УДК 621.372.001.63

© 2000р. І.А.Бучковський

Чернівецький державний університет ім. Ю.Федьковича, Чернівці

МОДЕЛЮВАННЯ ЛІНІЙНИХ ЕЛЕКТРОННИХ КІЛ

Використовуючи впорядковані рівняння і допоміжні змінні, розроблено процедуру формування математичних моделей електронних кіл, заступні схеми яких містять нерегулярні компоненти у вузловому координатному базисі. Наведено приклад такого моделювання.

Using ordered equations and subsidiary variables the procedure of forming mathematics models of electronic circuits was elaborated, the equivalent schemes of which contain irregular components in the nodal coordinate basis. The example of such modeling is presented.

При аналізі лінійних інваріантних у часі (ЛІЧ) динамічних систем, зокрема електронних кіл, широко використовуються ЛІЧ-моделі, сформовані координатному базисі змінних стану або вузлових напруг.

Дана робота присвячена подальшому розвитку методу вузлових напруг стосовно аналізу ЛІЧ електронних кіл, заступні схеми яких містять нерегулярні компоненти.

Зауважимо, що відомі процедури формування математичних моделей та використання їх для аналізу схем із регулярним компонентним складом (таблиця 1), носять почасти класичний характер. Зокрема, багатополюсники, які утворені із таких компонент (ІД – ідеальний двополюсник; ІДС – ідеальне джерело струму, ДСКН – джерело струму кероване напругою), можливо описати системою впорядкованих рівнянь [1] у формі:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{I}_1 \\ \mathbf{I}_2 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ 1 \\ 2 \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} 0 & 1 & 2 \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & & \\ \mathbf{V}_{10} & \mathbf{V}_{11} & \mathbf{V}_{12} \\ \mathbf{V}_{20} & \mathbf{V}_{21} & \mathbf{V}_{22} \end{bmatrix} \end{array} * \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{U}_1 \\ \mathbf{U}_2 \end{bmatrix}, \tag{1а}$$

або у загальному вигляді

$$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{I}^{\mathrm{P}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \\ \mathbf{V}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{P}} & \mathbf{V}_{\mathrm{п}}^{\mathrm{P}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{U}^{\mathrm{P}} \end{bmatrix}, \tag{1б}$$

де $\mathbf{I}_1$, $\mathbf{I}_2$ та $\mathbf{U}_1$, $\mathbf{U}_2$ складові вектор-стовпців вузлових струмів ($\mathbf{I}^{\mathrm{P}}$) і напруг ($\mathbf{U}^{\mathrm{P}}$); $\mathbf{V}_{10}$, $\mathbf{V}_{20}$ і $\mathbf{V}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{P}}$ та $\mathbf{V}_{11}$, $\mathbf{V}_{12}$, $\mathbf{V}_{21}$, $\mathbf{V}_{22}$ і $\mathbf{V}_{\mathrm{п}}^{\mathrm{P}}$ – субматриці, що несуть інформацію про активні та пасивні компоненти заступних схем.

При наявності у заступних схемах нерегулярних компонент виникають додаткові взаємозв'язки як між вузловими напругами, так і між вузловими струмами. Ці взаємозв’язки описуються рівняннями Кірхгофа для струмів (ЗСК) та напруг (ЗНК). Відповідні рівняння для таких компонентів, як: ІДН – ідеальне джерело напруги; ДСКС – джерело струму кероване струмом; ДНКС – джерело напруги кероване струмом; ДНКН – джерело напруги кероване напругою та ІТ – ідеальний трансформатор, наведені в таблиці 1.

Тоді згідно із ЗНК

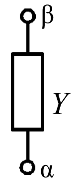
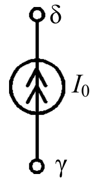
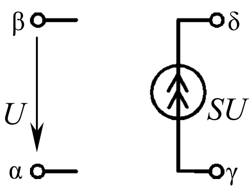
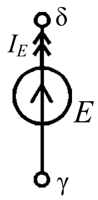
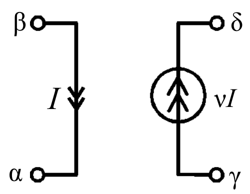
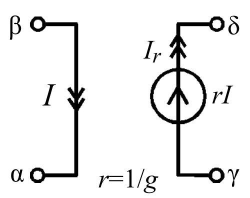
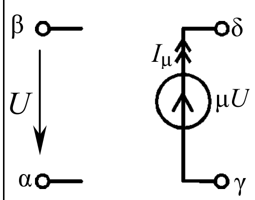
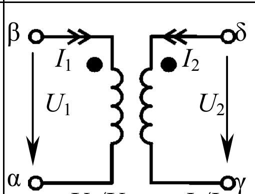
$$\begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{U}^{\mathrm{P}} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \mathbf{\Pi}_u^{0} \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{U}^{\mathrm{P}} \end{bmatrix}, \tag{2}$$

де $\mathbf{0}$ – нульовий вектор-стовбець; $\mathbf{\Pi}_u^{0}$ – матриця перетворення вузлових напруг із такою структурою:

$$\mathbf{\Pi}_u^{0} = \begin{array}{c} \\ 0 \\ \\ \alpha \\ \beta \\ \gamma \\ \delta \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{cccccc} 0 & & \alpha & \beta & \gamma & \delta \end{array} \\ \left[\begin{array}{c|ccccc} & & & & & \\ & & & & & \\ & & & \mathbf{1} & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ & & & & & \\ \hline E & & 1 & -1 & & \\ & & 1 & -1 & & \\ & & 1 & -1 & & \\ & & \mu & -\mu & -1 & 1 \\ & & n & -n & -1 & 1 \\ & & 1 & -1 & & \end{array}\right] \end{array} \begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \\ \\ \\ \text{ІДН} \\ \text{ДСКС} \\ \text{ДНКС} \\ \text{ДНКН} \\ \text{ІТ} \\ S,\nu,r,\ \mu \to \infty \end{array}, \tag{3}$$

де $\mathbf{1}$ – одинична субматриця, розмір якої рівний розміру системи рівнянь (1); S, ν, r, μ – параметри керування ДСКН, ДСКС, ДНКС, ДНКН; n – коефіцієнт трансформації ІТ; α, β та γ, δ – номери вузлів схеми, до яких під'єднано ланки з керуючим струмом чи напругою і з керованими джере-

Таблиця 1. Ідеальні компоненти заступних схем електронних кіл у вузловому координатному базисі.

Компонент			Рівняння виду		
Тип	**Назва**	**Схема**	**ЗСК**	**I = VU**	**ЗНК**
Регулярні	ІД		–	$\begin{array}{c\|ccc} & 0 & \alpha & \beta \\ \hline 0 & 1 & & \\ \alpha & & Y & -Y \\ \beta & & -Y & Y \end{array}$	–
	ІДС		–	$\begin{array}{c\|ccc} & 0 & \gamma & \delta \\ \hline 0 & 1 & & \\ \gamma & I_0 & & \\ \delta & -I_0 & & \end{array}$	–
	ДСКН		–	$\begin{array}{c\|ccccc} & 0 & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline 0 & 1 & & & & \\ \alpha & & & & & \\ \beta & & & & & \\ \gamma & & -S & S & & \\ \delta & & S & -S & & \end{array}$	–
Нерегулярні	ІДН		$0 = I_\gamma + I_E;$ $0 = I_\delta - I_E$	–	$0 = E + U_\alpha - U_\beta$
	ДСКС		$0 = I_\alpha - I;$ $0 = I_\beta + I;$ $0 = I_\delta - \nu I;$ $0 = I_\gamma + \nu I$	–	$0 = U_\alpha - U_\beta$
	ДНКС		$0 = I_\delta - I_r;$ $0 = I_\gamma + I_r$	$\begin{array}{c\|ccccc} & 0 & \alpha & \beta & \gamma & \delta \\ \hline 0 & 1 & & & & \\ \alpha & & & & g & -g \\ \beta & & & & -g & g \\ \gamma & & & & & \\ \delta & & & & & \end{array}$	$0 = U_\alpha - U_\beta$
	ДНКН		$0 = I_\delta - I_\mu;$ $0 = I_\gamma + I_\mu$	–	$0 = \mu U_\alpha - \mu U_\beta - U_\gamma + U_\delta;$ $0 = -\mu U - U_\gamma + U_\delta;$ $0 = U + U_\alpha - U_\beta$
	ІТ	 $n = U_2/U_1 = -I_1/I_2$	$0 = I_\alpha - I_1;$ $0 = I_\beta + I_1;$ $0 = I_\gamma - I_2;$ $0 = I_\delta + I_2;$ $I_1 = -n\,I_2$	–	$0 = nU_\alpha - nU_\beta - U_\gamma + U_\delta;$ $0 = U_1 + U_\alpha - U_\beta;$ $0 = U_2 + U_\gamma - U_\delta;$ $U_2 = nU_1$

ламиструму чи напруги. При цьому α і δ – дзьоб, а β і γ – перо стрілок напруг і струмів. Такий спосіб стрілкування наведено в таблиці 1, в тому числі і для ІД, ІДС, ІДН та ІТ.

Виключаючи залежні вузлові напруги, інформація про які знаходиться у додаткових рядках до одиничної субматриці в (3), переходимо в координатний базис допоміжних змінних **U** [2]. Тобто

$$\mathbf{U}^{\mathrm{P}} = \mathbf{\Pi}_u \mathbf{U}, \tag{4}$$

де $\mathbf{\Pi}_u$ – редукована матриця перетворення вузлових напруг.

Беручи до уваги те, що в електронному колі відсутні зовнішні струми та враховуючи рівняння, які випливають із ЗСК (таблиця 1), ліву частину (1б) можна подати як

$$\begin{array}{|c|}\hline 1 \\ \hline \mathbf{0} \\ \hline \end{array} = \mathbf{\Pi}_i^0 \begin{array}{|c|}\hline 1 \\ \hline \mathbf{I}^{\mathrm{P}} \\ \hline \mathbf{I}^{\mathrm{H}} \\ \hline \end{array}, \tag{5}$$

де $\mathbf{I}^{\mathrm{H}}$ – вектор-стовбець вузлових струмів нерегулярних компонент; $\mathbf{\Pi}_i^0$ – матриця перетворення вузлових струмів, яка має таку структуру:

$\mathbf{\Pi}_i^0$=

	0		α	β	γ	δ	I_E	I	I_r	I_μ	I_2	
0												
α								-1			n	
β			1					1			-n	
γ							1	ν	1		-1	1
δ							-1	ν	-1		1	-1
							ІДН	ДСКС	ДНКС	ДНКН	ІТ	$S,\nu,r,\mu\to\infty$

(6)

Якщо із (6) виключити наявні там залежні величини (струми I_E, I, I_r, I_μ та I_2), то (5) набуває вигляду:

$$\begin{array}{|c|}\hline 1 \\ \hline \mathbf{0} \\ \hline \end{array} = \mathbf{\Pi}_i \begin{array}{|c|}\hline 1 \\ \hline \mathbf{I}^{\mathrm{P}} \\ \hline \end{array}. \tag{7}$$

При цьому (1б) з урахуванням (4) і (7) зводиться до такого рівняння:

$$\begin{array}{|c|}\hline 1 \\ \hline \mathbf{0} \\ \hline \end{array} = \mathbf{\Pi}_i \begin{array}{|c|c|}\hline 1 & \\ \hline \mathbf{V}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{P}} & \mathbf{V}_{\mathrm{п}}^{\mathrm{P}} \\ \hline \end{array} \mathbf{\Pi}_u \begin{array}{|c|}\hline 1 \\ \hline \mathbf{U} \\ \hline \end{array}, \tag{8а}$$

або у загальному вигляді

$$\begin{array}{|c|}\hline 1 \\ \hline \mathbf{0} \\ \hline \end{array} = \begin{array}{|c|c|}\hline 1 & \\ \hline \mathbf{V}_{\mathrm{a}} & \mathbf{V}_{\mathrm{п}} \\ \hline \end{array} * \begin{array}{|c|}\hline 1 \\ \hline \mathbf{U} \\ \hline \end{array}, \tag{8б}$$

де

$$\begin{array}{|c|c|}\hline 1 & \\ \hline \mathbf{V}_{\mathrm{a}} & \mathbf{V}_{\mathrm{п}} \\ \hline \end{array} = \mathbf{\Pi}_i \begin{array}{|c|c|}\hline 1 & \\ \hline \mathbf{V}_{\mathrm{a}}^{\mathrm{P}} & \mathbf{V}_{\mathrm{п}}^{\mathrm{P}} \\ \hline \end{array} \mathbf{\Pi}_u .$$

Одержані рівняння (8) описують ЛІЧ-електронні кола, в заступних схемах яких присутні довільні компоненти (регулярні та нерегулярні) і мають структуру аналогічну структурі рівнянь (1). Це дає можливість скористатися відомими процедурами аналізу для схем із регулярним компонентним складом.

В якості прикладу проаналізуємо роботу узагальненого перетворювача опору [3], зібраного на операційних підсилювачах (рис.1).

Враховуючи нумерацію вузлів цієї схеми (цифри у кружечках) і те що, ідеальний операційний підсилювач можна заступити ДНКН із нескінченно великим параметром керування (μ→∞), одержуємо відповідну математичну модель згідно з вищеописаною процедурою.

Оскільки вузол 6 – загальний, то матриця коефіцієнтів у (1б) матиме вигляд:

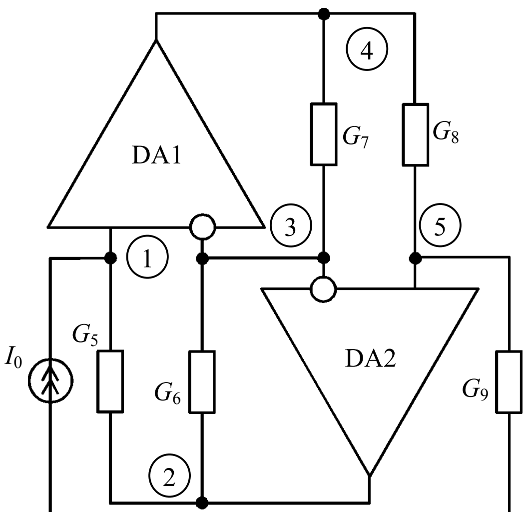


Рис.1. Схема електрична принципова узагальненого перетворювача опору.

1	
$\mathbf{V}_а^Р$	$\mathbf{V}_п^Р$

=

	0	1	2	3	4	5
0	1					
1	$-I_0$	G_5	$-G_5$			
2		$-G_5$	G_5+G_6	$-G_6$		
3			$-G_6$	G_6+G_7	$-G_7$	
4				$-G_7$	G_7+G_8	$-G_8$
5					$-G_8$	G_8+G_9

,

де G – провідності двополюсних компонентів схеми перетворювача опору (рис.1).

Відповідно матриці перетворення струмів (6) і напруг (3) будуть

$\mathbf{П}_i^0 =$

	0	1	2	3	4	5	$I\mu_1$	$I\mu_2$
0	1							
1		1						
2			1					1
3				1				
4					1		1	
5						1		

,

$\mathbf{П}_u^0 =$

	0	1	2	3	4	5
0	1					
1		1				
2			1			
3				1		
4					1	
5						1
μ_1		-1		1		
μ_2				1		-1

.

Після виключення залежних змінних ці матриці перетворення набувають вигляду

$\mathbf{П}_i =$

	0	1	2	3	4	5
0	1					
1		1				
3				1		
5						1

,

$\mathbf{П}_u =$

	0	1	2	4
0	1			
1		1		
2			1	
3		1		
4				1
5		1		

.

Тоді (8б), з урахуванням щойно одержаних матриць, отримаємо

1	
$\mathbf{V}_а$	$\mathbf{V}_п$

=

	0	1	2	4
0	1			
1	$-I_0$	G_5	$-G_5$	
3		G_6+G_7	$-G_6$	$-G_7$
5		G_8+G_9		$-G_8$

.

Розв'язком системи рівнянь (8) у даному випадку є вузлові напруги (U_1, U_2, U_4), що утворюють координатний базис допоміжних змінних. Решта вузлових напруг знаходяться згідно з (4), шляхом простого множення матриць. Поряд з цим, в залежності від умов задач аналізу, часто використовують тільки окремі проекції попередньо знайденого вектора вузлових напруг. Наприклад, вхідний опір відносно вузлів 1 і 6 (рис.1):

$$R_{inp} = \frac{U_1}{I_0} = \frac{1}{G_9}\frac{G_6 G_8}{G_5 G_7}.$$

У цілому варто зазначити, що запропонований алгоритм моделювання грунтується на матрицях перетворення струмів ($\mathbf{П}_i^0$) і напруг ($\mathbf{П}_u^0$), які оперують одиничними матрицями, а не матрицями інциденцій як при використанні топологічних методів [4]. Це значно спрощує процедуру формування цих матриць перетворення, а відповідно, і процедуру формування математичних моделей ЛІЧ-електронних кіл та їх подальшого аналізу, зокрема при визначенні напруг усіх вузлів заступних схем.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Величко Ю.Т.* Теоретичні основи радіотехнічних мереж. - Львів: Видавництво Львівського університету, 1966.
2. *Блажкевич Б.И.* Физические основы алгоритмов анализа электронных цепей. - Киев: Наукова думка, 1979.
3. *Влах И., Синхал К.* Машинные методы анализа и проектирования электронных схем. - М.: Радио и связь, 1988.
4. *Бучковський І.А., Рюхтін В.В.* Моделювання електронних мереж у вузловому координатному базисі // Науковий вісник ЧДУ. Вип.50: Фізика. - Чернівці: ЧДУ, 1999. - С.91-93.