverdykh i zhidkikh sredah. Inzhenerno-fizicheskii zhurnal, 73– 4, 851–839.
9. Rudobashta, S.P. (1980). Massoperenos v sistemah s tverdoy fazoy. M.: Himiya, 248.
10. Nikitenko, N.I. (2002). Issledovanie dinamiki ispareniya kondensirovannykh tel na osnove zakona intensivnosti spektralnogo izlucheniya chastits. Inzhenerno-fizicheskii zhurnal, 75(3), 128 – 134.
11. Ginzburg, A.S. (1976). Tehnologiya sushki pischevykh produktov. M.: Pischevaya promyshlennost, 248.
12. Nikitenko, N.I., Snezhkin, Yu.F., Sorokovaya, N.N. (2005). Matematicheskoe modelirovanie teplomassoperenosa, fazovykh prevrascheniy i usadki s tselyu optimizatsii protsessa sushki termolabilnykh materialov. Inzhenerno-fizicheskii zhurnal , 78(1), 74 – 87.
13. Nikitenko, N.I. (1983). Teoriya teplomassoperenosa. Kiev: Nauk. dumka, 352.
14. Didur, V.A., Tkachenko, V.A. (2014). Tehnologiya pererabotki semyan kleshevinyi na malotonnazhnykh predpriyatiyah. Visnik Ukrayinskogo viddilennya Mizhnarodnoyi akademiyi agrarnoyi osvIti, 2. Melitopol: Kopit-sentr «Dokument-servis», 21–36.

Отримано в редакцію 06.05.2019  
 Прийнято до друку 21.06.2019

Received 06.05.2019  
 Approved 21.06.2019

Пара, що утворюється, проходить крізь дисперсний шар, частково конденсуючись та підвищуючи вологовміст, і відповідно  $U_{ж}$  більш холодних середніх прошарків. Концентрація рідини  $U_{ж}$  у вузлових точках 9 (матеріал контактує з зовнішнім середовищем) відповідає рівноважному значенню при заданій температурі  $T_c$  і відносній вологості  $\varphi_c$  газового середовища в чанах.

В кожному наступному чані початкова об'ємна концентрація рідини в м'ятці нижча, ніж у попередньому – процес жаріння супроводжується зневодненням сировини.

**Висновки.** Розроблено математичну модель та чисельний метод розрахунку динаміки та кінетики тепломасопереносу і фазових перетворень при жарінні м'ятки в багаточанній жаровні, що дозволяють визначати поля температур, об'ємних концен-