УДК 621.396

ФУНКЦИИ УОЛША-ПЭЛИ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ МОБИЛЬНОЙ ЦИФРОВОЙ ТРОПОСФЕРНО-РАДИОРЕЛЕЙНОЙ СТАНЦИЕЙ

Почерняев В.Н., Повхлеб В.С.

Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова, кафедра «Телекоммуникации», 01030, Украина, г. Киев, ул. Леонтовича, 11.
kkz@ukr.net
Государственное учреждение «Киевский колледж связи», 01030, Украина, г. Киев, ул. Леонтовича, 11.
povviktoriya@yandex.ru

ФУНКЦІЇ УОЛША-ПЕЛІ ДЛЯ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ МОБІЛЬНОЮ ЦИФРОВОЮ ТРОПОСФЕРНО-РАДІОРЕЛЕЙНОЮ СТАНЦІЄЮ

Почерняєв В.М., Повхліб В.С.

Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова, кафедра «Телекомунікації», 01030, Україна, м Київ, вул. Леонтовича, 11.
kkz@ukr.net
Державний заклад «Київський коледж зв'язку», 01030, Україна, м Київ, вул. Леонтовича, 11.
povviktoriya@yandex.ru

FUNCTIONS OF THE WALSH-PALEY FOR CONTROL SYSTEM OF MOBILE DIGITAL TROPOSCATTER-RADIORELAY STATION

Pochernyaev V.N., Povhleb V.S

O.S. Popov Odessa national academy of telecommunications, department "Telecommunications", 11 Leontovich St., Kiev, 01030, Ukraine
kkz@ukr.net
State Institution "Kiev college of communication", 11 Leontovich St., Kiev, 01030, Ukraine
povviktoriya@yandex.ru

Аннотация. В данной статье применены функции Уолша-Пэли для описания сигналов системы управления мобильной цифровой тропосферно-радиорелейной станцией. Функции Уолша-Пэли раскладываются в ряды, которые имеют сходимость лучше, чем ряды функций Уолша. Это позволяет обеспечить высокое быстродействие системы управления станцией.
Ключевые слова: мобильная цифровая тропосферно-радиорелейная станция, устойчивость системы управления, функции Уолша-Пэли, сходимость ряда.

Анотація. У даній статті застосовані функції Уолша-Пелі для опису сигналів системи керування мобільною цифровою тропосферно-радіорелейною станцією. Функції Уолша-Пелі розкладаються в ряди, які мають кращу збіжність, ніж ряди функцій Уолша. Це дозволяє забезпечити високу швидкодію системи керування станцією.
Ключові слова: мобільна цифрова тропосферно-радіорелейна станція, стійкість системи управління, функції Уолша-Пелі, збіжність ряду.

Abstract. In this article are applied the Walsh-Paley functions to describe the signals of control system for the mobile digital troposcatter-radiorelay station. Walsh-Paley functions are arranged in series that have better convergence than the series of Walsh functions. This allows a high speed for control system of station.
Key words: mobile digital troposcatter-radiorelay station, stability of the control system, the functions of the Walsh-Paley, convergence of the series.

В чрезвычайных ситуациях возникает потребность в быстроразвертываемых станциях, которые способны одновременно устанавливать прямые связи и организовывать привязки к стационарным узлам связи. Для этих целей разработана мобильная цифровая тропосферно-радиорелейная станция (МЦТрРРС) [1]. Такая станция возможна к применению в районах стихийных бедствий и катастроф, в условиях гористой и труднопроходимой местности, а также в зоне военного конфликта и проведения антитеррористических операций.

Функционирование такой станции происходит в обстановке, когда «выработка» сигналов управления должна осуществляться за доли … единицы микросекунд. В условиях помехообстановки, в т.ч. при воздействии преднамеренных помех, сигналы должны быть помехоустойчивыми. Сигналы на основе функций Уолша отвечают этому требованию. Чтобы добиться устойчивой работы система управления МЦТрРРС должна иметь также высокое быстродействие сигналов управления. Поэтому, под устойчивостью системы управления будем понимать свойство системы сохранять работоспособность в условиях воздействия различных дестабилизирующих факторов, что определяется помехо-устойчивостью, надежностью и быстродействием.

Целью данной статьи является анализ возможности повышения устойчивости системы управления мобильной многоканальной станции СВЧ диапазона нового типа путем использования ортогональных кусочно-непрерывных функций в качестве сигналов управления. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- проанализировать и выбрать систему ортогональных кусочно-непрерывных функций, исходя из представления функций быстросходящимися рядами;
- проанализировать системы упорядочения ансамблей ортогональных кусочно-непрерывных функций и выбрать метод исследования;
- осуществить выбор системы представления функций управления для их дальнейшей алгоритмизации.

Для формирования сигналов управления с высокой скоростью переключений и устойчивых к внешнему воздействию целесообразно использовать кусочно-постоянные ортогональные функции. Использование таких ортогональных функций в качестве базисных обусловлено еще и тем, что с применением микропроцессорной техники кусочно-постоянные функции имеют преимущества перед гармоническими (синусоидальными и косинусоидальными). В терминологии Хармута ортогональные кусочно-постоянные функции называются несинусоидальными [2].

В качестве базисных функций из кусочно-постоянных ортогональных систем функций могут применяться системы функций Радемахера, Уолша и Хаара [2]. Наиболее употребительными среди кусочно-постоянных ортогональных функций являются функции Уолша. В основном это связано с тем, что система функций Радемахера – неполная, а система функций Хаара, кроме первых двух функций, принимает на разных участках интервала три разных значения, одно из которых нуль. Отметим, что на всех участках интервала функции Уолша принимают только одно из двух значений +1 или -1, что, безусловно, удобно для цифровой обработки информации с применением микропроцессорной техники.

Формирование управляющих сигналов в данной системе управления станцией осуществляет генератор функций Уолша-Пэли. Пусть заданы 2^n выборок входного сигнала x_i. Тогда, выходной сигнал запишем в виде:

$$y_i(x) = \sum_{i,j=0}^{2^{n-1}} pal_{ij} \rho_i pal_{ji} x_i, \tag{1}$$

где ρ_i – весовая функция.

Выходной сигнал также можно записать в виде:

$$y_i(x) = \sum_{i,j=0}^{2^{n-1}} pal(i \oplus j)\, x_i. \tag{2}$$

Использование выражения (2) потребует 2^{2n} операций сложений и умножений. Применение выражения (1) позволяет обойтись $2n2^n$ операциями сложений и 2^n операций умножений. Однако, применение выражения (1) требует наличия заданных значений входного сигнала.

Следовательно, предпочтительным является применение выражения (1), но это требует доказательства равномерной сходимости ряда. Это необходимо в случаях, когда ряд вида (1) находится под интегралом. Абсолютная сходимость рядов функции Уолша доказана в [3].

Равномерная сходимость ряда (1) будет доказана, если выполняется неравенство:

$$\left| \int_0^1 y\,(x)\, pal\,(r,x) dx \right| \le \frac{\left|y^{(r)}(x_r)\right|}{2^r(r+1)!},\ \ 0 < x_r < 1, \tag{3}$$

где r — ранг функции $pal\,(r,x)$. Запишем выражение (3) следующим образом:

$$\left| \int y\,(x)\, pal\,(r,x) dx \right| \le 2^{q(r)} \left|y^{(r)}(x_r)\right|; 0 < x_r < 1,$$

где $q(r) \sim \sum_{r=0}^{n} \rho_r - nr$. Видно, что $2^{q(r)}$при росте n и r быстро приближается к нулю. Следовательно, коэффициенты высоких степеней и рангов оказываются пренебрежимо малыми.

Хорошая равномерная сходимость ряда позволяет сделать следующий практический вывод. Разложение функций Уолша-Пэли в ряд позволяет не учитывать коэффициенты высоких степеней и рангов. Быстрая сходимость ряда с функцией Уолша-Пэли позволяет обеспечить требуемое быстродействие системы управления станцией.

Использование быстросходящихся рядов системы Уолша-Пэли порождает необходимость в выделении процедуры представления ансамбля функций или в двоичном исчислении, или с использованием кода Грея. Способ установления соответствия между символами канального алфавита (блоками символов исходного двоичного алфавита) и используемыми сигналами называется кодом Грея.

При использовании кода Грея вероятность возникновения ошибки в двух и более разрядах принимаемого блока двоичных символов много меньше вероятности ошибки только в одном из $\log_2 m$ разрядов [4]. Например, код Грея применяется при передаче дискретных сообщений в непрерывном канале, когда используется многократная фазовая манипуляция.

Сигналы системы управления, как отмечалось выше, должны быть помехоустойчивыми. Отсюда, использование кода Грея по сравнению с позиционным двоичным кодом является более предпочтительным [4]. Однако существенным требованием к системе управления станцией является быстродействие. И в данном случае применение кода Грея дает значительные преимущества перед использованием двоичной позиционной системы счисления.

Это можно подтвердить следующим простым примером.

В системе управления для передачи управляющих сигналов используется кодирование номера управляющего сигнала. Рассмотрим случай, когда по алгоритму необходимо переключится с сигнала с номером «3» на следующий сигнал, который имеет соответственно номер «4». При использовании кода Грея и двоичного позиционного кода можно наблюдать в данном случае ряд отличий. Кодирование сигналов в обоих системах показано в табл. 1.

Таблица 1 – Представление кодовых комбинаций в двоичной системе и коде Грея

Номер комбинации	Двоичная позиционная система			Код Грея		
«3»	0	1	1	1	0	0
	↓	↓	↓		↓	
«4»	1	0	0	1	1	0

Как видно из табл. 1, в случае использования двоичного позиционного кода изменение значений происходит одновременно во всех трех разрядах, что может привести как к возникновению задержек на линии передачи, так и собственно ошибок в самом передаваемом коде. В случае кода Грея изменяется всего лишь один разряд, что минимизирует как возможность возникновения ошибки, так и время задержки при передаче самого сигнала.

Отметим, что при решении ряда технических задач и задач прикладной физики функции Уолша представляются в виде некоторой системы. В зависимости от способа нумерации функций различают собственно систему Уолша, систему Адамара и систему Пэли. Эти системы, определенные на конечном множестве точек, могут быть представлены в виде квадратных матриц, отличающихся расположением строк.

Для решения технической задачи по управлению таким сложным комплексом как МЦТрРРС требуется составить модель всей совокупности управляющих сигналов. Математически это можно сделать с помощью матричного исчисления. Для этого требуется осуществить декомпозицию матриц функций Уолша, описывающих ансамбль управляющих сигналов наиболее простым способом. В данном случае будет рассматриваться декомпозиция матриц функций Уолша по системе Пэли.

Покажем, что система Пэли является наиболее удобной для аналитического описания системы функций Уолша.

Номер функции в системе Пэли может быть получен путем преобразования номера той же функции в системе Уолша, если воспользоваться процедурой образования кода Грея.

При этом разряды двоичного представления номера последовательности действий:

$$w = (w_1 w_2 \dots w_n);\ w_i = 0{,}1;\ i = 1{,}2, \dots, n$$

связаны с разрядами двоичного представления порядка Пэли:

$$p = (p_1 p_2 \dots p_n);\ p_i = 0{,}1;\ i = 1{,}2, \dots, n$$

следующими соотношениями:

$$p_i = w_i \oplus w_{i-1},\ w_0 = 0\ ,$$

$$w_i = p_1 \oplus p_2 \oplus \dots \oplus p_i .$$

Функции, принадлежащие системе Пэли, определяют на интервале $N=2^n$ в виде:

$$pal(p,x) = \exp\left(j\pi\sum_{i=1}^{n} p_{n+1-i}x_i\right).$$

Система Пэли превращается в систему Адамара и наоборот при двоичной инверсии номера функции. Это значит, что номер некоторой функции Уолша в системе Адамара имеет двоичное представление вида:

$$h = (h_1h_2\dots h_n);\ h_i = 0{,}1;\ i = 1{,}2,\dots,n;\ \ h_i = p_{n+1-i}. \tag{4}$$

Следует отметить, что процедура декомпозиции матриц Пэли и собственно Уолша осуществляется с использованием матрицы Адамара. Для этого производится перестановка исходных данных с тем, чтобы получить необходимую систему расположения выходных данных. Эта операция перестановки требует дополнительных затрат машинного времени. Этого можно избежать путем непосредственной декомпозиции матриц Пэли.

Матрица Пэли получается из матрицы Адамара при перестановке строк последней по закону двоичной инверсии. На основании соотношения (4) можно определить элементы матрицы Пэли $P^{[n]}$ выражением:

$$a_{p,x}^{(n)} = \prod_{i=1}^{n} a_{e^{(i)},x^{(i)}}^{(i)},\ e^{(i)} = p_i. \tag{5}$$

Представим равенство (5) в виде:

$$a_{p,x}^{(n)} = a_{e^{(1)},x^{(1)}}^{(1)} a_{p',x'}^{(n-1)}, \tag{6}$$

где

$$a_{p',x'}^{(n-1)} = \prod_{i=1}^{n} a_{e^{(i)},x^{(i)}}^{(i)},\ p' = (p_2p_3\dots p_n),\ x' = (x_2x_3\dots x_n).$$

Отметим, что p' и x' содержат на один разряд меньше, чем p и x.

Введем следующее обозначение:

$$\Gamma_{e^{(1)}}^{(1)} = \left|a_{e^{(1)},0}^{(1)}, a_{e^{(1)},1}^{(1)}\right|.$$

Тогда выражение (6) можно записать в матричном виде:

$$P^{[n]} = \begin{vmatrix} a_{0,0}^{(n-1)}\Gamma_0^{(1)} a_{0,1}^{(n-1)}\Gamma_0^{(1)} \cdots a_{0,2^{n-1}-1}^{(n-1)}\Gamma_0^{(1)} \\ a_{1,0}^{(n-1)}\Gamma_0^{(1)} a_{1,1}^{(n-1)}\Gamma_0^{(1)} \cdots a_{1,2^{n-1}-1}^{(n-1)}\Gamma_0^{(1)} \\ \cdots \\ a_{2^{n-1}-1,0}^{(n-1)}\Gamma_0^{(1)} \cdots a_{2^{n-1}-1,2^{n-1}-1}^{(n-1)}\Gamma_0^{(1)} \\ a_{0,1}^{(n-1)}\Gamma_1^{(1)} \cdots \qquad a_{0,2^{n-1}-1}^{(n-1)}\Gamma_1^{(1)} \\ \cdots \\ a_{2^{n-1}-1,0}^{(n-1)}\Gamma_1^{(1)} \cdots a_{2^{n-1}-1,2^{n-1}-1}^{(n-1)}\Gamma_1^{(1)} \end{vmatrix}. \tag{7}$$

Матрицу (7) можно представить в виде произведения двух сомножителей:

$$P^{[n]} = G_1Q_1 = \begin{vmatrix} \Gamma_0^{(1)} & & & & & \\ & \Gamma_0^{(1)} & & & & \\ & & \cdots & & & \\ & & & \Gamma_1^{(1)} & & \\ & & & & \Gamma_1^{(1)} & \\ & & & & & \cdots \\ & & & & & \Gamma_1^{(1)} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} a_{0,0}^{(n-1)}1_2 a_{0,1}^{(n-1)}1_2 \cdots a_{0,2^{n-1}-1}^{(n-1)}1_2 \\ \cdots \\ a_{1,0}^{(n-1)}1_2 a_{1,1}^{(n-1)}1_2 \cdots a_{1,2^{n-1}-1}^{(n-1)}1_2 \\ \cdots \\ a_{2^{n-1}-1,0}^{(n-1)}1_2 \cdots a_{2^{n-1}-1,2^{n-1}-1}^{(n-1)}1_2 \end{vmatrix}, \tag{8}$$

где $\mathbf{1}_2$ – единичная матрица размера 2 × 2.

Элементы второй матрицы в выражении (8) являются диагональными матрицами размера 2×2:

$$a_{l,k}^{(n-1)}\mathbf{1}_2=\begin{vmatrix}a_{l,k}^{(n-1)} & \\ & a_{l,k}^{(n-1)}\end{vmatrix},\quad l,k=0,1,\dots,2^{n-1}-1.$$

Поскольку матрица Q_1 является упорядоченной по элементам $a_{l,k}^{(n-1)}$, то ее можно представить в виде:

$$Q_1=\begin{vmatrix}a_{0,0}^{(n-2)}\Gamma_0^{(2)}a_{0,1}^{(n-2)}\Gamma_0^{(2)}\cdots a_{0,2^{n-2}-1}^{(n-2)}\Gamma_0^{(2)}\\ \cdots \\ a_{2^{n-2}-1,0}^{(n-2)}\Gamma_0^{(2)}\cdots a_{2^{n-2}-1,2^{n-2}-1}^{(n-2)}\Gamma_0^{(2)}\\ a_{0,0}^{(n-2)}\Gamma_1^{(2)}a_{0,1}^{(n-2)}\Gamma_1^{(2)}\cdots a_{0,2^{n-2}-1}^{(n-2)}\Gamma_1^{(2)}\\ \cdots \\ a_{2^{n-2}-1,0}^{(n-2)}\Gamma_1^{(2)}\cdots a_{2^{n-2}-1,2^{n-2}-1}^{(n-2)}\Gamma_1^{(2)}\end{vmatrix}, \tag{9}$$

где $\Gamma_q^{(2)}=\left|a_{q,0}^{(2)}\mathbf{1}_2 a_{q,1}^{(2)}\mathbf{1}_2\right|, q=0,1$.

Матрицу Q_1, в свою очередь, можно разложить на множители. Эту процедуру можно продолжать до тех пор, пока не будет пройдено *n* этапов декомпозиции.

Матрицы G_i имеют размер *N*×*N*, поскольку элементы $\Gamma_q^{(i)}$ имеют вид:

$$\Gamma_q^{(i)}=\left|a_{q,0}^{(i)}\mathbf{1}_{2^{i-1}}a_{q,1}^{(i)}\mathbf{1}_{2^{i-1}}\right|, q=0,1;\ i=1,2,\dots,n.$$

В общем виде матрицу $P^{[n]}$ с учетом матрицы (9) можно представить как произведение матриц:

$$P^{[n]}=G_1G_2\dots G_n=\begin{vmatrix}\Gamma_0^{(1)} & & \\ & \Gamma_0^{(1)} & \\ \cdots & \cdots & \cdots\\ & & \Gamma_0^{(1)}\\ \Gamma_1^{(1)} & & \\ & \Gamma_1^{(1)} & \\ \cdots & \cdots & \cdots\\ & & \Gamma_1^{(1)}\end{vmatrix}\begin{vmatrix}\Gamma_0^{(2)} & & \\ & \Gamma_0^{(2)} & \\ \cdots & \cdots & \cdots\\ & & \Gamma_0^{(2)}\\ \Gamma_1^{(2)} & & \\ & \Gamma_1^{(2)} & \\ \cdots & \cdots & \cdots\\ & & \Gamma_1^{(2)}\end{vmatrix}\cdots\begin{vmatrix}\Gamma_0^{(n)}\\ \\ \Gamma_1^{(n)}\end{vmatrix}. \tag{10}$$

Практическое использование выражения (10) заключается в том, что позволяет применять метод декомпозиции для неограниченного ансамбля сигналов, описываемых функциями Уолша-Пэли.

Отметим, что на практике метод декомпозиции нашел широкое применение в задачах прикладной электродинамики. Большое число решений частных задач электродинамики дано в [5].

В заключение отметим, что использование функций Уолша-Пэли в системе управления МЦТрРРС позволяет обеспечить устойчивость системы управления, которая определяется помехоустойчивостью, надежностью и быстродействием.

Помехоустойчивость обеспечивает выполнение требуемых функций системы управления при воздействии внешних помех как преднамеренного, так и непреднамеренного характера. Надежность системы управления обеспечивается сохранением во времени в установленных пределах значений всех параметров, характеризующих способность системы выполнять требуемые функции. Быстродействие – это способность системы обеспечить требуемую скорость перехода сложного радиотехнического комплекса с одного режима работы в другой. Следует отметить, что возможны переходы с одного режима в другой как работы тропосферной и радиорелейной компонент станции, так и передачи информации от одной компоненты в другую.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Пат. 112217 Україна, С2. Мобільна цифрова тропосферно-радіорелейна станція. Заявник і патентовласник Почерняєв В.М., Повхліб В.С.; заявл. 12.09.2014; опубл. 10.08.2016. Бюл. № 15.
2. Хармут Х.Ф. Передача информации ортогональными функциями / Хармут Х.Ф. – М.: Связь, 1975. – 272 с.
3. Качмаж С. Теория ортогональных рядов / С. Качмаж, Г. Штейнгауз. – М.: Физматгиз, 1958. – 508 с.
4. Варгаузин В.А. Методы повышения энергетической и спектральной эффективности цифровой радиосвязи / В.А. Варгаузин, И.А. Цикин. – БХВ-Петербург, 2013. – 352 с.
5. Никольский В.В. Декомпозиционный подход к задачам электродинамики / В.В. Никольский, Т.Н. Никольская. – М.: Наука, 1983. – 304 с.

REFERENCES:

1. UA 112217 C2, 10.08.2016. MOBILE DIGITAL TROPOSCATTER-RADIORELAY STATION. The applicant and patentee / V.M. Pochernyaev, V.S. Povhlib; appl. 09/12/2014; publ. 08/10/2016; Bull. № 15.
2. Henning F. Harmuth. Transmission of Information by Orthogonal Functions / Henning F. Harmuth. – Moscow: Svjas, 1975. – 272 p.
3. Kaczmarz S. The theory of orthogonal series / S. Kaczmarz, H. Steinhaus. – M.: Fizmatgiz, 1958. – 508 p.
4. Vargauzin V.A. Methods of increasing the energy and spectral efficiency of digital radio / V.A. Vargauzin, I.A. Cikin – St. Petersburg: BHV-Peterburg, 2013. – 352 p.
5. Nikol'skij V.V. Decomposition approach to the problem of electrodynamics / V.V. Nikol'skij, T.N. Nikol'skaja – M.: Nauka, 1983. – 304 p.