

УДК 004.715

В.И. Гостев (докт. техн. наук, проф.),
Н.И. Кунах (докт. техн. наук, проф.), А.С. Артющик (аспирант)
Государственный университет телекоммуникаций, г. Киев
кафедра коммутационных систем
e-mail:ignaku@ukr.net

АППРОКСИМАЦИЯ ЗВЕНА ЧИСТОГО ЗАПАЗДЫВАНИЯ ДЛЯ AQM-СИСТЕМ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИЕЙ ЗВЕНА ПАДЕ

В работе исследованы комплексные передаточные функции звена Паде 1, 2, 3 и 4-го порядка, которые аппроксимирует звено чистого запаздывания в системах активного управления очередью пакетов сетей ТСП/ІР. Функции, аппроксимирующие звено чистого запаздывания, достаточно простые и позволяют исследовать систему с высокой точностью.

Ключевые слова: система активного управления очередью, передаточная функция, маршрутизатор, звено Паде

Общая постановка проблемы

В последние годы непредсказуемый рост Интернета все более и более указывает на проблему борьбы с перегрузками. Явление перегрузок сети происходит, когда количество данных, введенных в сеть, больше чем количество данных, которые доставляются по назначению. При пакетной передаче источники данных должны уменьшать скорость передачи при наличии потери пакетов. Такой подход борьбы с перегрузками принят протоколом ТСП (Transmission Control Protocol).

Для решения проблем уменьшения высокой задержки из-за полных очередей служит стратегия Активное Управление Очередью – Active Queue Management (AQM). При AQM уведомления о перегрузке производятся отбрасыванием (или маркировкой) поступающих пакетов прежде, чем очереди маршрутизаторов станут полными. Другими словами, AQM-системы используют принцип обратной связи: конечные хосты реагируют на отбрасывание/маркировку пакетов в очередях маршрутизатора, уменьшая их скорость передачи. Длина очереди в маршрутизаторах уменьшается и непрерывная задержка, испытываемая пакетами, также уменьшается. В AQM-системе всегда имеется запаздывание, которое отображается на структурной схеме звеном чистого запаздывания. Для анализа AQM-системы весьма удобно это звено аппроксимировать звеном Паде. Во многих работах (см. например [1-4]) системы активного управления очередью пакетов (AQM-системы) в сетях ТСП/ІР исследуются как системы автоматического управления с обратной связью.

Решение задачи

Динамическая модель поведения (режима работы) ТСП получена путем использования протекающих потоков информации и анализа стохастических дифференциальных уравнений в работах [1-3]. Результаты моделирования показывают, что эта модель точно охватывает динамику ТСП. Используя упрощенную модель ТСП, динамику AQM-системы можно описать следующими алгебраическими уравнениями:

$$\left(s + \frac{2N}{R_o^2 C}\right) \delta W(s) = -\frac{R_o C^2}{2N^2} e^{-sR_o} \delta p(s), \quad \left(s + \frac{1}{R_o}\right) \delta q(s) = \frac{N}{R_o} \delta W(s), \quad (1)$$

где δW - переменная составляющая предполагаемого размера окна ТСП (пак.), $R_o = q/C + T_p$ - время следования туда и обратно – round trip time RTT (с), C - емкость связи (пак/с), T_p - задержка распространения (с), δq - переменная составляющая предполагаемой длины

очереди (пак), N - коэффициент нагрузки (число TCP сессий), δp - переменная составляющая вероятности маркировки/отбрасывания пакетов. Блок схема линейризованной AQM-системы управления показана на рис.1.

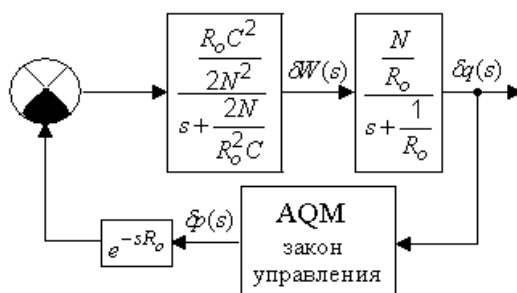


Рисунок 1 – Блок схема линейризованной AQM-системы управления

Передаточную функцию объекта управления AQM-системы, используя выражение (1), записывают в виде

$$G(s) = \frac{\frac{C^2}{2N}}{(s + \frac{2N}{R_0^2 C})(s + \frac{1}{R_0})} e^{-sR_0} = \frac{(R_0 C)^3}{(2N)^2} e^{-sR_0} G(s) = P(s)e^{-sR_0}. \quad (2)$$

Как показывает практика эксплуатации линий связи, R_0 находится в пределах от 0,25 до 1 секунды, а существенные частоты для AQM-систем находятся в диапазоне от 0 до 10 Гц. Таблица 1 в диапазоне частот от 0.01 до 10 радиан/с и значениях R_0 , равных 0,25, 0,5, 0,75 и 1 с дает значения сдвига фаз звеном e^{-sR_0} . Значение $R_0=0,246$ с использовано в работах [1-3].

Таблица 1

Значение сдвига фаз звеном e^{-sR_0}

| ω , рад/с. | $\varphi(\omega) = -(R_0 \omega) \times 57.3$, град., $-180^0 < \varphi < 0^0$ | | | | |
|-------------------|---|------------|-----------|------------|---------|
| | $R_0=0.246$ | $R_0=0.25$ | $R_0=0.5$ | $R_0=0.75$ | $R_0=1$ |
| 0.01 | - 0.14 | -0.14 | -0.287 | -0.430 | -0,573 |
| 0.02 | - 0.28 | - 0.287 | -0.573 | -0.8595 | -1,146 |
| 0.03 | - 0.423 | -0.429 | -0.860 | -1.289 | -1,719 |
| 0.04 | - 0.56 | -0.573 | -1.146 | -1.719 | -2,292 |
| 0.06 | - 0.85 | -0.859 | -1.719 | -2.579 | -3,438 |
| 0.08 | - 1.135 | -1.146 | -2.292 | -3.438 | -4,584 |
| 0.1 | - 1.41 | -1.432 | -2.865 | -4.29 | -5,73 |
| 0.2 | - 2.82 | -2.87 | -5.73 | -8.59 | -11,46 |
| 0.3 | - 4.23 | -4.29 | -8.60 | -12.89 | -17,19 |
| 0.4 | - 5.64 | -5.73 | -11.46 | -17.19 | -22,92 |
| 0.6 | - 8.46 | -8.59 | -17.19 | -25.79 | -34,38 |
| 0.8 | - 11.28 | -11.46 | -22.92 | -34.38 | -45,84 |
| 1 | - 14.1 | -14.32 | -28.65 | -42.9 | -57,3 |
| 2 | - 28.2 | -28.7 | -57.3 | -85.9 | -114,6 |
| 3 | - 42.3 | -42.9 | -86.0 | -128.9 | -171,9 |
| 4 | - 56.4 | -57.3 | -114.6 | -171.9 | |
| 6 | - 84.6 | -85.9 | -171.9 | | |
| 8 | - 112.8 | -114.6 | | | |
| 10 | - 141 | -143.2 | | | |

Аппроксимируем звено чистого запаздывания с передаточной функцией e^{-sR_o} звеном Паде k -го порядка. Обозначим передаточную функцию звена Паде любого порядка как $K_{pade_k}(s)$. Тогда можно записать для звена чистого запаздывания:

- приближение Паде первого порядка

$$e^{-sR_o} \approx K_{pade1}(s) = (1 - \frac{R_o}{2}s) / (1 + \frac{R_o}{2}s), \quad (3)$$

- приближение Паде второго порядка

$$e^{-sR_o} \approx K_{pade2}(s) = (1 - \frac{R_o}{2}s + \frac{R_o^2}{12}s^2) / (1 + \frac{R_o}{2}s + \frac{R_o^2}{12}s^2), \quad (4)$$

- приближение Паде третьего порядка

$$e^{-sR_o} \approx K_{pade3}(s) = \frac{1 - \frac{R_o}{2}s + \frac{R_o^2}{10}s^2 - \frac{R_o^3}{120}s^3}{1 + \frac{R_o}{2}s + \frac{R_o^2}{10}s^2 + \frac{R_o^3}{120}s^3}, \quad (5)$$

- приближение Паде четвертого порядка

$$e^{-sR_o} \approx K_{pade4}(s) = \frac{1 - \frac{R_o}{2}s + \frac{3R_o^2}{28}s^2 + \frac{R_o^3}{84}s^3 - \frac{R_o^4}{1680}s^4}{1 + \frac{R_o}{2}s + \frac{3R_o^2}{28}s^2 + \frac{R_o^3}{84}s^3 + \frac{R_o^4}{1680}s^4}. \quad (6)$$

Чтобы определить передаточную функцию звена Паде порядка N , т.е. $K_{pade_n}(s)$, можно использовать программу MATLAB:

```
Rdelay=1; N=;
[humpade,denpade]=pade(Rdelay,N);
tfpade=tf(humpade,denpade).
```

Например, для $N=2$ эта программа MATLAB дает следующий результат:

```
Transfer function:
s^2 - 6 s + 12
-----
s^2 + 6 s + 12.
```

Теперь числитель и знаменатель полученной передаточной функции надо разделить на свободный член 12 и произвести замену переменной s на $R_o s$. В результате получим

$$K_{pade2}(s) = \frac{+\frac{R_o^2}{12}s^2 - \frac{R_o}{2}s + 1}{+\frac{R_o^2}{12}s^2 + \frac{R_o}{2}s + 1}.$$

Для $N=3$ эта программа MATLAB дает следующий результат:

```
Transfer function:
-s^3 + 12 s^2 - 60 s + 120
-----
s^3 + 12 s^2 + 60 s + 120
```

Числитель и знаменатель полученной передаточной функции делим на свободный член 120 и производим замену переменной s на $R_o s$. В результате получим

$$K_{pade3}(s) = \frac{-\frac{R_o^3}{120}s^3 + \frac{R_o^2}{10}s^2 - \frac{R_o}{2}s + 1}{\frac{R_o^3}{120}s^3 + \frac{R_o^2}{10}s^2 + \frac{R_o}{2}s + 1}.$$

Для N=4 эта программа MATLAB дает следующий результат:

$$\begin{array}{l} \text{Transfer function:} \\ -s^4 - 20s^3 + 180s^2 - 840s + 1680 \\ \hline s^4 - 20s^3 + 180s^2 + 840s + 1680 \end{array}$$

Числитель и знаменатель полученной передаточной функции делим на свободный член 1680 и производим замену переменной s на $R_o s$. В результате получим

$$K_{pade4}(s) = \frac{-\frac{R_o^2}{1680}s^4 + \frac{R_o^3}{84}s^3 + \frac{3R_o^2}{28}s^2 - \frac{R_o}{2}s + 1}{\frac{R_o^2}{1680}s^4 + \frac{R_o^3}{84}s^3 + \frac{3R_o^2}{28}s^2 + \frac{R_o}{2}s + 1}.$$

На основании полученных формул запишем комплексные передаточные функции звена Паде 1,2,3 и 4 порядков с учетом того, что $j^2 = -1$; $j^3 = -j$; $j^4 = 1$ для приближения Паде первого порядка

$$K_{pade1}(j\omega) = (1 - \frac{R_o}{2}j\omega) / (1 + \frac{R_o}{2}j\omega), \quad (7)$$

для приближение Паде второго порядка

$$K_{pade2}(j\omega) = (1 - \frac{R_o^2}{2}\omega^2 - \frac{R_o}{2}j\omega) / (1 - \frac{R_o^2}{2}\omega^2 + \frac{R_o}{2}j\omega), \quad (8)$$

для приближение Паде третьего порядка

$$K_{pade3}(j\omega) = \frac{1 - \frac{R_o^2}{10}\omega^2 - j(\frac{R_o}{2}\omega + \frac{R_o^3}{120}\omega^3)}{1 - \frac{R_o^2}{10}\omega^2 + j(\frac{R_o}{2}\omega - \frac{R_o^3}{120}\omega^3)}, \quad (9)$$

для приближение Паде четвертого порядка

$$K_{pade4}(j\omega) = \frac{1 - \frac{3R_o^2}{28}\omega^2 - \frac{R_o^4}{1680}\omega^4 - j(\frac{R_o}{2}\omega + \frac{R_o^3}{84}\omega^3)}{1 - \frac{3R_o^2}{28}\omega^2 + \frac{R_o^4}{1680}\omega^4 + j(\frac{R_o}{2}\omega - \frac{R_o^3}{84}\omega^3)}. \quad (10)$$

Аргумент комплексной передаточной функции звена Паде 1,2,3 и 4 порядков, т.е. частотная характеристика звена Паде 1,2,3 и 4 порядка определяется для приближения Паде первого порядка

$$\varphi(\omega) = 57,3 \times (\arctg(-\frac{R_o}{2}) - \arctg(\frac{R_o}{2})), \text{ градусов.} \quad (11)$$

Для звена Паде второго порядка частотная характеристика определяется как

$$\varphi(\omega) = 57,3 \times (\arctg(-\frac{\frac{R_o}{2}\omega}{1 - \frac{R_o^2}{12}\omega^2}) - \arctg(\frac{\frac{R_o}{2}\omega}{1 - \frac{R_o^2}{12}\omega^2})). \quad (12)$$

Для звена Паде третьего порядка частотная характеристика определяется как

$$\varphi(\omega) = 57,3 \left(\arctg - \frac{\frac{R_0}{2} \omega + \frac{R_0^3}{120} \omega^3}{1 - \frac{R_0^2}{10} \omega^2} - \arctg \frac{\frac{R_0}{2} \omega + \frac{R_0^3}{120} \omega^3}{1 - \frac{R_0^2}{10} \omega^2} \right). \quad (13)$$

Для звена Паде четвертого порядка частотная характеристика определяется как:

$$\varphi(\omega) = 57,3 \left(\arctg - \frac{\frac{R_0}{2} \omega + \frac{R_0^3}{84} \omega^3}{1 - \frac{3R_0^2}{28} \omega^2 - \frac{R_0^4}{1680} \omega^4} - \arctg \frac{\frac{R_0}{2} \omega - \frac{R_0^3}{84} \omega^3}{1 - \frac{3R_0^2}{28} \omega^2 + \frac{R_0^4}{1680} \omega^4} \right). \quad (14)$$

Следует отметить, что звено Паде любого порядка преобразует минимально фазовую AQM-систему в неминимально-фазовую.

Значения рассчитанной частотной характеристики звена Паде второго порядка и особенно четвертого порядка для $R_0=0,246$ с практически мало отличаются от приведенных в таблице 1. Это показывает, что приближения Паде второго порядка (или звенья Паде второго порядка) и особенно четвертого порядка достаточно точно аппроксимируют звено чистого запаздывания. Как показывают расчеты, уже частотная характеристика звена Паде второго порядка в диапазоне частот от нуля до 10 рад/с (в диапазоне, который является существенным для AQM-систем), с достаточной точностью (в диапазоне от нуля до 1 рад/с с точностью менее одного процента, от 1 до 10 рад/с с точностью 1-4 процента) совпадает с частотной характеристикой звена чистого запаздывания.

Таблица значений рассчитанной частотной характеристики звена Паде второго порядка и четвертого порядка для $R_0=0,246$ с приведена ниже:

Таблица 2

Значение сдвига фаз звеном Паде для $R_0 = 0,246$ с

| ω рад./с | $\varphi(\omega)$ градусов. звено Паде второго порядка | $\varphi(\omega)$ градусов. звено Паде четвертого порядка |
|-----------------|---|--|
| 0.01 | - 0.141 | - 0.141 |
| 0.02 | - 0.282 | - 0.282 |
| 0.03 | - 0.423 | - 0.423 |
| 0.04 | - 0.564 | - 0.564 |
| 0.06 | - 0.846 | - 0.846 |
| 0.08 | - 1.128 | - 1.128 |
| 0.1 | - 1.410 | - 1.410 |
| 0.2 | - 2.819 | - 2.819 |
| 0.3 | - 4.229 | - 4.229 |
| 0.4 | - 5.638 | -5,639 |
| 0.6 | - 8.458 | -8.462 |
| 0.8 | - 11.277 | -11.287 |
| 1 | - 14.096 | -14.116 |
| 2 | - 28.189 | -28.349 |
| 3 | - 42.271 | -42.800 |
| 4 | - 56.314 | -57.528 |
| 6 | - 84.088 | -87.757 |
| 8 | - 110.932 | -118.194 |
| 10 | - 136.110 | -147.294 |

Использование передаточной функции звена Паде второго порядка вместо передаточной функции звена чистого запаздывания позволяет весьма просто определять логарифмические амплитудные и фазо-частотные характеристики АQM-систем, используя пакет Control System Toolbox 5.0 интерактивной системы MATLAB, что значительно облегчает анализ АQM-систем

На рис.2 приведены фазо-частотные характеристики звена Паде: а) первого порядка, б) второго порядка и в) третьего порядка и г) четвертого порядка, полученные в системе MATLAB.

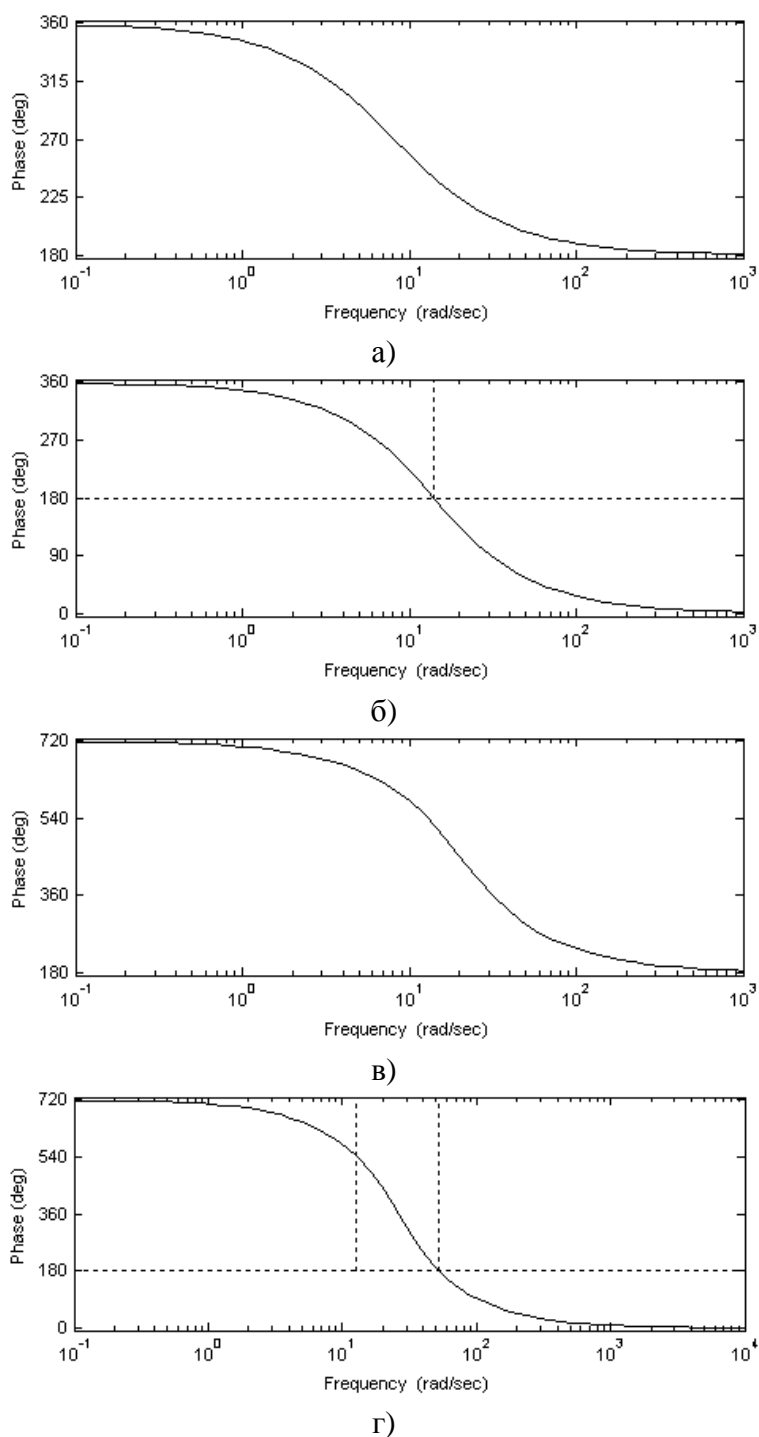


Рисунок 2 – Фазо-частотные характеристики звена Паде: а) первого порядка, б) второго порядка, в) третьего порядка и г) четвертого порядка

Выводы

На основании данной работы можно заключить, что при исследовании AQM-систем наиболее целесообразной заменой передаточной функции звена чистого запаздывания является передаточная функция звена Паде второго порядка с точки зрения получения достаточной точности результатов и упрощения анализа характеристик систем.

Список использованной литературы

1. Hollot C.V., Misra V., Towsley D., Gong W.B. "A Control Theoretic Analysis of RED," in *Proceedings of IEEE/INFOCOM*, April, 2001, pp. 1510-1519.
2. Hollot C.V., Misra V., Towsley D., Gong W.B. "Analysis and design of controllers for AQM routers supporting TCP flows". *IEEE/ACM Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no.6, pp. 945-959, June 2002.
3. Hollot C.V., Misra V., Towsley D., Gong W.B., "On Designing Improved Controllers for Routers Supporting TCP Flows", in *Proceedings of IEEE INFOCOM'2001*, April 2001, 1726-1734.
4. Гостев В.И., Скуртов С.Н. Фаззи-системы активного управления очередью в сетях TCP/IP: монография. – Нежин: ООО "Видавництво "Аспект-Поліграф", 2011. – 464 с.
5. Dorf Р., Бишоп Р. Современные системы управления / Пер. с англ. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2002.- 832 с.

References

1. Hollot, C.V., Misra, V., Towsley, D. and Gong, W.B. (2001), "A Control Theoretic Analysis of RED," in *Proceedings of IEEE/INFOCOM*, April, 2001, pp. 1510-1519.
2. Hollot, C.V., Misra, V., Towsley, D. and Gong, W.B. (2002) "Analysis and design of controllers for AQM routers supporting TCP flows". *IEEE/ACM Transactions on Automatic Control*, vol. 47, no.6, pp. 945-959, June 2002.
3. Hollot, C.V., Misra, V., Towsley, D. and Gong, W.B. (2001), "On Designing Improved Controllers for Routers Supporting TCP Flows", in *Proceedings of IEEE INFOCOM'2001*, April 2001, 1726-1734.
4. Gostev, V.I. and Skurtov, S.N. (2011), *Fuzzy-system active management a turn in the networks of TCP/IP*, "Aspekt-Poligraf", Nejin, Ukraine.
5. Dorf, R. and Bishop, R. (2002) *Modern control system*, Translate. with English, Laboratory of Base Knowledges, Moscow, Russia.

Надійшла до редакції:
24.04.2014 р.

Рецензент:
канд. техн. наук, проф. Турупалов В.В.

В.І.Гостєв, Н.І.Кунах, А.С.Артющик

Державний університет телекомунікацій

Апроксимація ланки чистого запізнювання для AQM-систем комплексною передавальною функцією ланки Паде. В роботі досліджені комплексні передавальні функції ланки Паде 1, 2, 3 та 4-го порядку, які апроксимують ланку чистого запізнювання в системах активного управління чергою пакетів в мережах TCP/IP. Функції, які апроксимують ланку чистого запізнювання, достатньо прості та дозволяють досліджувати систему з високою точністю.

Ключові слова: система активного управління чергою, передавальна функція, маршрутизатор, ланка Паде.

V.I.Gostev, N.I.Kunakh, A.S.Artyuschik
State University of Telecommunications

Approximation of link of pure delay for the AQM-systems by the complex transmission function of link of Pade. In work complex transfer function of link Pade of 1, 2, 3 and 4 th order which approximates a link of pure delay in systems of active queue management (AQM) of packages of networks TCP/IP is investigated. Functions which approximate the link of pure delay are simple enough and allow to probe the system with high exactness.

Keywords: system of active management a turn, transmission function, router, link of Pade.



Гостев Владимир Иванович, Украина, закончил Киевское высшее радиотехническое училище ПВО, докт. техн. наук, профессор, заведующий кафедрой коммутационных систем Государственного университета телекоммуникаций (ул. Соломенская, 7, г. Киев, 03110, Украина). Основное направление научной деятельности - системы автоматического управления с нечеткими регуляторами, в том числе системы активного управления очередью в сетях TCP/IP.



Кунах Наталия Игоревна, Украина, закончила Одесский электротехнический институт связи им. А.С.Попова, докт. техн. наук, профессор, профессор кафедры коммутационных систем Государственного университета телекоммуникаций (ул. Соломенская, 7, г. Киев, 03110, Украина). Основное направление научной деятельности – радиотехнические устройства и средства телекоммуникаций.



Артющик Александр Сергеевич, Украина, закончил Киевское высшее инженерное радиотехническое училище ПВО имени маршала авиации Покрышкина А.И., аспирант кафедры коммутационных систем Государственного университета телекоммуникаций (ул. Соломенская, 7, г. Киев, 03110, Украина). Основное направление научной деятельности - системы активного управления очередью в сетях TCP/IP.