УДК 535.42

© 2002р. В.М. Рудейчук

Чернівецький національний університет ім. Ю.Федьковича, Чернівці

ОПТИЧНА ДІАГНОСТИКА РІЗНИХ СМУГ КАНТОРА ПО ДИФРАКЦІЙНІЙ КАРТИНІ В ЗОНІ ФРАУНГОФЕРА

Запропоновано метод виділення структурного фактора із загального кутового розподілу інтенсивності світла в зоні Фраунгофера при дифракції на різних смугах Кантора та визначення по його вигляду типу та рівня смуг Кантора.

The technique of structure factor evaluation for Fraunhofer diffraction on various Cantor bars and detection of these Cantor bars type and level is shown.

В останні десятиліття було встановлено, що форми багатьох природних і штучних об'єктів зберігаються при зміні масштабу. Мандельброт [1] назвав цю властивість самоподібністю і ввів термін "фрактал". Поняття "фрактали" полонило розум вчених, які працюють у різних галузях науки, і роботи, де фрактали досліджуються з самих різних позицій, з'являються тепер майже кожен день.

Широко використовуються поняття фрактальної геометрії і в оптиці. Про це, зокрема, свідчить поява в оптиці нової галузі, названої фрактальною оптикою [2,3], введення нового терміна "дифрактал" [4] для розподілу поля оптичного випромінювання, що продифрагувало на фрактальних об'єктах та багато інших фактів.

У вивченні дифракції концепція фракталів має важливе значення, по-перше, з точки зору дослідження впливу фрактальних об'єктів на хвилі при взаємодії, оскільки багато природних структур мають фрактальні властивості, а по-друге, тому що дифракція (розсіяння) на фрактальних об'єктах створює нові типи хвильових полів (дифрактали), що можуть мати широке застосування в інженерній оптиці.

Ми розглянемо дифракцію Фраунгофера на смугах Кантора. Цей предмет має не тільки великий науковий інтерес, але й практичну користь в інтерпретації актуальних дифракційних проблем та їх застосуванні.

Кутовий розподіл амплітуди поля світла в зоні Фраунгофера при дифракції плоскої хвилі на системі однакових щілин описується виразом

$$E(\theta) = E(0)F(\theta)S(\theta), \tag{1}$$

де θ – кут дифракції, $E(0)$ – амплітуда на оптичній осі, $F(\theta)$ – форм-фактор, який описує дифракцію на мінімальному структурному елементі, $S(\theta)$ – структурний фактор, що описує взаємну інтерференцію складових випромінювання від всіх елементарних елементів, тобто характеризує взаємне розміщення елементарних щілин.

Загальний вираз для структурного фактора при дифракції на тріадних смугах Кантора (TCB) n-го покоління запишеться у вигляді

$$S^{TCB}(\theta) = 2^n \prod_{i=0}^{n-1} \cos(2 \cdot 3^i u_n), \tag{2}$$

а при дифракції на пентадних смугах Кантора (QCB) n-го покоління – у вигляді

$$S^{QCB}(\theta) = \prod_{i=0}^{n-1} [1 + 2\cos(4 \cdot 5^i u_n)], \tag{3}$$

де $u_n=(ka_n/2)\sin\theta=(\pi a_n/\lambda)\sin\theta$, a_n – ширина елементарної щілини, λ – довжина хвилі світла.

Аналіз утворення дифракційної картини на інших смугах Кантора засвідчує, що структурний фактор для смуг із розмірністю $D=\ln m/\ln M$ при довільних m і M (m показує, в скільки разів збільшується кількість елементарних щілин при збільшенні рівня n, а M – у скільки разів зменшується при цьому їх розмір) задається загальним виразом

$$S_n^{\ln m/\ln M}(u) = 2^n \prod_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{K} \cos[(M - 1 - 4 \cdot j) M^i u_n],$$

де

$$K = \begin{cases} (m-2)/2, & m \text{ парне} \\ (m-1)/2, & m \text{ непарне}. \end{cases}$$

Розподіл інтенсивності світла, дифрагованого на смугах Кантора, запишеться у вигляді

$$I(u) = I(0)F^2(u)[S_n^{\ln m/\ln M}(u)]^2. \tag{5}$$

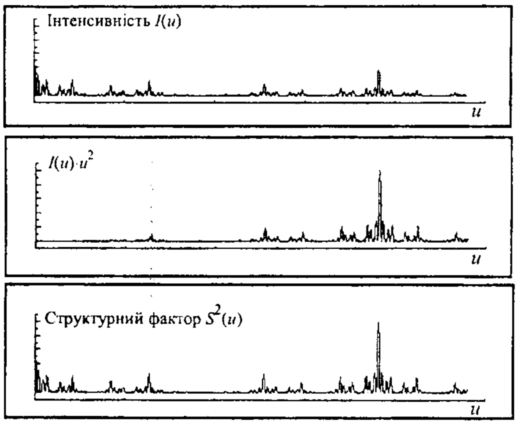

Рис.1. Виділення структурного фактора для тріадних смуг Кантора з рівнем n=5.

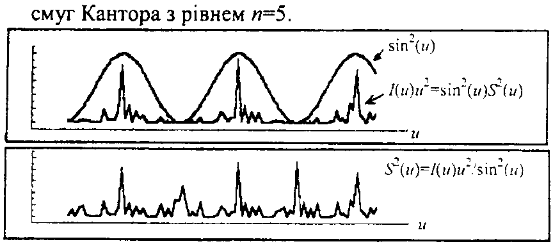

Рис.2. Визначення структурного фактора з кутового розподілу інтенсивності дифрагованого світла.

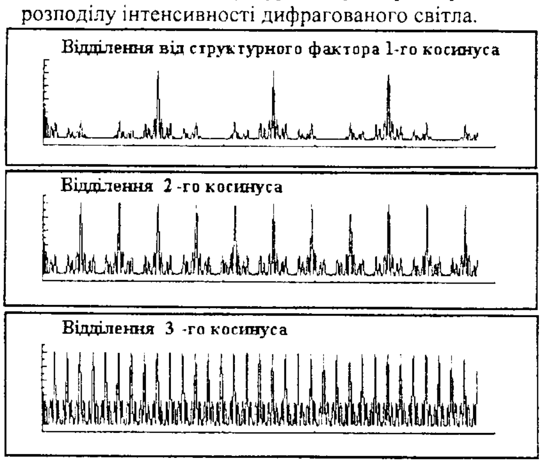

Рис.3. Відділення косинусів у дифракційній картині на тріадних смугах Кантора n=5.

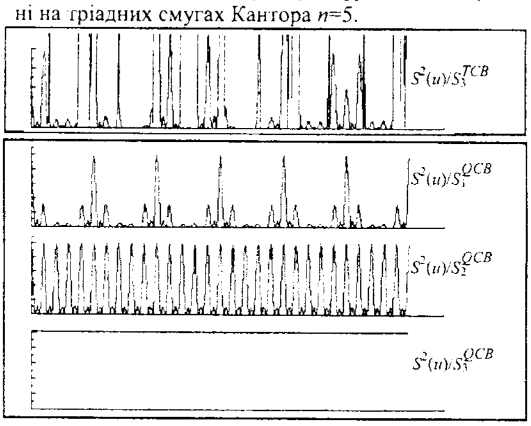

Рис.4. Відділення косинусів у дифракційній картині на пентадних смугах Кантора n=3.

Структурний фактор однозначно визначається типом смуг Кантора і їх рівнем, тому для діагностики смуг Кантора по дифракційній картині достатньо визначити структурний фактор, тобто виділити його з кутового розподілу інтенсивності дифрагованого світла. На рис.1 та рис.2 показано результат виділення структурного фактора для тріадних смуг Кантора з рівнем n=5. Спочатку ми нормований кутовий розподіл інтенсивності множимо на u^2, а потім отриману залежність ділимо на $\sin(u_n)$. Період цього синусу визначаємо з аналізу періодичності добутку $I(u)$ на u^2 (рис.2).

Після того, як ми отримали структурний фактор, починаємо ділити його на квадрат добутку косинусів згідно з (2) для різних n=1,2,3... На рис.3 видно, що при збільшенні n проходить зменшення в три рази періоду отриманої залежності. Коли n досягне рівня досліджуваних смуг Кантора, ми повинні отримати горизонтальну лінію. Ці характерні ознаки можна використати для діагностики невідомих смуг Кантора, оскільки зменшення періоду втроє буде спостерігатись тільки для тріадних смуг Кантора. Якщо ми будемо аналізувати дифракційну картину на пентадних смугах Кантора з допомогою (2), то не отримаємо характерного зменшення періоду, що зображено на верхній частині рис.4, а при застосуванні (3) одержимо характерне для пентадних смуг Кантора зменшення періоду в п'ять разів та горизонтальну лінію на останньому етапі (нижніх три графіки на рис.4).

В роботі запропоновано новий підхід до аналізу дифракційного розподілу, який широко використовується при описанні процесу розсіяння світла на частинках – розклад інтенсивності на форм-фактор і структурний фактор. Виділення останнього із загального розподілу та його аналіз дозволяє визначити тип та порядок фракталу, на якому відбулась дифракція. Приведені в статті аналітичні залежності для розподілу інтенсивності світла, дифрагованого на різних смугах Кантора, можуть бути використані для суттєвого прискорення комп'ютерного підрахунку результату дифракції Фраунгофера.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Mandelbrot B. B.* The Fractal Geometry of Nature. – New York: Freeman, 1982.
2. *Uozumi J., Asakura T.* Fractal Optics / Current Trends in Optics / ed. J.C. Dainty. - London, 1994. - P.83-93.
3. *Uozumi J., Asakura T.* Optical Fractals / Optical Storage and Retrieval – Memory, Neural Networks, and Fractals / ed. F.T.S. Yu, S. Jutamulia. - New York, 1996. - P.283-320.
4. *Berry M.V.* Diffractals // J. Phys.A.: Math. Gen. - 1979. - **12**. - P.781-797.