УДК 532. 135; 532.5

Л.Л. Товажнянський,
док. тех. наук, проф.
Національний технічний університет «Харківський політехнічний інститут»
Е.В. Білецький,
канд. тех. наук., доц.
Харківський торговельно-економічний інститут КНТЕУ
Ю.А. Толчинський,
канд. тех. наук., доц.
Національний технічний університет «ХПІ»

ПОЗДОВЖНЬО-ПОПЕРЕЧНА ТЕЧІЯ СТИСКАЮЧОЇ РІДИНИ, ЗАЛЕЖНОЇ ВІД ШВИДКОСТІ ЗРУШЕННЯ І ТИСКУ ВЗДОВЖ ЩІЛИННОГО КАНАЛУ ШНЕКОВОЇ МАШИНИ (Частина 1)

Вивчена проблема математичного моделювання квазі-в'язкого потоку рідини в щілинних каналах шнекових машин. Наводиться рівняння для визначення витрат рідини у каналі. Отримані дані дозволяють моделювати інші в'язкопластичні рідини.

Ключові слова: *в'язкопластична рідина, течія Куетта, швидкість зрушення, модель реології, щілинний канал, шнекова машина.*

У технічній літературі наведено різноманітні способи рішення задач, пов'язаних із течією в'язкопластичних рідин. Метою рішення будь-якого завдання за течією рідини є знаходження значень тиску й вектора швидкості в кожній точці всередині каналу [1, 2].

Метою даної статті є складання математичної моделі поздовжньо-поперечної течії неньютонівської стискаючої рідини в щілинному каналі та отримання рівняння витрат. При цьому враховується те, що в'язкість рідини залежить від другого інваріанта тензора швидкості деформацій і від тиску.

Течія у щілинному каналі такої рідини має всі три компоненти вектора швидкості, кожна з яких залежить від всіх трьох координат. Метод редукції завдань течії більшої розмірності до одномірних завдань з подальшою суперпозицією, розглядалась авторами і висвітлена у ряді публікацій [3, 4]. Суть методу полягає в тому, щоб тривимірне завдання звести до завдання про течію у поздовжньому напрямку так, що поздовжня швидкість залежить від поздовжньої й поперечної координати. Поздовжній градієнт тиску й рух стінок каналу вздовж його довжини приводить к виникненню поздовжньої течії. Поперечний рух стінок каналу й поперечний градієнт тиску породжують поперечну течію. Якщо брати до уваги, що причини, які породжують течію максимально близько до течії в прямокутному каналі, то треба поперечну течію вважати циркуляцією. Тоді умова нульової витрати, що властива циркуляції, визначить градієнт тиску в поперечному напрямку. Зв'язок між реальною тривимірною течією і поздовжньою одномірною течією зосереджений в другому інваріанті тензора швидкості деформацій і в параметрах в'язкості [5]. Кількісні характеристики цього зв'язку визначаються апріорними оцінками відносин похідних різних компонентів швидкості у різних напрямках. Оцінки ці грунтуються на граничних умовах і загальних поданнях про характер профілю швидкості. Якщо вважати, що поздовжній напрямок характеризується координатою z, а поперечні — координатами x і y, причому координати z і x — необмежені, а y змінюється в інтервалі $(-h, +h)$, то система рівнянь рівноваги в напрузі може бути записана так:

© Л.Л. Товажнянський, Е.В. Білецький, Ю.А. Толчинський, 2012

$$\frac{\partial p}{\partial z}=\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z};\qquad \tau_{ik}=\mu\cdot\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k}+\frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right);\quad i,k=x,y,z \tag{1}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x}=\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial y}+\frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z};\qquad \mu=\alpha(P)+\beta(P)\sqrt{\dot{I}_2};$$

$$\dot{I}_2=\sum_{i,k}\left(\frac{\partial v_i}{\partial x_k}+\frac{\partial v_k}{\partial x_i}\right)^2\frac{1}{4},$$

де $2h$ — товщина щілинного каналу: ρ — тиск; τ_{ik} — компоненти тензора напруг; $\dot{I}_2$ — другий інваріант тензора швидкості деформацій [7]. Параметри в'язкості являють собою задані функції тиску. Граничні умови для завдання (1) представлені на рис. 1.

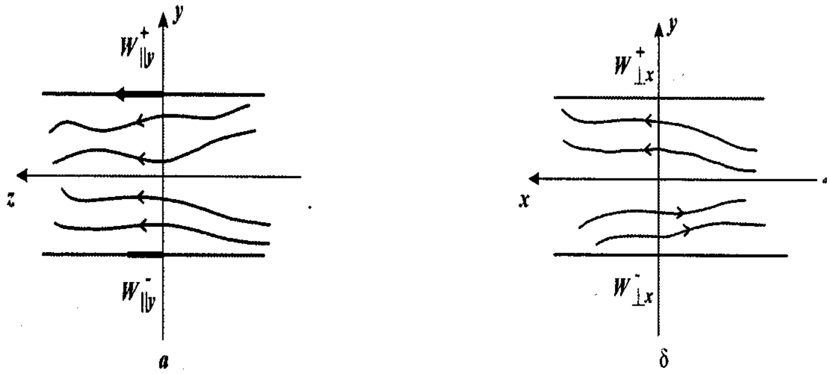

***Рис. 1.* Лінії струму поздовжньої течії у щілинному каналі:**
а — поздовжня течія вздовж осі 0Z; *б* — поздовжня течія вздовж осі 0X.

Умови для тиску повинні бути задані на кінцях каналу у вигляді усереднених по змінним для y і x значень. Завдання (1) відповідає течії нестискаючої рідини. Якщо ця умова не виконується, то потрібно доповнити завдання (1) умовою сталості масової витрати і вказати зв'язок між щільністю й тиском. Не конкретизуючи запишемо такі вираження:

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial x}+\frac{\partial \rho v_y}{\partial y}+\frac{\partial \rho v_z}{\partial z}=0; \tag{2}$$

$$\rho=\rho(p)$$

Для того, щоб перше рівняння рівноваги перетворити в рівняння течії тільки для компонента швидкості $u_{z(y)}$, необхідно зробити такі оцінки:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x}\sim \kappa_x\frac{\partial v_x}{\partial y};\quad \frac{\partial v_z}{\partial z}\sim \kappa_z\frac{\partial v_z}{\partial y};\quad \frac{\partial v_y}{\partial x}\sim \kappa_x\frac{\partial_y}{\partial y};\quad \frac{\partial v_x}{\partial z}\sim \kappa_z\frac{\partial v_x}{\partial y};\quad \frac{\partial v_z}{\partial x}\sim \kappa_x\frac{\partial v_z}{\partial y};$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial z}\sim \kappa_z\frac{\partial v_y}{\partial y};\qquad \kappa_x=2h/L_x,\ \kappa_z=2h/L_z, \tag{3}$$

де L_x і L_z — довжини відрізків поперек і вздовж каналу відповідно. Підстановка рівняння (3) у вираження для другого інваріанта тензора швидкості деформацій дозволяє представити останній у такому виді:

$$\dot{I}_2 = \kappa_x^2 \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + \kappa_x^2 \left(\frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} \right)^2 + \frac{2}{4} \left(\frac{\partial v_x}{\partial y} + \kappa_x \frac{\partial v_y}{\partial y} \right)^2 +$$
$$+ \frac{2}{4} \left(\kappa_z \frac{\partial v_x}{\partial y} + \kappa_x \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 + \frac{2}{4} \left(\kappa_z \frac{\partial v_y}{\partial y} + \frac{\partial v_z}{\partial y} \right)^2 . \tag{4}$$

З вираження (4) необхідно виключити похідні $\partial v_x / \partial y$ й $\partial v_y / \partial y$ шляхом вираження їх через похідну $\partial v_z / \partial y$. Відношення $(\partial v_x / \partial y) / (\partial v_z / \partial y)$ можна представити у такому виді:

$$\frac{\partial v_x / \partial y}{\partial v_z / \partial y} = \frac{\varepsilon_{xy} \cdot (W_{\perp x}^+ - W_{\perp x}^-) + \delta_{xy} v_{mxy}}{\varepsilon_{zy} \cdot (W_{\parallel y}^+ - W_{\parallel y}^-) + \delta_{zy} v_{mzy}} \tag{5}$$

$\varepsilon_{xy}, \delta_{xy}, \varepsilon_{zy}, \delta_{zy}$ — функції характеристик течії, (вираження для яких будуть дані пізніше), v_{mxy}, v_{mzy} — значення екстремумів профілів відповідних компонентів швидкості в інтервалі $(-h, +h)$; $W_{\perp x}^{\pm}$, $W_{\parallel y}^{\pm}$ — значення поздовжніх і поперечних швидкостей стінок (їхнє розташування див. на рис.3). Для того, щоб оцінити другий вираз із відношення похідних, варто звернутися до умови сталості масової витрати (2). Використовуючи вираження для $\partial v_x / \partial x$ через $\partial v_x / \partial y$ для $\partial v_y / \partial y$ можна одержати таке подання:

$$\frac{\partial \nu_y}{\partial y} = -\kappa_x \frac{\partial \nu_x}{\partial y} - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \int \rho \nu_{zdy} \right). \tag{6}$$

Надалі вважається, що зміна тиску вздовж каналу і впоперек його в напрямку осі $0X$ значно більша, ніж впоперек вздовж осі $0Y$. Тому в рівнянні (6) можна вважати r залежним тільки від змінних z і x. У результаті для відношення похідних виявляється справедливим таке вираження:

$$\frac{\partial \nu_y / \partial y}{\partial \nu_z / \partial y} = -\kappa_x \frac{\partial \nu_x / \partial y}{\partial \nu_z / \partial y} - \frac{\partial \nu_z / \partial z}{\partial \nu_z / \partial y} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \frac{\partial p}{\partial z} \frac{\nu_z}{\partial \nu_z / \partial y}. \tag{7}$$

Для першого доданка в правій частині цього вираження оцінка є в виразі (5), для другого — в (3), а для третього має вигляд, схожий на рівняння (5):

$$\frac{v_x}{\partial v_z / \partial y} = \frac{(W_{\parallel y}^+ - W_{\parallel y}^-) / 2 + v_{mzy}}{\varepsilon_{zy} (W_{\parallel y}^+ - W_{\parallel y}^-) + \delta_{zy} v_{mzy}} 2h, \tag{8}$$

Таким чином відношення похідних (7) набуває такий вид:

$$\frac{\partial \nu_y / \partial y}{\partial \nu_z / \partial y} = -\kappa_z - \kappa_x \varphi_{xz} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \frac{\partial p}{\partial z} \psi_{zz}, \tag{9}$$

у якому для скорочення запису введене позначення φ_{xz} для рівняння (5) і $\psi_{zz,}$ для рівняння (8). Після підстановки виражень (3) і (9) в рівняння (4) для $\dot{I}_2$ після деяких перетворень отримаємо наступне вираження:

$$I_2 = \left[m_z + n_z \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \frac{\partial p}{\partial z} \right) + l_z \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \right] \left| \frac{\partial v_z}{\partial y} \right|;$$

$$m_z = 1 + \kappa_z^2 + \kappa_y^2 / 2 + \kappa_x \kappa_y \varphi_{yz} + (1 + 2\kappa_x^2 + \kappa_z^2)\varphi_{xz}^2 / 2 + 2(\kappa_z + \kappa_x \varphi_{xz})^2 + \\ +(\kappa_z + \kappa_x \varphi_{xz})^2 \cdot (1 + \kappa_x^2 / 2 + \kappa_z^2); \qquad (10)$$

$$n_z = 2[(\kappa_z + \kappa_x \varphi_{xz})(1 + \kappa_x^2 / 2 + \kappa_z^2) - (\kappa_z + \kappa_x \varphi_{xz})]\psi_{zz};$$

$$l_z = (1 + \kappa_x^2 / 2 + \kappa_z^2)\psi_{zz}^2.$$

Перше рівняння рівноваги в (1) за допомогою підстановок виражень (3) і (5) можна записати в такому виді:

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \left(\alpha_z + \beta_z \cdot \left| \frac{\partial v_z}{\partial y} \right| \right) \frac{\partial v_z}{\partial y} \right\};$$

$$\alpha_z = \alpha \cdot \left[(\kappa_z \varphi_{xz} + \kappa_x)\kappa_x + \kappa_z^2 + \kappa_z \left(\kappa_x \varphi_{xz} + \kappa_z + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \frac{\partial p}{\partial z} \psi_{zz} \right) + 1 \right]; \qquad (11)$$

$$\beta_z = \alpha_z \cdot \sqrt{\dot{R}_z},$$

де $\sqrt{\dot{R}_z}$ означає вираження у квадратних дужках у формулі (10) для величини $\dot{I}_2$.

Рівняння (11) описує одномірну поздовжню течію рідини з в'язкістю, що залежить від швидкості зсуву з параметричними функціями α_z й β_z.

Далі, використовуючи алгоритм отримання рівнянь (10) і (11), можна сформулювати аналогічні рівняння для поперечної течії. Для чого необхідно представити величину $\dot{I}_2$ у вигляді, аналогічному рівнянню (10), а якості похідної, за допомогою якої робляться оцінки інших похідних, варто взяти похідну $\partial \upsilon_x / \partial_y$. Для похідної $\partial \upsilon_y / \partial_y$ виходить подання, подібне рівнянню (9) так, що ця похідна виявляється рівною:

$$\frac{\partial v_y / \partial_y}{\partial v_x / \partial_y} = -\kappa_x - \frac{\kappa_z}{\varphi_{xz}} - \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \frac{\partial p}{\partial z} \psi_{xx}, \qquad (12)$$

$$\psi_{xx} = \frac{(w_{\perp x}^+ + w_{\perp x}^-) / 2 + v_{mxy}}{\varepsilon_{xy}(w_{\perp x}^+ - w_{\perp}^- x) + \delta_{xy} v_{mxy}}.$$

Для другого інваріанта тензора швидкості деформацій справедливо таке подання:

$$\dot{I}_2 = \left[m_x + nx \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \frac{\partial p}{\partial x} \right) + l_x \left(\frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dp} \frac{\partial p}{\partial x} \right)^2 \right] \cdot \left| \frac{\partial v_x}{\partial y} \right|; \qquad \dot{I}_2 = \dot{R}_x \left| \frac{\partial v_x}{\partial y} \right|;$$

$$m_x = \frac{1}{2}\left(1 + \kappa_x^2 - \kappa_x^4 + \kappa_z^2 + \kappa_x^2\kappa_{zy}^2\right) + \frac{1}{\varphi_{xz}}\left(\kappa_z^2 - 3\kappa_x\kappa_z + \kappa_x^3\kappa_z + \kappa_x\kappa_z^3\right) +$$

$$+ \frac{1}{2\varphi_{xz}}\left(1 + \kappa_x^2 + \kappa_z^2 + \kappa_x^2\kappa_z^2\right)); \qquad (13)$$

$$n_x = [2\kappa_x(\kappa_x^2 + \kappa_z^2) + 2\kappa_x^2\kappa_z^2 + 2\kappa_z^3]\psi_{xx};$$

$$l_x = \frac{1}{2}(2 + \kappa_x^2 + \kappa_z^2)\psi_{xx}^2.$$

Друге рівняння рівноваги в (1) можна представити у вигляді одномірного рівняння течії такого виду:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y}\left\{\left(\alpha_x + \beta_x \cdot \left|\frac{\partial \nu_x}{\partial y}\right|\right)\frac{\partial \nu_x}{\partial y}\right\};$$

$$\alpha_x = \alpha \cdot \left(1 + \kappa_x^2 + 2\kappa_z^2 + 2\frac{\kappa_x\kappa_z}{\varphi_{xz}} + \kappa_x\psi_{xx}\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dp}\frac{\partial p}{\partial x}\right); \qquad (14)$$

$$\beta x = \alpha_x \cdot \sqrt{\dot{R}_x}.$$

Рівняння (11) і (14) зовні виглядають зовсім однаково: їхні рішення також виглядають зовсім однаково. Ці рівняння мають своїми рішеннями профілі швидкості, кожний з яких складається з двох галузей, що мають похідні різних знаків і пересічних в екстремальних точках. Для кожного із профілів ν_z і ν_x можна обчислити витрату течії. Витрата, що визначається компонентою швидкості ν_z обумовлена рухом стінок і різницею тисків на кінцях каналу. Витрата, що визначається компонентою швидкості ν_x варто вважати рівною нулю. Для градієнтів тисків $\partial p / \partial_z$ і $\partial p / \partial_x$ виходять два диференціальних рівняння першого порядку. Величина $p(z)$ як рішення першого рівняння набуває однозначність при вимозі задовольнити граничним умовам на кінцях каналу й умові сталості масової витрати. Величина $p(x)$ як рішення другого рівняння набуває однозначність при вимозі відповідності спеціальним умовам, що випливають із граничних умов для $p(z)$.

Рівняння типу (11) і (14) були розглянуті авторами [4, 5]. Вираження для поздовжньої й поперечної швидкостей ν_z і ν_x пов'язані з відповідними градієнтами тисків такими співвідношеннями:

$$\nu_z^+ = \frac{\alpha_z(h - y)}{2\beta_z} + \left(\frac{\alpha_z^2}{4\beta_z^2} + \frac{y - y_z^*}{\beta_z}\frac{\partial p}{\partial z}\right)^{3/2}\frac{2}{3}\frac{\beta_z}{\partial p / \partial z} -$$

$$-\left(\frac{\alpha_z^2}{4\beta_z^2} + \frac{h - y_z^*}{\beta_z}\frac{\partial p}{\partial z}\right)^{3/2}\frac{2}{3}\frac{\beta_z}{\partial p / \partial z} + W_{\|y}^+,$$

$$v_z^- = \frac{\alpha_z(h+y)}{2\beta_z} + \left(\frac{\alpha_z^2}{4\beta_z^2} + \frac{y_z^* - y}{\beta_z}\frac{\partial p}{\partial z}\right)^{3/2} \frac{2}{3}\frac{\beta_z}{\partial p / \partial z} -$$
$$-\left(\frac{\alpha_z^2}{4\beta_z^2} + \frac{h + y_z^*}{\beta_z}\frac{\partial p}{\partial z}\right)^{3/2} \frac{2}{3}\frac{\beta_z}{\partial p / \partial z} + W_{\parallel y}^-, \qquad (15)$$

$$v_x^+ = \frac{\alpha_x(h-y)}{2\beta_x} + \left(\frac{\alpha_x^2}{4\beta_x^2} + \frac{y - y_x^*}{\beta_x}\frac{\partial p}{\partial x}\right)^{3/2} \frac{2}{3}\frac{\beta_x}{\partial p / \partial x} -$$
$$-\left(\frac{\alpha_x^2}{4\beta_x^2} + \frac{h - y_x^*}{\beta_x}\frac{\partial p}{\partial x}\right)^{3/2} \frac{2}{3}\frac{\beta_x}{\partial p / \partial x} + W_{\perp x}^-$$

$$v_x^- = \frac{\alpha_x(h+y)}{2\beta_x} + \left(\frac{\alpha_x^2}{4\beta_x^2} + \frac{y_x^* - y}{\beta_x}\frac{\partial p}{\partial x}\right)^{3/2} \frac{2}{3}\frac{\beta_x}{\partial p / \partial x} -$$
$$-\left(\frac{\alpha_x^2}{4\beta_x^2} + \frac{h + y_x^*}{\beta_x}\frac{\partial p}{\partial x}\right)^{3/2} \frac{2}{3}\frac{\beta_x}{\partial p / \partial x} + W_{\perp x}^-$$

Витрата течій з профілями швидкості за формулами (15) має такий вид:

$$\dot{V}_i = W_\theta^+(h - y_i^*) + W_\theta^-(h + y_i^*) + \frac{\alpha_z}{2\beta_z}(h^2 + y_i^{*2}) + \frac{4}{15}\left(\frac{\beta_i}{\partial p / \partial x_i}\right)^2 \times$$
$$\times\left\{\left(\frac{\alpha_i^2}{4\beta_i^2} + \frac{h - y_i^*}{\beta_i}\frac{\partial p}{\partial x_i}\right)^{5/2} + \left(\frac{\alpha_i^2}{4\beta_i^2} + \frac{h + y_i^*}{\beta_i}\frac{\partial p_i}{\partial x_i}\right)^{5/2} - 2\left(\frac{\alpha_i^2}{4\beta_i^2}\right)^{5/2}\right\} -$$
$$-\frac{2}{3}\frac{\beta_i}{\partial p / \partial x_i}\left\{\left(\frac{\alpha_i^2}{4\beta_i^2} + \frac{h - y_i^*}{\beta_i}\frac{\partial p}{\partial x_i}\right)^{3/2} \cdot (h - y_i^*) +\right.$$
$$\left.+\left(\frac{\alpha_i^2}{4\beta_i^2} + \frac{h + y_i^*}{\beta_i}\frac{\partial p}{\partial x_i}\right)^{3/2} \cdot (h + y_i^*)\right\}, \qquad (16)$$

у якому $i = z, x$; якщо $i = z$, те $\theta = \parallel y$; якщо $i = x$, те $\theta = \perp x$. Витрата $\dot{V}_z \neq 0$, а витрата $\dot{V}_x = 0$. Величини y_i^* залежать від градієнтів тисків таким чином:

$$y_z^* = -\frac{W_\parallel^+ - W_\parallel^-}{\frac{\alpha_z}{\beta_z} - 2\left(\frac{\alpha_z^2}{4\beta_z^2} + \frac{h}{\beta_z}\frac{\partial p}{\partial z}\right)^{1/2}}; \qquad y_x^* = -\frac{W_\perp^+ - W_\perp^-}{\frac{\alpha_x}{\beta_x} - 2\left(\frac{\alpha_x^2}{4\beta_x^2} + \frac{h}{\beta_x}\frac{\partial p}{\partial x}\right)^{1/2}}. \qquad (17)$$

Висновки. У даній роботі запропонована процедура редукції тривимірного завдання про течію нелінійної рідини з в'язкістю, що залежить від швидкості зрушення, параметри якої довільним образом залежать від тиску. Одночасно, рідина є стискаючою. Після редукції такого завдання вона зводиться до рішення чисто поздовжніх завдань із напрямками течії уздовж осей *0Z* і *0X* роздільно. Для цих завдань є профілі швидкості й витрати. Ці характеристики течії визначаються в загально функціональному виді поздовжнім і поперечним градієнтами тиску. Показано, що зв'язок між тривимірним вихідним завданням і одномірними зосереджена в перенормованих коефіцієнтних функціях в'язкості. Усі зазначені результати зберігають сенс при довільному наборі граничних поздовжніх і поперечних швидкостей стінок каналу. При виведенні рівнянь поздовжньої течії використовувалися оцінки похідних різних компонентів швидкості в різних напрямках. У цих оцінках присутні величини ε_{ik} й δ_{ik}, а також величини υ_{mik}. Спосіб їхнього визначення й обчислення конкретних значень приводиться у інших роботах авторів [4,5].

ЛІТЕРАТУРА

1. *Попов Д.Н.* Гидромеханика/ Д.Н. Попов, С.С. Панакотти, М.У Рябинин. — М.: Изд-У МВТУ, 2002. — 383 с.

2. *Фабер Т.Э.* Гидроаеродинамика. — М.: Постмаркет, 2001. — 559 с.

3. *Білецький Е.В.* Повздовжньо-поперечна течія ньютонівської рідини з в'язкістю, що залежить від швидкості зрушення в прямокутному каналі шнекової машини [Текст]./ Білецький Е.В., Толчинський Ю.А. // Прогресивні техніка та технології харчових виробництв ресторанного господарства і торгівлі: збір. наук. праць/ Харк. держ. ун-т харчування та торгівлі. — Харків, 2010. — Вип 1. с. 35—39

4. *Білецький Е.В.* Повздовжньо-поперечна течія з в'язкістю, що залежить від швидкості зрушення в щілинному каналі. [Текст]. / Білецький Е.В., Толчинський Ю.А. // Харчова наука і технологія: щоквартальний науково-виробничий журнал ОНАХТ. — Одеса, 2010 — Вип.1(1) с. 104—109

5. *Течія* неньютонівської рідини, з в'язкістю, що залежить від тиску і швидкості зрушення. //Інтегровані технології та енергозбереження. /щоквартальний науково-практичний журнал. — Харків: НТУ «ХПІ», 2011. — Вип. 1. с. 67—72

6. *Фрейденталь А.* Математичні теорії непружного суцільного середовища/ А. Фрейденталь, Х. Гейрингер. — М.: ГИТТЛ, 1962. — 432 с.

7. *Дильман В.В.* Методи модельних рівнянь і аналогій у хімічній технології/ В.В. Дильман, А.Д. Полянин. — М.: Хімія, 1988. — 304 с.

Л.Л. Товажнянский, Э.В. Белецкий,
Ю.А. Толчинский

Продольно-поперечное течение сжатой жидкости, зависящей от скорости сдвига и давления вдоль щелевого канала шнековой машины

Изучена проблема математического моделирования квази-вязкого потока жидкости в щелевых каналах шнековых машин. Предложен алгоритм, позволяющий отказаться от решения сложных дифференциальных уравнений путем простых алгебраических преобразований. Полученные уравнения позволяют обобщить классические результаты течения нелинейной жидкости с вязкостью, зависящей от скорости сдвига, параметры которой произвольным образом зависят от давления. Показано, что связь между трехмерным исходным заданием и одномерными сосредоточены в перенормированных коэффициентах функций вязкости. Полученные уравнения дают возможность проводить моделирование других видов вязкопластичных течений.

Ключевые слова: *вязкопластическое течение, течение Куэтта, скорость сдвига, реологическая модель, щелевой канал, шнековая машина.*

L. Tovazhnyanskyi, E. Beletskyi,
Yu. Tolchynskyi

Transverse and longitudinal flow of compressible fluid with viscosity depending on the shear rate and pressure along the slot channel of the screw machine

The article studies the problem of mathematical modelling of quasi-viscous liquid flow in screw machine slot channels.

It also proposes the algorithm which allows using simple algebraic reductions instead of solving complex differential equations. The equations obtained permit to generalize classical results for non-linear liquid flow with viscosity depending on the shear rate with parameters randomly dependent on pressure.

The relationship between three-dimensional resulting tasks and one-dimensional ones are shown to be concentrated in renormalized viscosity function coefficients. The data obtained allow to model different types of viscoelastic flows.

Key words: *viscoplastic fluid, Couette flow, shear rate, rheological model, slotted channel, screw machine.*

---

e-mail: jimp@ukr.net

Надійшла до редколегії 10.04.2012 р.