

## ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДОЛОГІЇ VAR ДЛЯ РИЗИК-МЕНДЖМЕНТУ

У роботі досліджуються параметричні методології VaR: варіаційно-коваріаційний, експоненційний, експоненційно згладжений, ARCH/GARCH. На основі курсу валют НБУ (долар, євро, рубль) за кожною з методологій виконуються розрахунки, підбираються параметри моделі та проводиться бектестинг адекватності моделей. Запропонований критерій порівняння та вибору оптимальної методології VaR. Виконано порівняльний аналіз побудованих моделей та вибрані найкращі моделі прогнозування.

**Ключові слова:** параметричні методології VaR, варіаційно-коваріаційний, експоненційний, експоненційно згладжений, ARCH/GARCH

В работе исследуются параметрические методологии VAR: вариационно-ковариационный, экспоненциальный, экспоненциально сглаженный, ARCH/GARCH. На основе курса валют НБУ (доллар, евро, рубль) по каждой из методологий выполняются расчеты, подбираются параметры модели и проводится бектестинг адекватности моделей. Предложен критерий сравнения и выбора оптимальной методологии VAR. Выполнен сравнительный анализ построенных моделей и выбраны наилучшие модели прогнозирования.

**Ключевые слова:** параметрические методологии VAR, вариационно-ковариационный, экспоненциальный, экспоненциально сглаженный, ARCH/GARCH.

The parametrical methodology of VAR: Variation-covariance, exponential, exponential smoothing, ARCH/GARCH is researched in work. On the basis of the exchange rate of NBU (dollar, euro, rouble), we have made calculations on each methodology. We have picked up parameters of model and made the backtesting of models adequacy. We also have offered criterion of comparison and a choice of optimum methodology of VAR. The comparative analysis of the constructed models was made. The best models of forecasting were chosen.

**Key words:** The parametrical methodology of VAR, Variation-covariance, exponential, exponential smoothing, ARCH/GARCH

### ВСТУП

Однією з найбільш популярних мір ризику є **VAR** (*Value-at-Risk*) або «вартість у зоні ризику». Показник VAR визначається як спрогнозований найгірший можливий збиток для заданого довірчого інтервалу (наприклад, 95 %) протягом певного періоду часу (наприклад, 1 день або 1 місяць). VAR є сумарною мірою ризику, здатної робити порівняння ризику за різними портфелями. Простіше кажучи, обчислення величини VAR проводиться з метою твердження подібного типу: «Ми впевнені на X % (з імовірністю X/100), що наші втрати не перевищать Y умовних одиниць протягом наступних N днів». У даній пропозиції невідома величина Y і є VAR. Або кажучи математично,  $VAR = VAR_{t,T}$  визначається як верхня границя одностороннього довірчого інтервалу:  $Probability (R_t(T) < -VAR) = 1 - \alpha$ , де  $\alpha$  є довірчий рівень,  $R_t(T)$  є ставка росту капіталу портфеля на інтервалі  $[t, T]$  при «безперервному способі нарахування відсотків»:  $R_t(T) = \log (V(t+T) / V(t))$ , де  $V(t+T)$  і  $V(t)$  є значення капіталу портфеля в моменти часу  $t + T$  і  $t$  відповідно. Іншими словами,  $V(t+T) = V(t) * \exp(R_t(T))$ . Відзначимо, що

$R_t(T)$  є випадковою величиною і характеризується, таким чином, деяким імовірнісним розподілом. Значення VAR визначається з розподілу збільшень портфеля у такий спосіб:

$$1 - \alpha = F_R(-VAR) = \int_{-\infty}^{-VAR} f_R(x) dx,$$

де  $F_R(x) = \text{Probability}(R \leq x)$  є функція розподілу ставки росту портфеля,  $f(x)$  є щільністю розподілу  $R_t(T)$ . Традиційними техніками апроксимації розподілу  $R_t(T)$  є параметричні методи (варіаційно-коваріаційний, експоненційний, ARCH/GARCH), моделювання за історичними даними, метод Монте-Карло та аналіз сценаріїв. Будемо досліджувати параметричні методи.

Якщо зміни капіталу портфеля характеризуються параметричним розподілом, то VAR може бути обчислений через параметри цього розподілу. Наприклад, покажемо параметричний метод на прикладі портфелю, що складається із одного актива. Тоді розрахунок VAR зводиться до задачі знаходження  $(1-\alpha)\%$ -квантилі стандартного нормального розподілу  $z_{1-\alpha}$ :

$$1 - \alpha = \int_{-\infty}^{X'} g(x) dx = \int_{-\infty}^{z_{1-\alpha}} \phi(z) dz = N(z_{1-\alpha}), \quad X' = \mu + z_{1-\alpha} \sigma,$$

де  $\phi(z)$  є щільність стандартного нормального розподілу,  $N(z)$  є функція розподілу нормального розподілу,  $g(x)$  є щільність нормального розподілу із середнім  $\mu$  і стандартним відхиленням  $\sigma$ . Дослідимо ці параметричні методології VAR на курсі коливання валют.

### ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ

1. Провести дослідження різних методологій VAR (варіаційно-коваріаційна, експоненційна, експоненційно згладжена, ARCH/GARCH).
2. Зробити економетричний аналіз, на основі якого побудувати математичні моделі, та для дослідження адекватності моделей провести бектестинг.
3. Вибрати найкращі моделі прогнозування методології VAR.
4. Запропонувати критерій порівняння та вибору оптимальної методології VAR.

### РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

#### Дослідження методології варіаційно-коваріаційного VAR

Значення VaR для валюти і розраховується за формулою:

$$VaR_i = \alpha * \sigma^{прогноз} V_i, i = 1, 2 \dots n,$$

де  $\alpha$  – значення квантиля довірчого інтервалу. Згідно з положенням про аналіз та моніторинг ризиків, довірчий інтервал = 99 %. А для такого довірчого інтервалу значення квантиля = 2,33. Отримуємо таку формулу:

$$VaR_i = 1,65 * \sigma^{прогноз} V_i, i = 1, 2 \dots n.$$

Усі отримані значення є складовими вектора VaR.

$$VaR = (VaR_1, VaR_2, \dots, VaR_n)^T.$$

Розраховуємо значення  $VaR_{заг}$  для всього портфелю валют за формулою:

$VaR_{заг} = \sqrt{VaR^T * K * VaR}$ . Це є корінь добутку транспонованого вектора VaR на кореляційну матрицю  $K$  і на вектор VaR. Отже, отримали значення ризикового капіталу, який із ймовірністю 99 % покрити витрати внаслідок зміни валютних курсів на наступний робочий день. При перевірці адекватності даної методики необхідно використати бектестинг. При використанні варіаційно-коваріаційного VAR основною проблемою є підбір горизонту, за значеннями якого розраховується волатильність. Для початку порівняємо отримані значення VaR\_10, VaR\_60, VaR\_250 (рис. 1).

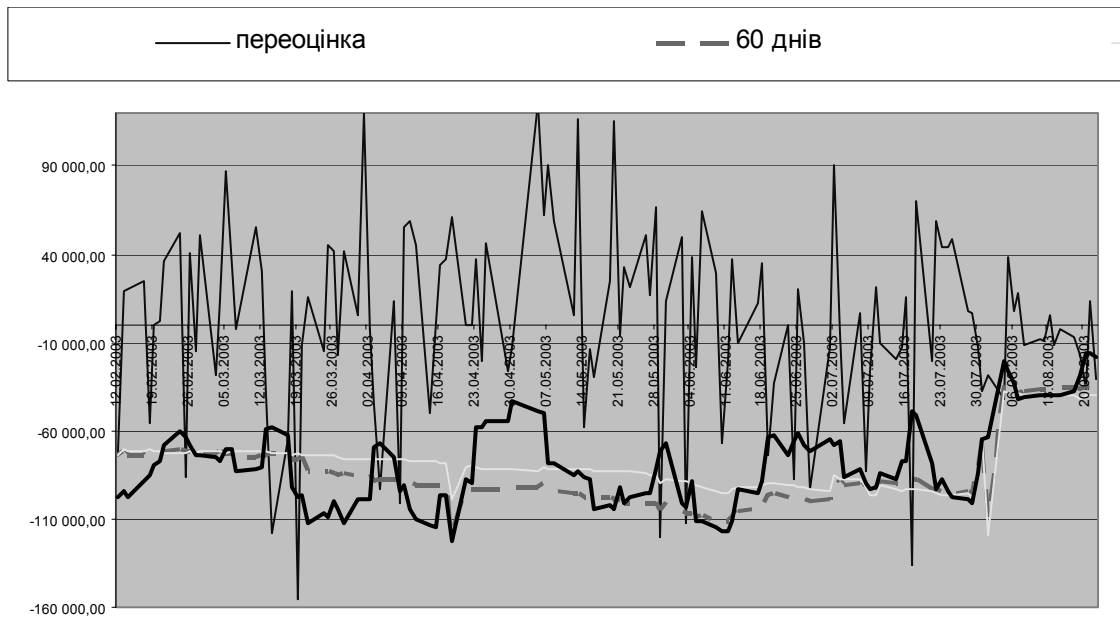


Рис. 1. Бектестинг варіаційно-коваріаційних VaR

Розглянемо кількість пробів за кожним з VaRів (табл. 1)

Таблиця 1

#### Кількість пробів

VaR	Кількість пробів	Реальний ДІ
VaR_10	12	90,7%
VaR_60	8	93,8%
VaR_250	8	93,8%

За даними таблиці видно, що з точки зору Базельського комітету VaR\_250 та VaR\_60 більш адекватні, ніж VaR\_10. Проте з графіку видно, що VaR\_10 доволі непогано враховує тренд, а при порівнянні VaR\_250 та VaR\_60 видно, що загальна сума перепробів в VaR\_250 більша. Далі буде введений доцільний критерій оцінки адекватності різних методик VaR. Отже, на даний момент стоїть питання підбору горизонту. Спробуємо використати декомпозицію волатильностей із різними горизонтами.

$$\sigma = \alpha_1 * \sigma_1 + \alpha_2 * \sigma_2 + \alpha_3 * \sigma_3 + \alpha_4.$$

Досліджувались наступні моделі:  $\sigma = \alpha_1 * \sigma_{10} + \alpha_2 * \sigma_{60} + \alpha_3$ ;  $\sigma = \alpha_1 * \sigma_{10} + \alpha_2 * \sigma_{рік} + \alpha_3$ ;  
 $\sigma = \alpha_1 * \sigma_{60} + \alpha_2 * \sigma_{рік} + \alpha_3$ .

Були підібрані параметри декомпозиції VaR. Найбільш адекватною для євро виявилась така модель:

$$\sigma = 0,2294 * \sigma_{рік} + 0,3476 * \sigma_{60 \text{ днів}} + 0,0023.$$

Розглянемо графічний бектестинг даної моделі:

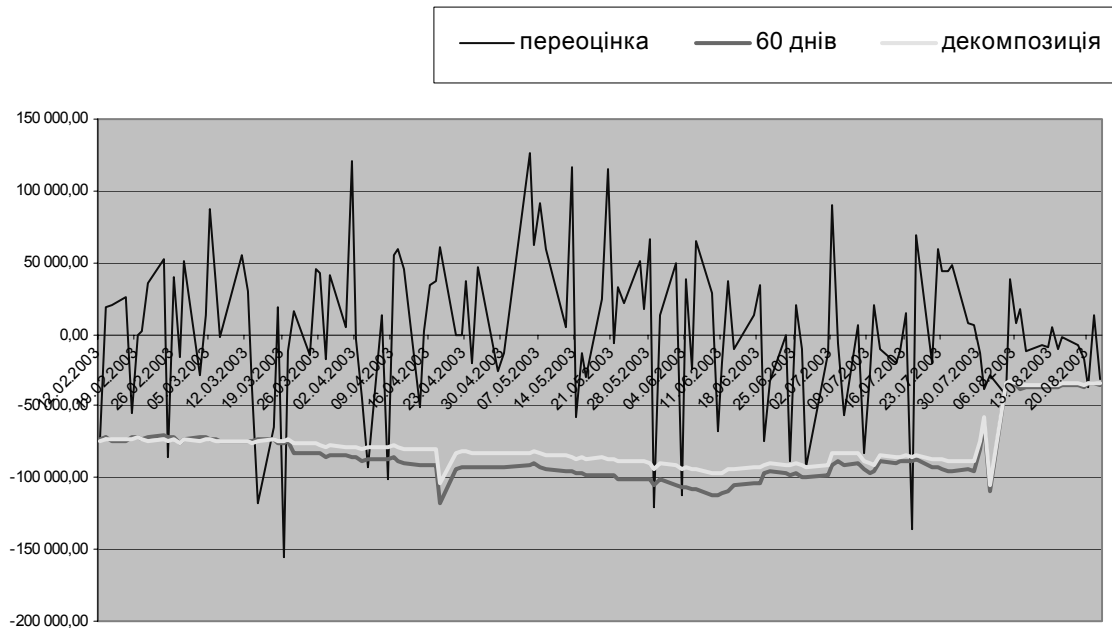


Рис. 4. Бектестинг декомпозиції

На жаль, за результатами бектестингу дана модель виявилася не набагато кращою за наш стандарт VaR<sub>60</sub>.

#### Дослідження методології експоненційного VAR

Експоненційний VaR розраховується за стандартною формулою, проте використовується не варіаційно-коваріаційна волатильність, а експоненційна волатильність [2]. Експоненційна волатильність на практиці інтерпретується аналогічно варіаційно-коваріаційній, але вона в більшій мірі відбиває недавні зміни цін і не враховує застарілі різкі зміни.

$$\sigma_t = \sqrt{\lambda * r_t^2 + (1 - \lambda) * \sigma_{t-1}^2}, \quad \sigma_1 = r_1,$$
 де  $\sigma$  – волатильність,  $r$  – логарифм темпів приросту,  $\lambda$  – коефіцієнт згладжування. Перебираючи всі значення  $\lambda$  від 0,1 до 1 з кроком 0,1 і спостерігаючи за графічними результатами, найбільш доцільним виявилось значення  $\lambda = 0,3$ .

У результаті (рис. 5) маємо лише 6 пробоїв, тобто реальний ДІ = 95,4%. Проте отриманий графік виявився доволі різким і стрибкоподібним, тому його необхідно згладити.

$$VAR_{\text{exp}} = \sum_{j=0}^{n-1} \alpha(1 - \alpha)^j VAR_{n-1}, \quad VAR_{\text{exp}} - \text{експоненційно згладжений VaR, } \alpha - \text{коефіцієнт}$$

згладжування ( $\alpha = 0,4$ );  $n$  – порядок згладжування ( $n = 7$ ).

Деякою проблемою є вибір коефіцієнта згладжування  $\alpha$ , що у значній мірі впливає на результати. На жаль, об'єктивного критерію при його виборі не існує [1]. При рівному ступені згладжування з використанням методу експонентного згладжування і методу ковзний середній коефіцієнт  $\alpha$  зв'язаний із інтервалом  $n$  простим співвідношенням  $\alpha = 2 / (n + 1)$ ; у такий спосіб згладжування еквівалентно за своїм впливом на вихідні дані експонентному згладжуванню з коефіцієнтом  $\alpha = 0.33$ .

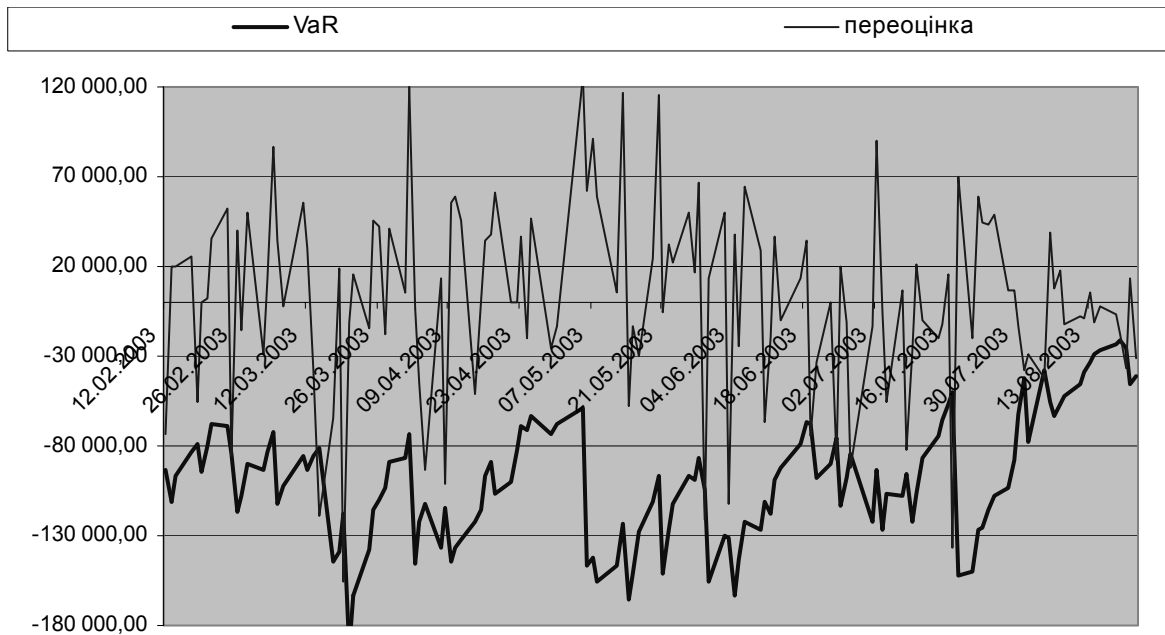


Рис. 5. Бектестинг експоненційного VaR

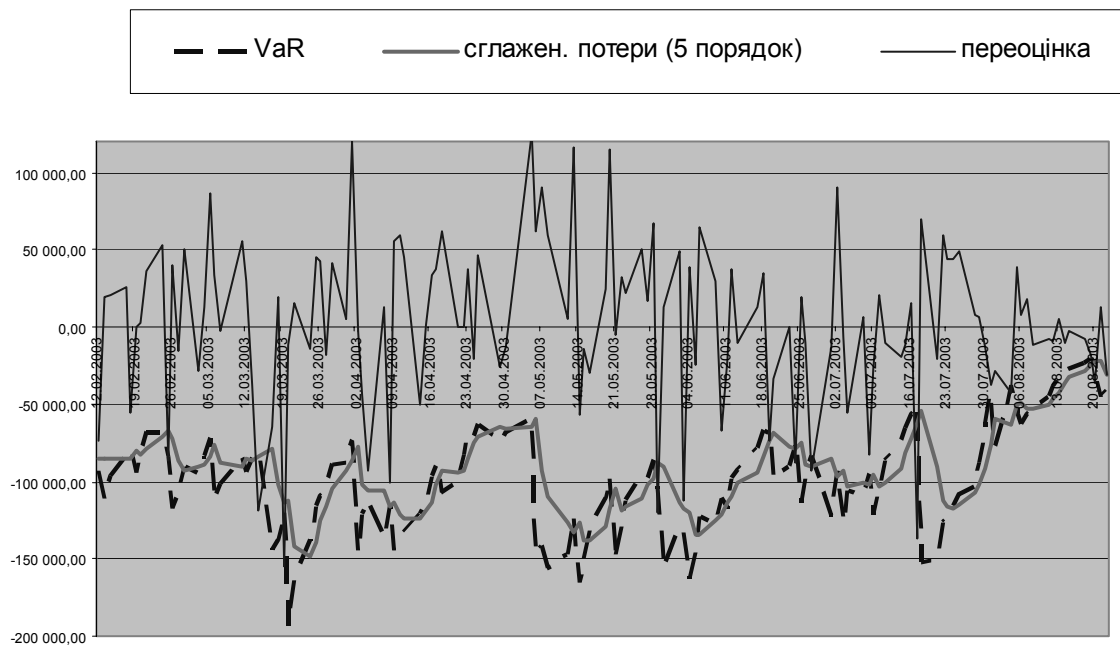


Рис. 7. Бектестинг експоненційно згладженого VaR (7 порядок)

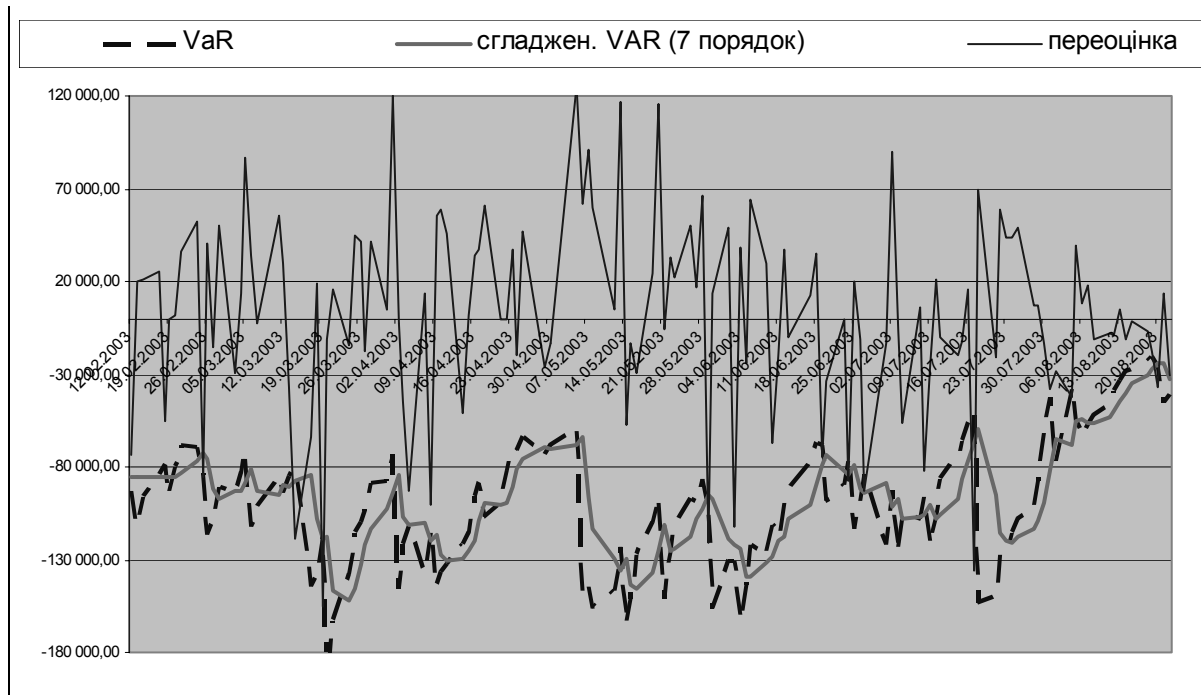


Рис. 8. Бектестинг експоненційно згладженого VaR (7 порядок)

У результаті дослідів отримали такі оптимальні значення:

- коефіцієнт згладжування  $\alpha = 0,4$ ;
- порядок згладжування  $n = 7$ .

#### Дослідження методології ARCH/GARCH VaR

ARCH-модель моделює волатильність у виді суми константної базової волатильності і лінійної функції абсолютних значень декількох останніх змін цін [3, 5]. При цьому рівень волатильності (стандартне відхилення прибутковості фінансового інструмента) розраховується за наступною рекурсивною формулою (ARCH(q)):  $\sigma(k) = a_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i r^2(k-i)$ , де  $a_0$  – константа – базова волатильність;  $r$  – попередні зміни цін;  $q$  – порядок моделі – кількість останніх змін цін, що впливають на поточну волатильність;  $\alpha_i$  – вагові коефіцієнти, що визначають ступінь впливу попередніх змін цін на поточне значення волатильності.

Відповідно до даної моделі (GARCH(p,q)) розрахунок волатильність виробляється за наступною формулою:  $\sigma(k) = a_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i r^2 + (k-i) + \sum_{i=1}^p \beta_i \sigma(k-i)$  у позначеннях, які були

введені раніше. Приведемо до стандартної форми:  $h(k) = a_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon^2 + (k-i) + \sum_{i=1}^p \beta_i h(k-i)$ .

Для дослідження використовувалися такі моделі:

- VAR\_b100(55) – базова GARCH(5,5) волатильність з початковим горизонтом 100 робочих днів;
- VAR\_m100(55) – ковзна GARCH(5,5) волатильність з горизонтом 100 робочих днів;
- VAR\_m200(55) – ковзна GARCH(5,5) волатильність з горизонтом 200 робочих днів;
- VAR\_m200(88) – ковзна GARCH(8,8) волатильність з горизонтом 200 робочих днів.

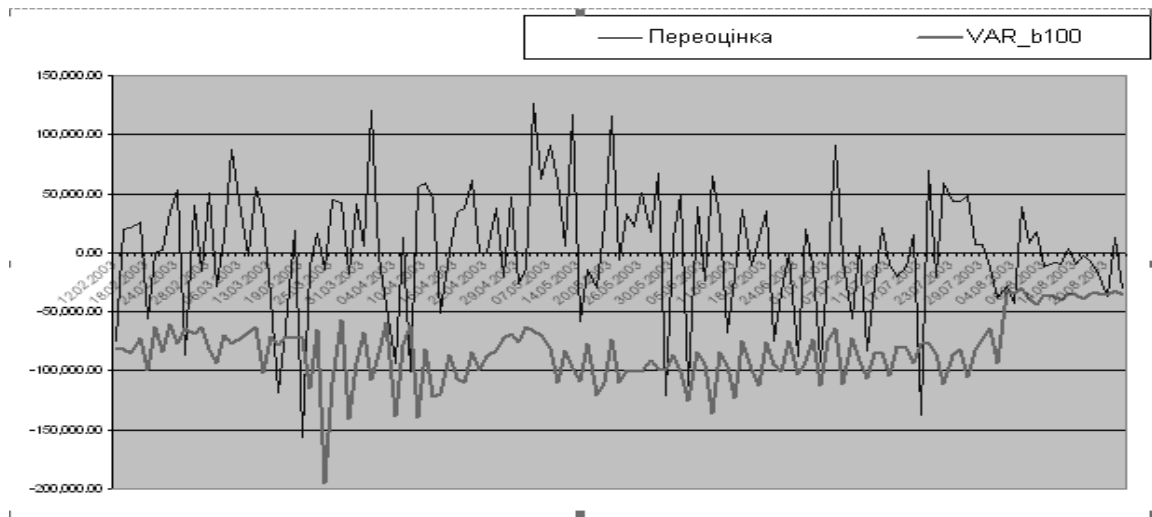


Рис. 9. VAR\_b100(55)

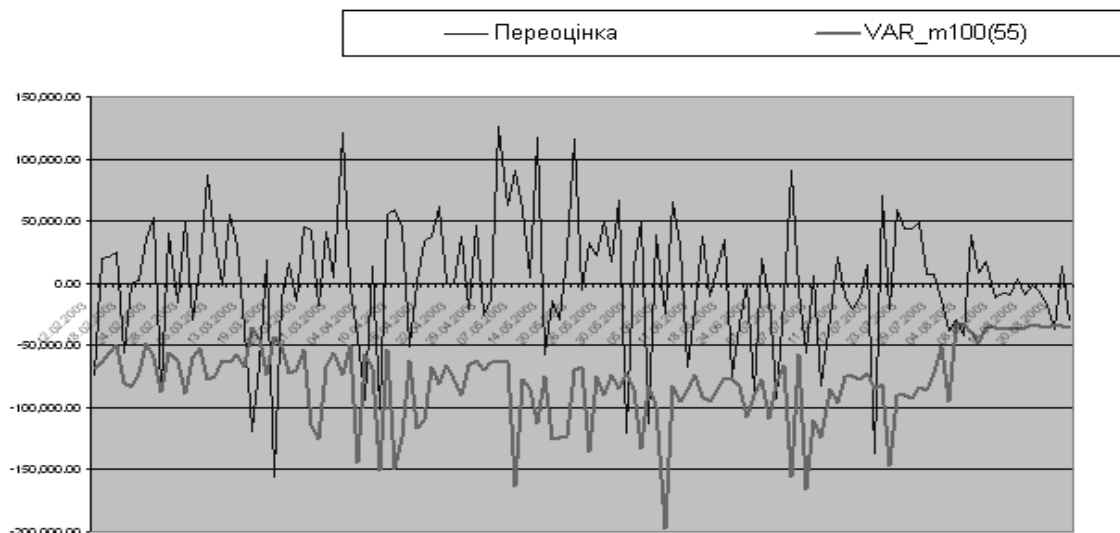


Рис. 10. VAR\_m100(55)

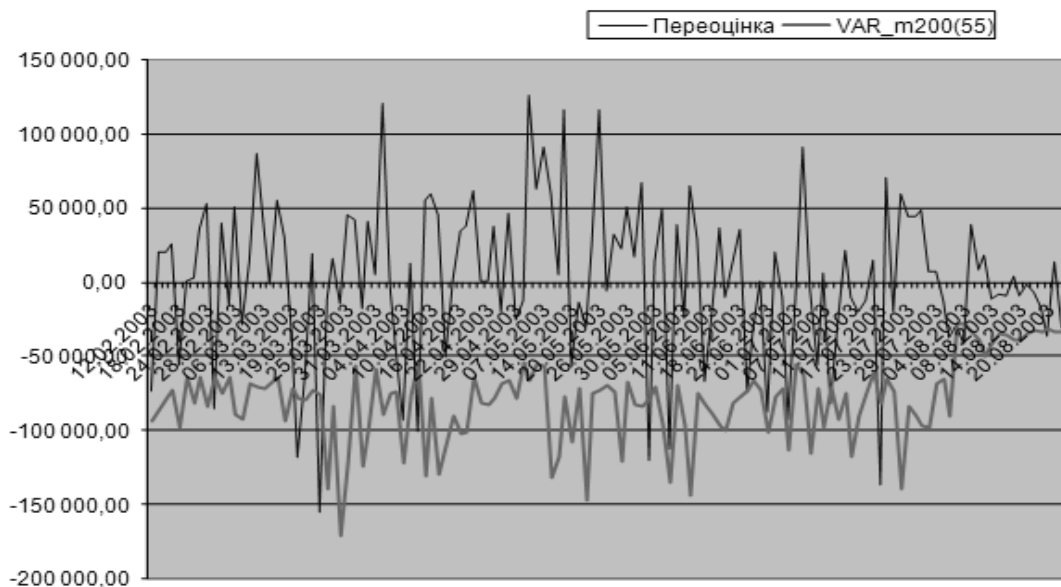


Рис. 11. VAR\_m200(55)

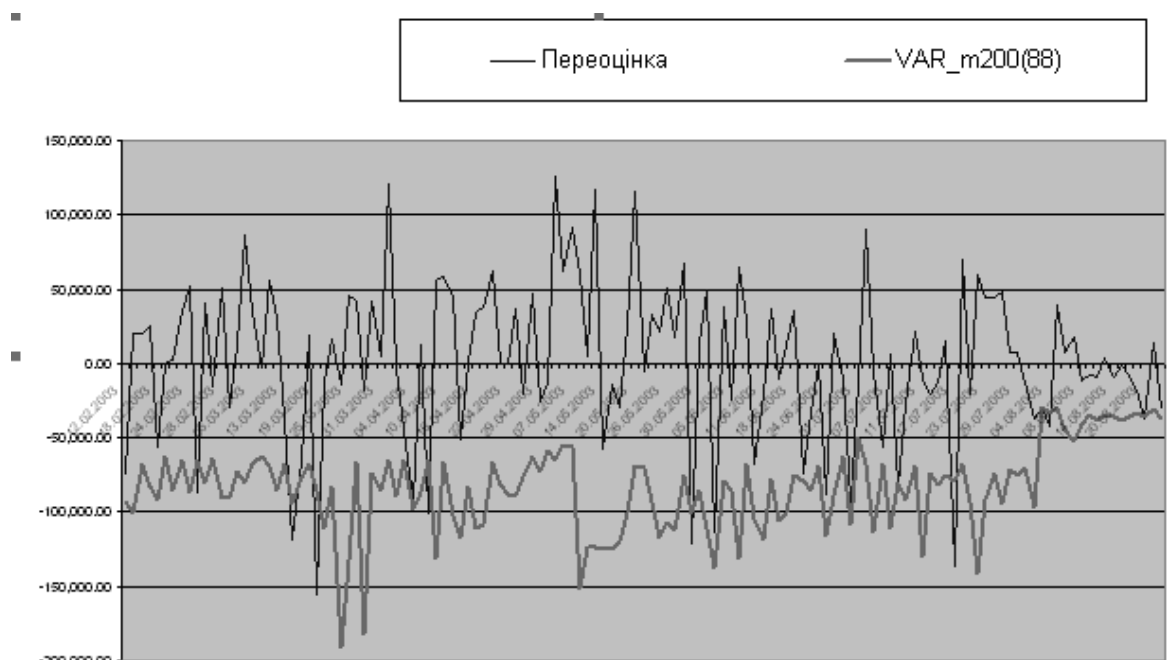


Рис. 12. VAR\_m200(88)

Перевіримо адекватність моделей.

Таблиця 2

**Кількість пробоїв**

VaR	Кількість пробоїв	Реальний ДІ
VAR_b100(55)	7	94,6%
VAR_m100(55)	8	93,8%
VAR_m200(55)	7	94,6%
VAR_m200(88)	6	95,4%

Маємо, що з точки зору Базельського комітету сама адекватна модель VaR серед ARCH/GARCH моделей – модель на основі ковзної GARCH(8,8) волатильності з горизонтом 200 робочих днів.

**Критерій вибору оптимальної моделі VaR.**

Критерій вибору оптимальної моделі VaR має задовольняти двом вимогам: пруденційні вимоги та внутрішня адекватність. Пруденційні вимоги – «принцип світлофора» Базеля – зелений, жовтий, червоний у залежності від кількості пробоїв (зелений – не більше 1-ДІ). Внутрішня адекватність:

- кількість резервів має бути достатніми для покриття X % втрат.
- кількість резервів, не повинна значно перевищувати реальні втрати.

З іншої сторони, маємо врахувати не лише суму недорезервів та перерезервів, але й вклад кожного окремого недорезерву. Так, наприклад, нехай маємо два варіанта впродовж 2-х місяців:

- 4 пробої (50 тис. грн, 50 тис. грн, 50 тис. грн, 50 тис. грн) на загальну суму 200 тис. грн;
- 4 пробої (150 тис. грн, 20 тис. грн, 20 тис. грн, 10 тис. грн) на загальну суму теж 200 тис. грн.

У першому випадку ймовірність кредитної організації вистояти значно більша, ніж у другому випадку – так, у другому випадку вже після першого пробою кредитна організація може оголосити дефолт. У першому ж випадку всі пробої рівномірні, а тому жоден із них не несе особливої загрози.



Отже, критерій має задовольняти наступним вимогам:

- знаходиться в зеленому кольорі «світлофора» Базеля;
- кількість резервів має бути адекватною реальним втратам (чим менше втрат – тим менше резервів);
- недорезерв та перерезерв мають враховуватися з різними ваговими коефіцієнтами;
- недорезерв та перерезерв мають бути рівномірнорозподіленими.

Усім цим вимогам може задовольнити наступний критерій:

$$K = BKH * \sqrt{\sum_{i=1}^n (\text{недорезерв}_i)^2} + BKP * \sqrt{\sum_{j=1}^m (\text{перерезерв}_j)^2}.$$

$K$  – критерій;  $BKH$  – ваговий коефіцієнт недорезерву (0..1);

$BKP$  – ваговий коефіцієнт перерезерву (0..1);

*недорезерв* – реальні втрати більші значення VAR (Втрати – VAR);

*перерезерв* – реальні втрати менші значення VAR (VAR – 0);

$n$  – кількість недорезервів;  $m$  – кількість перерезервів.

Особливу увагу необхідно приділити для підбору  $BKH$  та  $BKP$ . У сумі  $BKH$  та  $BKP$  мають дорівнювати 1. Експертно були підібрані такі значення:

- $BKH = 0,1$ ;
- $BKP = 0,9$ .

Отже, для того щоб задовольнити вимогам критерію необхідно спочатку привести всі значення VaR до рівня зеленого «світлофора» Базеля при ДІ = 95 %. Тобто, якщо значення конкретної методики VaR не задовольняє ДІ = 95 %, то це значення зміщуємо вниз до тих пір, поки нове значення не стане задовольняти ДІ = 95 %. Тобто отримуємо  $VaR_{\text{оптимальний}}$ :

$$VaR_{\text{оптимальний}} = VaR_{\text{оптимальний}} + \text{зміщення}.$$

## ВИСНОВКИ

У результаті порівняння різних методів VaR були отримані такі значення.

	Вар-ковар за 60 дн	Вар-ковар ковзан за рік	Вар-ковар декомпозиція	Експон експон_сглаж	GARCH VAR_m100(55)	GARCH VAR_m200(88)
ваг коеф недорезерв	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90	0.90
ваг коеф перерезерв	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10	0.10
	<b>168,081.85</b>	<b>166,844.94</b>	<b>167,200.33</b>	<b>178,844.22</b>	<b>213,909.89</b>	<b>164,663.30</b>

Отже, за результатами порівняння найкращими виявилися такі моделі:

- VAR\_m200(88) – **164,663.30**;
- Вар-ковар ковзний за рік – **166,844.94**;
- Вар-ковар декомпозиція – **167,200.33**.

Враховуючи складності автоматизації, на даному етапі дослідження методології VaR можемо вважати, що ковзний варіаційно-коваріаційний VaR є самим простим в автоматизації і при цьому показує доволі непогану точність прогнозу.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Рогов М.А. Риск-менеджмент. – М.: Финансы и статистика, 2001. – 125 с.
2. Роуз, Питер. Банковский менеджмент. – М.: Дело ЛТД, 1995. – 504 с.
3. Велисава Т. Севрук. Банковские риски. – М.: Дело ЛТД, 1994. – 95 с.
4. Бідюк П.І., Половцев О.В. Аналіз та математичне моделювання економічних процесів перехідного періоду. – К.: ПЛАБ-75, 1999. – 209 с.

5. Лукашин Ю.П. Прогнозирование временных рядов с помощью моделей авторегрессии-скользящего среднего первого и второго порядка. – М.: ИМЭМО, 1983. – С. 107.
6. Rockafellar R. T., Uryasev S. Optimization of conditional value-at-risk // Journal of Risk, v. 2, pp. 21-41.

Рецензенти: д.т.н., проф. Кондратенко Ю.П.,  
д.т.н., проф. Фісун М.Т.

© Барилюк М.М., Данілов В.Я.,  
Жиров О.Л., 2009

*Стаття надійшла до редколегії 10.04.09*