

ЕФЕКТИВНА ТЕПЛОПРОВІДНІСТЬ ДВОШАРОВИХ СТРУКТУР У ФОТОТЕРМІЧНИХ ЯВИЩАХ

Запропоновано теоретичний метод знаходження ефективних теплових параметрів в шарових структурах у випадках, коли неоднорідне теплове поле у зразку виникає внаслідок конвертації світлової енергії в теплову (фототермічні явища). На прикладі теплопровідності показано, що ефективні теплові параметри у випадку об'ємного поглинання необхідно шукати сумісно з ефективними світловими параметрами. Окремо з'ясовано роль поверхневої теплопровідності границі поділу двох шарів (інтерфейсу) у формуванні ефективної теплопровідності. Зроблено висновок, що ефективні параметри не є однозначно вимірними величини, їх величини залежать від способу їх вимірювання та точки вимірювання.

We suggest a new theoretical approach to obtain effective thermal parameters of two-layer structures. It is supposed that nonequilibrium temperature in this structure arises due to the bulk light absorption (photothermal phenomena). We restrict ourselves by the calculation of the effective thermal conductivity. It is shown that the effective thermal parameters have to be obtained together with the effective optic parameters. The deposition of the interface in the forming of the effective thermal conductivity is discussed. It is concluded that the effective parameters are not one-valued values. They are depended on the manner of measurements and the point of these measurements.

Вступ

Упродовж останніх років зросло використання шаруватих матеріалів з напівпровідників, зокрема двошарових структур. Такі об'єкти – суттєво неоднорідні і тому для їх макроскопічного опису необхідно вводити ефективні параметри. Щодо теплофізичних явищ мова йде про ефективну теплопровідність і ефективну температуропровідність.

Серед експериментальних методів знаходження цих параметрів одними з найпоширеніших в останні роки є фотоакустичні методи [1,2]. Їх безперечна перевага перед іншими методами – в універсальності, не деструктивності і високоточності.

Основна ідея методу полягає у тому, що зразок поміщають у комірку, яка містить газ і чутливий мікрофон. Зразок опромінують модульованим лазерним випромінюванням, внаслідок чого у зразку генерується нестационарна температура, викликаючи модульовані потоки тепла. Температурні коливання поверхні зразка передаються газу в комірці. Відтак у комірці з'являються звукові коливання, які детектує мікрофон. Цей детектований сигнал (амплітуда і фаза) містить інформацію про теплопровідність, температуропровід-

ність, оптичні властивості зразка тощо.

Зазвичай використовують два різні способи теплового збудження газу в комірці: фронтально-поверхневий (закрита фотоакустична комірка) і задньо-поверхневий (відкрита фотоакустична комірка) [3,4]. На рис.1 схематично зображено ці два методи.

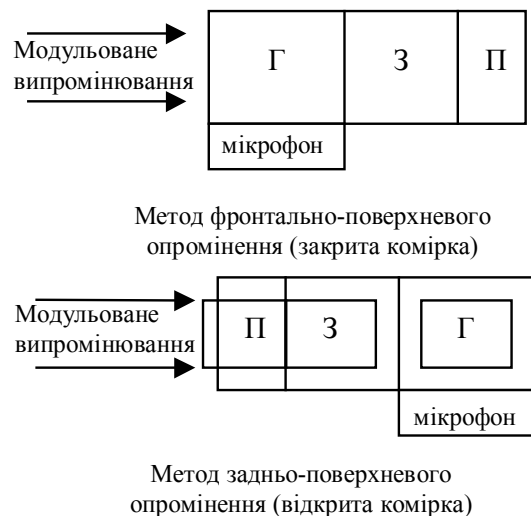


Рис.1. Схематичне зображення фототермічного експерименту: Г – газ, З – зразок, П – підложка.

Для теоретичного дослідження двошарову структуру дуже часто використовують як найпростішу модель багатошарових зразків. Основна проблема полягає в отриманні ефективних величин теплових параметрів двошарових зразків, які відображають властивості таких неоднорідних зразків як цілого, відповідно до вимірювань експерименту. Приміром, Томінага і Іто [5] використали модель Розенцвейга і Гершо [6] для двошарової системи при задньому детектуванні і досліджували поведінку фазового зсуву як функцію частоти модуляції. Інший підхід запропонував Мансанарес та ін. [7]. Вони, розглядаючи поширення тепла, використали аналогію між тепловим і електричним опорами. Нещодавно в роботі [8] Луціо та ін. узагальнили "аналогію опорів". Вони показали, що формули, які описують "аналогію теплового опору", правильні лише для випадку низьких модуляційних частот.

Незважаючи на низку результатів, про які було згадано у перерахованих вище працях, первісна концепція, з якої було отримано такі результати, не може бути загальною, бо аналогія між електричним і тепловим опорами не завжди адекватна експерименту. Так, в цій аналогії різниці потенціалів в електродинаміці зіставляють різницю температур у термодинаміці. У ряді випадків ця аналогія дійсно корисна, коли йдеться про виміри саме різниць цих величин. Разом з тим, в термодинаміці фізичний зміст має не тільки різниця температур, а й сама температура, бо вона вимірюється в абсолютній шкалі Кельвіна. Отже, по відношенню до самих значень температури і потенціалу електротеплова аналогія не має ніякого змісту.

Зважаючи на це, ми пропонуємо інший підхід до отримання ефективних теплопровідності і температуропровідності. Основна ідея полягає у тому, що справжній двошаровий зразок подумки замінюють ефективним геометрично таким самим, але однорідним. Крім того, висувається вимога, щоб крайові умови і детектований сигнал (температура) були однакові на одній з поверхонь зразків (фронтальній, чи задній), тобто там, де відбувається вимірювання фотоакустичним методом. Значення теплових параметрів ефективного зразка за означенням є ефективними параметрами двошарової структури.

Результати такого підходу для поверхневого поглинання світла описано у [9]. З цієї роботи випливає, що значення ефективних теплових параметрів у фотоакустичних експериментах визначені не однозначно, а залежать від способу їх вимірювання і точки вимірювання.

Дана робота ставить за мету формулювання загальних принципів знаходження ефективних теплових параметрів при об'ємному поглинанні світла.

У даному випадку задача принципово і технічно ускладнюється тим, що, як ми побачимо далі, одночасно з ефективними тепловими необхідно визначати й ефективні оптичні параметри.

Спираючись на [9] щодо пошуку ефективних параметрів будь-якої природи, ми пропонуємо в даній роботі ефективні оптичні параметри, такі як ефективні коефіцієнти заломлення та поглинання світла, знаходити шляхом процедури прирівнювання коефіцієнтів відбивання або проходження світла в реальному двошаровому та ефективному одношаровому середовищах. Отже, на відміну від [9], спектр ефективних значень теплопровідності і температуропровідності стає значно ширшим, більше того вони стають залежними від оптичних параметрів структури.

У даній праці ми беремо також до уваги теплопровідність інтерфейсу між шарами. Багато експериментальних [10-13] і теоретичних [14,15] праць вказують на її існування. Звідси зрозуміло, що ефективні теплові параметри також мають залежати від властивостей інтерфейсної поверхні.

Одночасний розгляд ефективних значень теплопровідності, температуропровідності і оптичних параметрів досить громіздкий. Тому в даній праці ми обмежуємося пошуком тільки ефективної теплопровідності, вважаючи, що зовнішнє випромінювання не модульоване. Попри це обмеження, ми переконані, що основну ідею методу можна цілком продемонструвати і на такому відносно простому прикладі. Крім того, ця задача безперечно має і самостійний інтерес.

Температурні розподіли у двошаровій структурі і ефективному одношаровому зразку

Нехай лазерне випромінювання, інтенсивність якого в вакуумі I_0 , нормально падає на поверхню $x=0$ (рис.2) першого зразка, який характеризується об'ємною теплопровідністю χ_1 , коефіцієнтом заломлення світла n_1 та коефіцієнтом поглинання світла β_1 . Відповідні параметри другого шару χ_2 , n_2 , β_2 . Ми припускаємо, що між шарами існує перехідний шар (інтерфейс), який для спрощення задачі є поверхневим і характеризується відповідною поверхневою теплопровідністю η . Аналогічно до праці [6], ми вважаємо, що енергія світлового випромінювання миттєво перетворюється у тепло в кожній точці зразка.

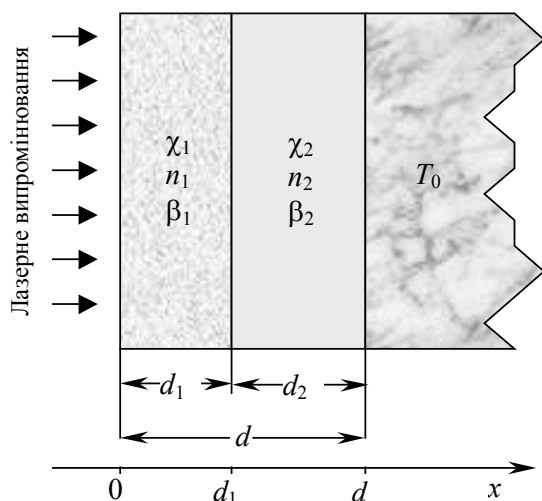


Рис.2. Реальна двошарова структура.

Крім того, для спрощення вважаємо, що кожен шар однорідний та ізотропний з одиничною площею поперечного перерізу у будь-якій координаті x . Фронтальна поверхня, за припущенням, адіабатично ізольована (умова максимального фототермічного ефекту при заданих збуренні і параметрах речовин), протилежна $x=d$, контактує з термостатом з температурою зовнішнього середовища T_0 (умова термостатування), бічні грані адіабатично ізольовані. Отже, задача одновимірною.

При невеликих інтенсивностях випромінювання температурні розподіли у двошаровій системі можна описати такими лінійними рівняннями термодифузії для кожного зразка:

$$-\chi_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} = Q_1(x), \quad (1a)$$

$$-\chi_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} = Q_2(x), \quad (1б)$$

де $Q_{1,2}(x)$ – відповідно інтенсивності теплових джерел у першому і другому шарах, $T_{1,2}(x,t)$ – їх температури.

Для знаходження $Q_{1,2}(x)$ необхідно прийняти до уваги складний процес проходження світла через двошарову структуру, враховуючи поглинання світла в кожному із середовищ і його відбивання на всіх поверхнях.

Точні аналітичні вирази для $Q_{1,2}(x)$ в рамках прийнятої моделі подано у додаткові (Д11). Для подальшого спрощення розрахунків, які переслідують лише мету ілюстрації принципової фізичної ідеї і не порушують загальної якісної картини, ми розглядатимемо випадок, коли інтенсивності

відбитих і інтерферуючих хвиль у шарах набагато менші за інтенсивності прямих хвиль, тобто, ми вважаємо, що коефіцієнти відбивання (Д6г), (Д6д):

$$|R_{1,2}| \ll 1. \quad (2)$$

Така ситуація можлива, наприклад, за малої різниці оптичних густин межуючих середовищ, тобто при $|n_1 - n_2| \ll n_1, n_2$ в першому шарі та $|n_2 - 1| \ll n_2$ у другому шарі. Вирази для цих коефіцієнтів подано у (Д6). У такому разі формули для інтенсивностей виділення тепла $Q_{1,2}(x)$ (Д11) спрощуються до таких:

$$Q_1(x) = \beta_1 n_1 I_0 |\alpha_1|^2 e^{-\beta_1 x}, \quad (3a)$$

$$Q_2(x) = \beta_2 n_2 I_0 |\alpha_1 \cdot \alpha_2|^2 e^{-\beta_2(x-d_1)}. \quad (3б)$$

Коефіцієнти $\alpha_{1,2}$, які мають зміст коефіцієнтів проходження світла, визначаються формулами (Д7а) і (Д7б).

Рівняння (1) треба доповнити крайовими умовами. Виходячи з постановки задачі, їх можна записати у такому вигляді:

$$\left. \frac{dT_1(x)}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad (4a)$$

$$-\chi_1 \left. \frac{dT_1(x)}{dx} \right|_{x=d_1} = \eta [T_1(x=d_1-0) - T_2(x=d_1+0)], \quad (4б)$$

$$\chi_1 \frac{dT_1(x)}{dx} = \chi_2 \frac{dT_2(x)}{dx}, \quad (4с)$$

$$T_2(x)|_{x=d} = T_0. \quad (4д)$$

Рівність (4а) задає адіабатичний контакт на поверхні $x=0$, (4б) – означення теплового потоку через поверхневий інтерфейс, (4с) – неперервність теплового потоку через інтерфейс (ми вважаємо, що в межах інтерфейсу відсутні локальні джерела тепла), (4д) – ізотермічний контакт на поверхні $x=d$.

Розв'язок рівнянь (1) з крайовими умовами (4) такий.

На інтервалі $0 \leq x < d_1$:

$$T_1(x) = T_2(d_1) + \frac{n_1}{\eta} |\alpha_1|^2 \left(1 - e^{-\beta_1 d_1} \right) + \frac{|\alpha_1|^2 I_0 n_1}{\chi_1 \beta_1} \left(\beta_1 (d_1 - x) + \left(e^{-\beta_1 d_1} - e^{-\beta_1 x} \right) \right), \quad (5a)$$

де $T_2(d_1)$ подається формулою (5б) при $x=d_1$.

На інтервалі $d_1 < x \leq d$:

$$T_2(x) = T_0 + \frac{|\alpha_1 \cdot \alpha_2|^2 I_0 n_2}{\chi_2 \beta_2} \times \left\{ \beta_2 (d-x) \left(1 + \frac{n_1}{n_2} \frac{1}{|\alpha_2|^2} (1 - e^{-\beta_1 d_1}) \right) + e^{-\beta_2 d_2} - e^{-\beta_2 (x-d_1)} \right\}. \quad (56)$$

З (5а) і (5б) бачимо, що кожна з температур залежить від оптичних параметрів обох шарів. Температура $T_1(x)$ визначається об'ємними теплопровідностями χ_1 і χ_2 , в той час як температура $T_2(x)$ - лише власною теплопровідністю χ_2 . Теплопровідність інтерфейсу η впливає лише на температурний розподіл першого шару.

Для того, щоб визначити ефективну теплопровідність такої двошарової структури, перш за все потрібно визначити, яким чином ми це робитимемо. Скористаємося загальним підходом, поданим в [9]. Коротко його суть зводиться до наступного. Будь-який прилад в фототермічних експериментах вимірює температуру лише на поверхні зразка. Сам зразок для нього є чорним ящиком. Отже, уявімо зараз деякий одношаровий зразок з теплопровідністю χ , коефіцієнтом поглинання світла β , що має таку саму геометричну форму як вищерозглянута двошарова система, і товщину $d = d_1 + d_2$ (рис.3).

Крайові умови для цього зразка повинні бути такими ж, як і на фронтальній і задній поверхнях двошарової структури, тобто:

$$\left. \frac{dT(x)}{dx} \right|_{x=0} = 0, \quad (6a)$$

$$T(x)|_{x=d} = T_0, \quad (6б)$$

де $T(x)$ – температура в одношаровому зразку, яка задовольняє термодифузійне рівняння:

$$-\chi \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = Q(x), \quad (7)$$

де $Q(x)$ – інтенсивність теплових джерел в одношаровому зразку, яку подано у (Д12). Оскільки ми розглядаємо випадок незначного відбивання, то формула (Д12) для $Q(x)$ істотно спрощується і набуває такого вигляду:

$$Q = \beta n I_0 |\alpha|^2 e^{-\beta x}, \quad (8)$$

де α – коефіцієнт проходження світла крізь фронтальну поверхню в одношаровому середовищі.

Розв'язуючи рівняння (7) з крайовими умовами

(6), легко отримати, що

$$T(x) = T_0 + \frac{I_0 n |\alpha|^2}{\chi \beta} (\beta (d-x) + e^{-\beta d} - e^{-\beta x}). \quad (9)$$

Параметри ефективного одношарового зразка, за нашим означенням, є ефективними параметрами двошарової структури за умови рівності вимірюваних фізичних величин для двошарової структури і для одношарового ефективного середовища.

Ефективні параметри: теплопровідність, показник заломлення та коефіцієнт поглинання світла

Виходячи з висновків попереднього розділу, процедура знаходження ефективних значень теплопровідності можлива різними способами. Один з них полягає у вимозі рівності значень температури на фронтальній поверхні для двошарової структури і одношарового зразка. Ефективне значення при цьому позначатимемо як χ_F . Інший – у вимозі рівності температур на задніх поверхнях двошарової і одношарової структур. У цьому випадку ефективне значення теплопровідності позначатимемо як χ_R . Отже, значення ефективних теплопровідностей залежатиме від способу їх отримання. Тому в загальному випадку ефективні теплопровідності χ_F і χ_R , взагалі кажучи, різні.

Отже, ефективне значення теплопровідності χ_F шукаємо з такого рівняння:

$$T_1(0) = T(0). \quad (10)$$

Оскільки на задню поверхню ми наклали ізо-термічну крайову умову, то для визначення ефективної теплопровідності χ_R температури для двошарової і одношарової структур прирівнюватимемо у точках, як завгодно близьких до задньої поверхні, тобто для визначення χ_R отримуємо таке рівняння:

$$T_2(d-\varepsilon) = T(d-\varepsilon), \quad (11)$$

де ε – як завгодно мала величина.

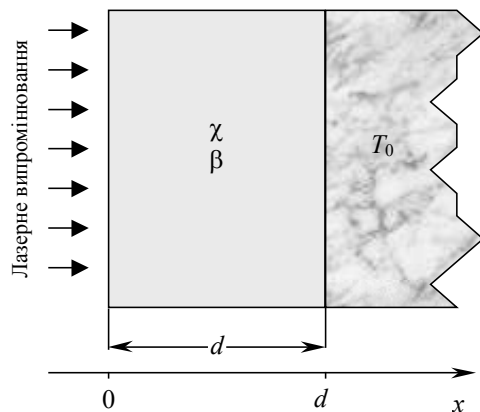


Рис.3. Ефективний двошаровий зразок.

Підставляючи у рівняння (10) вирази для температур $T_1(x)$ [(5а)] і $T(x)$ [(9)] і виражаючи χ , отримуємо такий вираз для χ_F :

$$\frac{1}{\chi_F} = \frac{|\alpha_1|^2}{|\alpha|^2} \left(\frac{n_1 \beta}{n} \left(\frac{1}{\eta} + \frac{d_2}{\chi_2} \right) \frac{1 - e^{-\beta d_1}}{\beta d - 1 + e^{-\beta d}} + \frac{1}{\chi_1} \frac{\beta n_1}{\beta_1 n} \frac{\beta_1 d_1 - 1 + e^{-\beta_1 d_1}}{\beta d - 1 + e^{-\beta d}} + \frac{|\alpha_2|^2}{\chi_2} \frac{\beta n_2}{\beta_2 n} \frac{\beta_2 d_2 - 1 + e^{-\beta_2 d_2}}{\beta d - 1 + e^{-\beta d}} \right). \quad (12)$$

Як видно з даної формули, ефективна теплопровідність χ_F залежить від теплових і оптичних параметрів обох шарів.

З формули (11) випливає, що значення ефективної теплопровідності, яке відповідає вимірюванням методом відкритої комірки, інше, а саме:

$$\frac{1}{\chi_R} = \frac{1}{\chi_2} \frac{|\alpha_1|^2}{|\alpha|^2} \left(\frac{n_2}{n} |\alpha_2|^2 \frac{1 - e^{-\beta_2 d_2}}{1 - e^{-\beta d}} + \frac{n_1}{n} \frac{1 - e^{-\beta_1 d_1}}{1 - e^{-\beta d}} \right). \quad (13)$$

У даному випадку ефективна теплопровідність також залежить від оптичних параметрів двох шарів, хоча і за другим законом. Щодо теплових параметрів, то вона включає в себе лише теплопровідність другого шару.

Виразів (12), (13) ще не досить для розв'язання проблеми, тому що не відомі співвідношення між ефективним показником заломлення й ефективним коефіцієнтом поглинання з відповідними параметрами реальної структури. Тому ми знову скористаємося загальним підходом щодо визначення ефективних параметрів будь-якої природи, який викладено в [9].

У відповідності з цим підходом будемо вимагати рівність коефіцієнтів відбивання світла від фронтальної поверхні реальної двошарової структури й ефективним одношаровим середовищем на поверхні $x=0$, тобто $R=R_F$ (див. додаток).

Звичайно, можливі й інші умови, наприклад, вимога рівності коефіцієнтів проходження світла. Насправді ситуацію треба пов'язувати з конкретним експериментом, тобто з тим, що і де вимірюємо. У даній статті ми обмежуємося лише вимірами коефіцієнтів відбивання.

Отже, користуючись виразами (Д6в) і (Д9б), отримуємо шукані рівняння для визначення ефективних значень показника заломлення і коефіцієн-

та поглинання світла n і β ,

$$R_0 = \frac{1 - n f}{1 + n f}. \quad (14)$$

Рівняння (14) – комплексне, трансцендентне рівняння. Відокремлюючи в ньому дійсні і уявні частини, ми отримуємо два рівняння для визначення ефективних значень n і β . Отже, вирази (12), (13) та (14) повністю розв'язують в загальному випадку задачу пошуку ефективної теплопровідності в умовах фототермічного експерименту.

Часткові випадки

В цьому розділі ми розглянемо деякі часткові випадки, щоб проілюструвати запропонований підхід пошуку ефективних параметрів на простих прикладах.

1. Усі фізичні та геометричні параметри шарів двошарової структури є однакові, інтерфейс має довільне значення поверхневої теплопровідності: $n_1=n_2=n_0$, $\beta_1=\beta_2=\beta_0$, $d_1=d_2=1/2d$, $\chi_1=\chi_2=\chi_0$. За таких обставин розв'язок рівняння (10) показує, що ефективний показник заломлення світла, як і ефективний коефіцієнт поглинання світла, такий самий як шарів системи. Такий результат очікується. Адже у такому разі двошарова структура з точки зору оптичних параметрів стає однорідною (нагадаємо, що ми робили припущення про відсутність теплових джерел всередині інтерфейсу). Щодо теплових параметрів, то, як випливає з рівняння (13),

$$\chi_R = \chi_0. \quad (15)$$

Як бачимо, у цьому випадку ефективна теплопровідність збігається з теплопровідністю окремого шару і не залежить від поверхневої теплопровідності інтерфейсу η і будь-яких оптичних параметрів системи.

Використовуючи вираз (14), легко отримати, що ефективна теплопровідність, виміряна зі сторони поверхні $x=0$, має інше значення, а саме:

$$\frac{1}{\chi_F} = \frac{1}{\chi_0} \left(1 + \frac{\beta_0 \chi_0}{\eta} \frac{1 - e^{-\frac{1}{2} \beta_0 d}}{\beta_0 d - 1 + e^{-\beta_0 d}} \right). \quad (16)$$

Як видно з даного виразу для ефективної теплопровідності χ_F , вона залежить від поверхневої теплопровідності інтерфейсу: чим більше значення поверхневої теплопровідності η , тим більше ефективне значення теплопровідності χ_F . Максимального свого значення ефективна теплопровідність χ_F набуває при нескінченному значенні поверхневої теплопровідності η і дорівнює теп-

лопровідності шару χ_0 . Дійсно, так і має бути, адже у такому разі зразок стає і в оптичному і у тепловому плані однорідним. Зауважимо, що в розглянутому випадку виникнення у системі неоднорідності (існування інтерфейсу зі скінченим значенням поверхневої теплопровідності) викликає вплив оптичних параметрів (коефіцієнта поглинання світла) на ефективне значення теплопровідності, вимірної з фронтального боку зразка. З (16) видно, що цей вплив максимальний при поглинанні світла в усьому об'ємі зразка ($\beta d \approx 1$, об'ємне поглинання) При поверхневому (сильному) поглинанні світла та слабкому поглинанні світла ефективна теплопровідність χ_F не залежить від оптичних параметрів шарів.

$$\frac{1}{\chi_F} = \frac{1}{\chi_0} \left(1 + \frac{\chi_0}{\eta d} \right). \quad (17)$$

Порівнюючи (15) та (17), можна сказати, що ефективні теплопровідності χ_F та χ_R збігаються при виконанні нерівності $\frac{\chi_0}{\eta d} \ll 1$. Цей критерій відомий [16], і визначає ізотермічний контакт двох середовищ.

Навпаки, при $\frac{\chi_0}{\eta d} \gg 1$ ефективне значення теплопровідності взагалі не залежить від об'ємної теплопровідності χ_F і визначається лише теплопровідністю інтерфейсу,

$$\chi_F = \eta d. \quad (18)$$

При $\eta \rightarrow 0$ ефективна теплопровідність також прямує до нуля і зразок стає ізолятором тепла з точки зору фронтальних вимірювань.

2. Сильне поверхнєве поглинання в першому шарі – $\beta_1 d_1 \gg 1$. У даному випадку розв'язок рівняння (14) для ефективних значень оптичних параметрів приводить до того, що ефективний коефіцієнт поглинання відповідає також умові поверхневого поглинання світла в ефективному середовищу, тобто $\beta d \gg 1$; а ефективне значення показника заломлення дорівнює показникові заломлення першого шару: $n = n_1$. Такий результат цілком природний, адже тоді все випромінювання двошарова структура поглинає на самій поверхні першого шару і тому другий шар не впливає на процес перетворення енергії світла в тепло.

Щодо теплових ефективних параметрів системи, то, як впливає з рівності (13), для χ_R отримуємо значення $\chi_R = \chi_2$, а для χ_F з рівності (12)

після деяких математичних перетворень матимемо таке значення:

$$\frac{1}{\chi_F} = \frac{1}{d} \left(\frac{1}{\eta} + \frac{d_2}{\chi_2} + \frac{d_1}{\chi_1} \right). \quad (19)$$

Дана формула збігається з наведеними у працях [17] і [18] (при $\eta \rightarrow \infty$), у яких розглянуто випадок поверхневого поглинання. Як видно з формули (19), вона переходить в отриману формулу (17), якщо усі параметри шарів системи стають однакові.

Висновки

1. У даній праці запропоновано загальний підхід до знаходження ефективної теплопровідності двошарової структури у фототермічних експериментах з урахуванням поверхневої теплопровідності інтерфейсу і об'ємного поглинання світлового випромінювання.
2. Знайдено загальні вирази для ефективної теплопровідності відповідно до сучасних експериментальних методик вимірювання ефективних параметрів.
3. Показано, що в загальному випадку об'ємного поглинання світлової енергії ефективна теплопровідність залежить як від теплових параметрів зразка, так і від ефективних значень оптичних параметрів двошарової структури.
4. Виведено замкнуті загальні рівняння для визначення ефективних значень теплових і оптичних параметрів двошарової структури.
5. Проаналізовано деякі часткові випадки, які наочно ілюструють застосування запропонованого підходу.
6. Розроблену нами теорію без принципів труднощів можна узагальнити на випадок залежних від часу збурень.

Додаток

Падаючу з вакууму нормально на зразок хвилю (рис.4) позначимо $0+$, відбиту – $0-$. Відповідно, у першому шарі хвилю, що поширюється направо – $1+$, наліво – $1-$; у другому шарі ці хвилі відповідають позначенням $2+$ і $2-$; на виході зі зразка у вакуум – $3+$. Припускаємо, що ця хвиля плоска, монохроматична, поширюється вздовж осі Ox і лінійно поляризована уздовж осі Oy . Магнітне поле даної хвилі напрямлене вздовж вісі Oz . Суттєво, що ми розглядаємо немагнітні середовища (магнітна проникність $\mu \approx 1$), тому індукція магнітного поля дорівнює його напруженості, $\vec{B} \approx \vec{H}$.

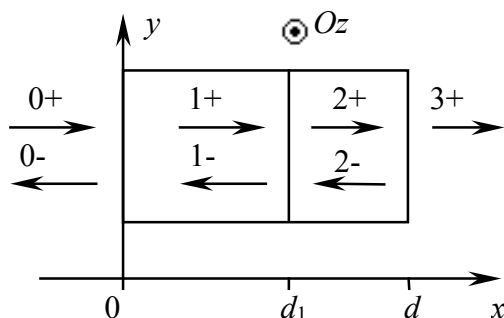


Рис.4. Схематичне зображення поширення електромагнітних хвиль у двошаровому зразку.

Ми обмежуємося випадком, коли має місце мале затухання, тобто, коли уявна частина діелектричної проникності набагато менша за її дійсну частину, або іншими словами, коли ефективна довжина затухання світла набагато більша за довжину хвилі. Тоді напруженості електричних полів кожної хвилі без осцилюючого множника $e^{i\omega t}$ можна записати так:

$$E_{y0+}(x) = E_0 e^{-ikx}, \quad (Д1а)$$

$$E_{y0-}(x) = R E_0 e^{ikx}, \quad (Д1б)$$

$$E_{y1+}(x) = E_1 e^{-\left(in_1 k + \frac{1}{2}\beta_1\right)x}, \quad (Д1в)$$

$$E_{y1-}(x) = R_1 E_1 e^{\left(in_1 k + \frac{1}{2}\beta_1\right)(x-d_1)}, \quad (Д1г)$$

$$E_{y2+}(x) = E_2 e^{-\left(in_2 k + \frac{1}{2}\beta_2\right)(x-d_1)}, \quad (Д1д)$$

$$E_{y2-}(x) = R_2 E_2 e^{\left(in_2 k + \frac{1}{2}\beta_2\right)(x-d)}, \quad (Д1е)$$

$$E_{y3+}(x) = E_3 e^{-ik(x-d)}, \quad (Д1є)$$

де E_0 – амплітуда коливань напруженості електричного поля падаючої електромагнітної хвилі у вакуумі; E_1 – амплітуда коливань напруженості електричного поля електромагнітної хвилі, яка поширюється у першому шарі у напрямковій осі Ox ; E_2 – амплітуда коливань напруженості електричного поля електромагнітної хвилі, яка поширюється у другому шарі у напрямковій осі Ox ; E_3 – амплітуда коливань напруженості електричного поля електромагнітної хвилі, яка поширюється за віссю Ox в області $x > d$; R – коефіцієнт відбивання від двошарової структури, відношення амплітуди коливань напруженості електричного поля електромагнітної хвилі, яка поширюється в області $x < 0$ проти вісі Ox , у точці $x=0$ до амплітуди коливань напруженості електричного поля падаючої електромагнітної хвилі у точці $x=0$; R_1 –

відношення амплітуди коливань напруженості електричного поля електромагнітної хвилі, яка поширюється в першому шарі проти вісі Ox , у точці $x=d_1$ до амплітуди коливань напруженості електричного поля електромагнітної хвилі, яка поширюється у першому шарі за віссю Ox ; R_2 – коефіцієнт відбивання хвилі від поверхні $x=d$, а саме: відношення амплітуди коливань напруженості електричного поля електромагнітної хвилі, яка поширюється в другому шарі проти осі Ox , у точці $x=d$ до амплітуди коливань напруженості електричного поля електромагнітної хвилі, яка поширюється у другому шарі за віссю Ox , у точці $x=d_1$; $n_{1,2}$ – відповідно показники заломлення першого і другого шарів; $\beta_{1,2}$ – коефіцієнти затухання першого і другого шарів відповідно; k – хвильове число у вакуумі, індекс y означає проекцію на Oy . Одну другу біля β вибираємо для зручності.

Тоді електричне поле у різних частинах простору задачі таке

$$E_{y0}(x) = E_{y0+}(x) + E_{y0-}(x), \quad x \leq 0, \quad (Д2а)$$

$$E_{y1}(x) = E_{y1+}(x) + E_{y1-}(x), \quad 0 \leq x \leq d_1, \quad (Д2б)$$

$$E_{y2}(x) = E_{y2+}(x) + E_{y2-}(x), \quad d_1 \leq x \leq d, \quad (Д2в)$$

$$E_{y3}(x) = E_{y3+}(x), \quad d \leq x. \quad (Д2г)$$

Крайові умови задачі стандартні [19], тобто зводяться до рівності тангенціальних компонент векторів електричного та магнітного полів:

$$E_{y0}(0) = E_{y1}(0), \quad (Д3а)$$

$$E_{y1}(d_1) = E_{y2}(d_1), \quad (Д3б)$$

$$E_{y2}(d) = E_{y3}(d), \quad (Д3в)$$

$$B_{z0}(0) = B_{z1}(0), \quad (Д3г)$$

$$B_{z1}(d_1) = B_{z2}(d_1), \quad (Д3д)$$

$$B_{z2}(d) = B_{z3}(d). \quad (Д3е)$$

Виходячи з рівняння Максвелла для лінійно-поляризованої хвилі [19]

$$-i\omega \vec{B} = \text{rot} \vec{E}, \quad (Д4)$$

і геометрії задачі (рис.4), легко перетворити крайові умови (Д3г)-(Д3е) у такі [20]:

$$\left. \frac{\partial E_{0y}(x)}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial E_{1y}(x)}{\partial x} \right|_{x=0}, \quad (Д5а)$$

$$\left. \frac{\partial E_{1y}(x)}{\partial x} \right|_{x=d_1} = \left. \frac{\partial E_{2y}(x)}{\partial x} \right|_{x=d_1}, \quad (Д5б)$$

$$\left. \frac{\partial E_{2y}(x)}{\partial x} \right|_{x=d} = \left. \frac{\partial E_{3y}(x)}{\partial x} \right|_{x=d}. \quad (Д5в)$$

Використовуючи умову малого затухання ($\beta \ll kn$) з написаних вище рівнянь у додатку, легко отримати, що

$$E_1 = \alpha_1 E_0, \quad (Д6а)$$

$$E_2 = \alpha_2 E_1, \quad (Д6б)$$

$$R = \frac{1 - n_1 f_1}{1 + n_1 f_1}, \quad (Д6в)$$

$$R_1 = \frac{n_1 - n_2 f_2}{n_1 + n_2 f_2} \exp\left(-\left(in_1 k + \frac{\beta_1}{2}\right)d_1\right), \quad (Д6г)$$

$$R_2 = \frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} \exp\left(-\left(in_2 k + \frac{\beta_2}{2}\right)d_2\right), \quad (Д6д)$$

$$\alpha_1 = \frac{2}{1 + n_1 + (1 - n_1) \frac{n_1 - n_2 f_2}{n_1 + n_2 f_2} e^{-(2in_1 k + \beta_1)d_1}}, \quad (Д7а)$$

$$\alpha_2 = \frac{2 \exp\left(-\left(in_1 k + \frac{\beta_1}{2}\right)d_1\right)}{1 + \frac{n_2}{n_1} + \left(1 - \frac{n_2}{n_1}\right) \frac{n_2 - 1}{n_2 + 1} e^{-(2in_2 k + \beta_2)d_2}} \quad (Д7б)$$

коефіцієнти проходження світла, відповідно, в першому і другому шарах;

$$f_1 = \frac{n_2 f_2 + n_1 \operatorname{th}\left(\left(in_1 k d_1 + \frac{\beta_1}{2}\right)d_1\right)}{n_1 + n_2 f_2 \operatorname{th}\left(\left(in_1 k d_1 + \frac{\beta_1}{2}\right)d_1\right)}, \quad (Д7в)$$

$$f_2 = \frac{1 + n_2 \operatorname{th}\left(\left(in_2 k + \frac{\beta_2}{2}\right)d_2\right)}{n_2 + \operatorname{th}\left(\left(in_2 k + \frac{\beta_2}{2}\right)d_2\right)}. \quad (Д7г)$$

Щодо одношарового ефективного зразка, напруженості електричних полів запишемо так:

$$E_{y0+}(x) = E_0 e^{-ikx}, \quad x \leq 0, \quad (Д8а)$$

$$E_{y0-}(x) = R_F E_0 e^{ikx}, \quad x \leq 0, \quad (Д8б)$$

$$E_{y+}(x) = E e^{-\left(ink + \frac{\beta}{2}\right)x}, \quad 0 \leq x \leq d, \quad (Д8в)$$

$$E_{y-}(x) = \tilde{R} E e^{\left(ink + \frac{\beta}{2}\right)(x-d)}, \quad 0 \leq x \leq d, \quad (Д8г)$$

$$E'_{y+}(x) = E' e^{-ik(x-d)}, \quad d \leq x, \quad (Д8д)$$

де E – амплітуда коливань напруженості електричного поля електромагнітної хвилі, яка поширюється в одношаровому зразкові у напрямку вісі Ox ; E' – амплітуда коливань електричного поля

електромагнітної хвилі, яка поширюється після проходження одношарового зразка у напрямку вісі Ox , R_F – коефіцієнт відбивання електромагнітної хвилі від одношарового зразка, відношення амплітуди коливань електричного поля відбитої від одношарового зразка електромагнітної хвилі у точці $x=0$ до амплітуди коливань електричного поля падаючої електромагнітної хвилі у точці $x=0$; \tilde{R} – коефіцієнт відбивання світла від поверхні $x=d$, відношення амплітуди коливань електричного поля електромагнітної хвилі, яка поширюється в одношаровому зразкові у напрямку вісі Ox , у точці $x=d$ до амплітуди коливань електричного поля падаючої електромагнітної хвилі у точці $x=0$; n – ефективний показник заломлення одношарового зразка; β – ефективний коефіцієнт затухання одношарового зразка.

Використовуючи підхід, викладений для реальної двошарової структури, одержимо такий результат для одношарової:

$$E = \alpha E_0, \quad (Д9а)$$

$$R_F = \frac{1 - nf}{1 + nf}, \quad (Д9б)$$

$$\tilde{R} = \frac{n - 1}{n + 1} \exp\left(-\left(ink + \frac{\beta}{2}\right)d\right), \quad (Д9в)$$

де α – коефіцієнт проходження електромагнітної хвилі крізь фронтальну поверхню одношарового зразка.

У формулах (Д9) коефіцієнти

$$\alpha = \frac{2(1 + n)}{(1 + n)^2 - (1 - n)^2 e^{-(2ink + \beta)d}}, \quad (Д10а)$$

$$f = \frac{1 + n \operatorname{th}\left(\left(ink + \frac{\beta}{2}\right)d\right)}{n + \operatorname{th}\left(\left(ink + \frac{\beta}{2}\right)d\right)}. \quad (Д10б)$$

Легко бачити, що у випадку напівскінченного одношарового зразка ($\beta d \gg 1$) $f \rightarrow 1$ і коефіцієнт проходження світла α збігається з відомими виразами [20], [21].

Знаючи всі параметри електромагнітної хвилі, яка проходить через двошарову структуру і ефективно середовище, легко отримати інтенсивності виділення тепла залежно від координати. Оскільки ми припустили, що енергія світла повністю перетворюється в тепло в кожній точці зразка, то інтенсивність теплових джерел буде дорівнювати дивергенції потоку енергії світлового потоку $\vec{q} = [\vec{E}, \vec{B}]$ (вектор Пойнтінга), взятого з оберненим

знаком. Використовуючи наведені нижче формули, отримаємо: густину об'ємних джерел тепла в першому шарі

$$Q_1(x) = \beta_1 n_1 |\alpha_1|^2 I_0 \left(e^{-\beta_1 x} + |R_2|^2 e^{-\beta_2(d-x)} + 2e^{-\frac{1}{2}\beta_1 d} \operatorname{Re}(R_1 e^{2im_1 kx}) \right), \quad (Д11а)$$

і густину теплових джерел у другому шарі

$$Q_2(x) = \beta_2 n_2 |\alpha_1 \cdot \alpha_2|^2 I_0 \left(e^{-\beta_2(x-d_1)} + |R_2|^2 e^{-\beta_2(d-x)} + 2e^{-\frac{1}{2}\beta_2 d} \operatorname{Re}(R_2 e^{2im_2 kx}) \right). \quad (Д11б)$$

Тут $I_0 = \frac{\varepsilon_0 E_0^2}{2} c$ – інтенсивність падаючого випромінювання, c – швидкість поширення світла у вакуумі.

У формулах (Д11) перший доданок у дужках є теплові джерела, що відповідають хвилі, що поширюється уздовж вісі Ox , другий – тим, що проти вісі Ox (відбита хвиля), третій – інтерференції цих двох хвиль.

Для одношарового зразка отримуємо такий результат:

$$Q(x) = \beta n |\alpha|^2 I_0 \left(e^{-\beta x} + |R|^2 e^{-\beta(d-x)} + 2e^{-\frac{1}{2}\beta d} \operatorname{Re}(R \cdot e^{2inkx}) \right). \quad (Д12)$$

Фізичний зміст доданків у (Д12) такий самий, як і у окремих шарах.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Vargas H., Miranda L.C.M. Photoacoustic and related photothermal techniques // Phys. Reports - 1988. - **61**, No.2. - P.43-45.
2. Mandelis A. Progress in Photothermal and Photoacoustic Science and Technology. - Prentice Hall: N.J., 1994. - P.10-35.
3. Adams M.J., Kirkbright G.F. Analytical Optoacoustic spectrometry. Part III. The Optoacoustic effect and thermal diffusivity // Analyst. - 1977. - **102**. - P.281-285.
4. Charpentier P., Lepoutre F., Bertrand L. Photoacoustic measurements of thermal diffusivity description of the "drum effect" // J. Appl. Phys. - 1982. - **53**, No.1. - P.608-611.
5. Tominaga T., Ito K. Theory of photoacoustic measurements of the thermal diffusivity of two-layer sam-

6. Rosencweig A., Gersho A. Theory of the photoacoustic effect with solids // J. Appl. Phys. - 1976. - **47**, No.1. - P.64-69.
7. Mansanares A.M., Bento A.C., Vargas H., Leite N.F. Photoacoustic measurement of the thermal properties of two-layer systems // Phys. Rev. - 1995. - **42**. - P.4477-4482.
8. Lucio J.L., Alvarado-Gil J.J., Zelaya-Angel O., Vargas H. On the thermal properties of two-Layer system // Phys. Stat. Sol. - 1995. - **150A**. - P.695-698.
9. Munoz Aguire N., Gonzalez de la Cruz G., Gurevich Yu.G., Logvinov G.N., Kasyanchuk M.N. Heat diffusion in two-layer structures: photoacoustic experiments // Phys. Stat. Solidi - 2000. - **220B**. - P.781-783.
10. Swartz E.T., Pohl R.O. Thermal boundary resistance // Rev. Mod. Phys. - 1989. - **61**. - P.605-609.
11. Stoner R.J., Morris M.J. Kapitza conductance and heat flow between solids at temperatures from 50 to 300 K // Phys. Rev. - 1993. - **48**. - P.16373-16379.
12. Lee S.M., Cahill D.G. Heat transport in thin dielectric films // J. Appl. Phys. - 1997. - **81**, No.6. - P.2590-2592.
13. Cahill D.G., Lee S.M., Selinder T.I. Thermal conductivity of $k\text{-Al}_2\text{O}_3$ and $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ wear resistant coatings // J. Appl. Phys. - 1998. - **83**, No.11. - P.5783-5787.
14. Басс Ф.Г., Гуревич Ю.Г. Нелинейная теория распространения электромагнитных волн в твердотельной плазме и на газообразном разряде // УФН. - 1971. - **14**, №2. - С.113-117.
15. Bartkowiak M., Mahan G.D. Heat and electricity transport through interfaces // Semiconductors and Semimetals - 2001. - **70**. - P.245-248.
16. Бочков В.С., Гредескуд Т.С., Гуревич Ю.Г. Равновесие фоонов в теории горячих электронов // ФТП. - 1985. - **19**. - С.185-189.
17. Gurevich Yu.G., Logvinov G.N. Effective thermal and thermoelectric parameters of two-layer systems at different ways of thermal fields forming // Journal of Thermoelectricity - 1998. - **2**. - P.8-11.
18. Бабин В.П., Гудкин Т.С., Дашевский З.М., и др. Анизотропные синтетические термоэлементы и их максимальные возможности // ФТП. - 1974. - **8**. - P.478-483.
19. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред // М.: Гос. Изд. Физ.-мат. литературы, 1959. - С.333-334.
20. Басс Ф.Г., Гуревич Ю.Г. Горячие электроны и сильные электромагнитные волны в плазме полупроводников и газового разряда. - М.: Наука, 1975. - С.45-46.
21. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. - М.: Наука, 1976. - С.410-411.