

MATHEMATICAL MODELING OF DISSOLUTION PROCESS OF CARBON DIOXIDE IN LIQUID MOVING IN A CAPILLARY

A. Svitlyk, A. Prokhorov

National University of Food Technologies

Key words:

*Mass exchange
Saturation
Capillary
Hydrodynamics*

Article history:

Received 29.07.2014
Received in revised form
15.08.2014
Accepted 27.08.2014

Corresponding author:

A. Svitlyk
Email:
npnuht@ukr.net

ABSTRACT

A mathematical model is developed for calculation of liquid saturation systems. The model allows to define concentration of carbon dioxide in liquid depending on sizes of carbon dioxide vials, distances between bubbles, masses of liquid between bubbles, concentration of carbon dioxide dissolved in liquid, concentration of carbon dioxide in gas, coefficient of turbulent diffusion, coefficient of resistance, density of liquid, coefficient of a superficial tension, form coefficient. Taking into account liquid and carbon dioxide consumption, the concentration of carbon dioxide dissolved in liquid is calculated. Results of this modeling can be used for calculation and design of the equipment for liquid saturation by gases, namely, for defining the rational modes of saturation.

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОЗЧИНЕННЯ ДІОКСИДУ ВУГЛЕЦЮ У РІДИНІ, ЩО РУХАЄТЬСЯ В КАПІЛЯРІ

А.М. Світлик, О.М. Прохоров

Національний університет харчових технологій

У статті розроблено математичну модель для розрахунку систем сатурації рідини. Модель дозволяє визначити концентрацію діоксиду вуглецю в рідині залежно від розмірів бульбашки вуглекислого газу, відстані між бульбашками, маси рідини між бульбашками, концентрації розчиненого у рідині діоксиду вуглецю, концентрації діоксиду вуглецю в газі, коефіцієнта турбулентної дифузії, коефіцієнта опору, густини рідини, коефіцієнта поверхневого натягу, коефіцієнта форми. З вирахуванням витрат рідини та витрат діоксиду вуглецю розраховано концентрацію діоксиду вуглецю, що розчиняється у рідині. Результати моделювання можуть бути використані при розрахунку й проектуванні обладнання для насичення рідини газами, а саме: при визначенні раціональних режимів сатурації.

Ключові слова: масообмін, сатурація, капіляр, гідродинаміка.

Експлуатування сатураційних систем харчових виробництв засвідчує, що собівартість процесу на 30—40% зменшується від ефективності ділянки на-

сичення, тому розробка нових систем аерації у потоці є досить актуальним завданням.

Для надійного розрахунку систем сатурації необхідно використовувати методи моделювання. Найбільш точними прогностичними властивостями, які дозволяють досягти коректних результатів у широкому діапазоні умов проведення процесу, володіють теоретичні моделі. Теоретична модель надає можливість отримати кількісну характеристику процесу на основі фізичних закономірностей.

Швидкість масопередачі діоксиду вуглецю, кг/с із газової фази описується рівнянням [1]:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = K_L \cdot A(C_H - C), \quad (1)$$

де K_L — коефіцієнт масопередачі рідинної плівки, м/с; A — площа міжфазного контакту, м²; C_H — концентрація діоксиду вуглецю в газі, кг/м³; C — концентрація розчиненого у рідині діоксиду вуглецю.

Процес нестационарної молекулярної дифузії через тоненьку рідинну плівку, частина поверхні якої рухається разом із набігаючим на бульбашку потоком рідини, описується рівнянням Хігбі:

$$K_L = \sqrt{\frac{D_n \cdot V_0}{\pi d_0}}, \quad (2)$$

де D_n — коефіцієнт нестационарної дифузії діоксиду вуглецю в рідину, м²/с; V_0 — швидкість руху бульбашки, м/с; d_0 — діаметром бульбашки, м.

Турбулентний режим масопередачі, при якому створюються вихорі на поверхні бульбашки, контактують з нею протягом певного проміжку часу. За цих умов відбувається оновлення поверхні границі розділу фаз.

Згідно з теорією Данквертса,

$$K_L = \sqrt{D_T \cdot S}, \quad (3)$$

де D_T — коефіцієнт турбулентної дифузії, м²/с; S — фактор оновлення границі розділу фаз, с⁻¹.

Процес оновлення поверхні розділу фаз під дією турбулентних вихрів пов'язаний з роботою, яка відбувається на границі розділу фаз.

Відомо, що робота, яка виконується при оновленні поверхні, пов'язана з поверхневим натягом, величиною нової поверхні, що створюється за одиницю часу S , с⁻¹, за рахунок турбулентного обміну елементів рідини на одиницю поверхні, обраховується за рівнянням:

$$S = \frac{A}{\sigma} = \frac{\xi \rho V_0^3}{2 \cdot \sigma}, \quad (4)$$

де $A = \xi \rho \frac{V_0^3}{2}$ — робота, яка виконується за одиницю часу на одиниці поверхні, Вт/м²; σ — коефіцієнт поверхневого натягу, Дж/м².

Нами запропоновано поверхню оновлення фаз обраховувати з умови балансу роботи гідродинамічного опору та роботи з оновлення поверхні.

На рис. 1 зображено сили, що діють на бульбашку в капілярно-пористому сатураційному елементі.

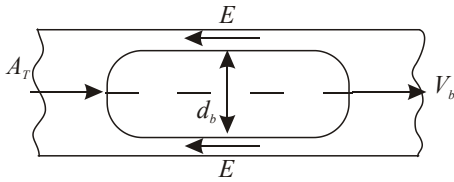


Рис.1 Капілярно-пористий сатураційний елемент

Елементарна робота гідродинамічного опору визначається за формулою:

$$dA_T = F_{rc} \cdot dL = f_{\phi} \cdot \xi \frac{\rho V_{\phi}^2}{2} \cdot dL, \quad (5)$$

де $F_{rc} = f_{\phi} \cdot \xi \frac{\rho V_{\phi}^2}{2}$ — сила гідро-

динамічного опору, Н; dL — елементарна довжина капіляра, м; f_{ϕ} — площа поперечного січення бульбашки з діоксидом вуглецю, м².

Елементарна робота на оновлення елементарної поверхні визначається за формулою:

$$dE = \sigma l_{\phi} \cdot dS. \quad (6)$$

Баланс робіт визначається за такими формулами:

$$dA_T = dE;$$

$$f_{\phi} \cdot \xi \frac{\rho V_{\phi}^2}{2} \cdot dL = \sigma \cdot l_{\phi} \cdot dS;$$

$$dL = \vartheta_{\phi} \cdot d\tau.$$

У результаті отримуємо:

$$f_{\phi} \cdot \xi \frac{\rho V_{\phi}^2}{2} \cdot d\tau = \sigma \cdot l_{\phi} \cdot dS;$$

$$S = \frac{f_{\phi} \xi \rho V_{\phi}^3 \cdot \tau}{2\sigma \cdot l_{\phi}} = \frac{\xi \rho V_{\phi}^3 \cdot \tau}{2\sigma \cdot K_{\phi}}, \quad (7)$$

де $K_{\phi} = \frac{f_{\phi}}{l_{\phi}}$ — коефіцієнт форми бульбашки, співвідношення перетину і довжини бульбашки.

З урахуванням рівності (7) рівняння (1) набуде такого вигляду:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = A \sqrt{D_T \frac{\xi \rho V_{\phi}^3 \cdot \tau}{2\sigma \cdot K_{\phi}}} (C_n - C). \quad (8)$$

У результаті інтегрування рівняння (8) в інтегралі змінних ∂m (від 0 до Δm) і ∂t (0 до t) отримуємо:

$$\Delta m = A \sqrt{D_T \xi \frac{\rho V_{\phi}^3 \cdot t^3}{3\sigma \cdot K_{\phi}}} (C_n - C) =$$

$$= A \sqrt{D_T \frac{\xi \rho L^3}{3\sigma \cdot K_\phi}} (C_n - C). \quad (9)$$

На рис.2 зображено елемент капілярно-пористого сатуратора довжиною L .

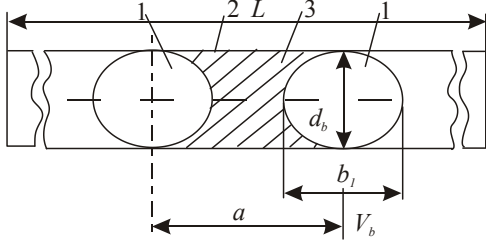


Рис.2 Елемент капілярно-пористого сатуратора: 1 — бульбашка; 2 — капіляр; 3 — рідинний слайд

З вираховуванням витрат рідини та витрат діоксиду вуглецю можна розрахувати концентрацію діоксиду вуглецю, що розчиняється у рідині:

$$C_1 = \frac{\Delta m}{M} =$$

$$= \frac{A \sqrt{D_T \frac{\xi \rho L^3}{3\sigma \cdot K_\phi}} (C_n - C) \cdot (a - 2b_1)}{L \cdot m_1} =$$

$$= \frac{(a - 2b_1) \cdot (C_n - C)}{m_1} A \sqrt{\frac{D_T \cdot \xi \rho L}{3\sigma \cdot K_\phi}}, \quad (10)$$

де m_1 — маса рідини, що знаходиться між бульбашками; b_1 — велика вісь бульбашки, м; d_b — діаметр бульбашки, м; a — відстань між бульбашками, м.

Висновки

Розроблено математичну модель для розрахунку систем сатурації рідини. Модель дозволяє визначити концентрацію діоксиду вуглецю в рідині з урахуванням розмірів бульбашки вуглекислого газу, відстані між бульбашками, маси рідини між бульбашками, концентрації розчиненого у рідині діоксиду вуглецю, концентрації діоксиду вуглецю в газі, коефіцієнта турбулентної дифузії, коефіцієнта опору, густини рідини, коефіцієнта поверхневого натягу, коефіцієнта форми. З вирахуванням витрат рідини та витрат діоксиду вуглецю розраховано концентрацію діоксиду вуглецю, що розчиняється у рідині. Похибка обрахування за формулою (10) та експериментальними даними не перевищує 5%, що допустимо для інженерних розрахунків.

Література

1. Мешенгиссер Ю.М., Марченко Ю.Г. Моделирование процесса массопередачи при аэрации воды // Водоснабжение и санитарная техника. — 2000. — № 6.
2. Движение пузырька газа в жидкости с учётом искажение его сферической формы // Филология и культура. 2010. — № 21. — С. 38—44.
3. Накоряков В.Е., Тимкин Л.С., Горелик Р.С. Экспериментальное исследование трения тейлоровского пузырька в восходящем течении в вертикальной трубе // Теплофизика и аэромеханика. — 2011. — Т. 18, № 2. — С. 293—304.
4. Калиниченко В.А. Кинематические характеристики двухфазного потока в прямоугольном канале // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2004. — № 4. — С. 112.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РАСТВОРЕНИЯ ДИОКСИДА УГЛЕРОДА В ДВИЖУЩЕЙСЯ ЖИДКОСТИ В КАПИЛЛЯРЕ

А.М. Свитлык, А.Н. Прохоров

Национальный университет пищевых технологий

В статье разработана математическая модель для расчета систем сатурации жидкости. Модель позволяет определить концентрацию диоксида углерода в жидкости в зависимости от размеров пузырьков углекислого газа, расстояния между пузырьками, массы жидкости между пузырьками, концентрации растворенного в жидкости диоксида углерода, концентрации диоксида углерода в газе, коэффициента турбулентной диффузии, коэффициента сопротивления, плотности жидкости, коэффициента поверхностного натяжения, коэффициента формы. С учетом расходов жидкости и расходов диоксида углерода рассчитана концентрация диоксида углерода, которая растворяется в жидкости. Результаты моделирования могут быть использованы при расчете и проектировании оборудования для насыщения жидкости газами, а именно: при определении рациональных режимов сатурации.

Ключевые слова: *массообмен, сатурация, капилляр, гидродинамика.*