

## ДОСЛІДЖЕННЯ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЕЛЕМЕНТІВ МЕМРИСТИВНОГО ТИПУ

Описано програму, розроблену для знаходження характеристик та параметрів динамічних об'єктів. Наведено приклад використання цієї програми стосовно дослідження властивостей термістора, зокрема його фазочастотних характеристик.

The software is represented for determination of the characteristics and parameters of dynamic objects. The use of such software is demonstrated for example of the study of properties of thermistor, including its phase-frequency characteristics.

Останнім часом при моделюванні об'єктів різної фізичної природи ефективно використовують мемристор [1]. Нагадаємо, що мемристор впроваджено у теорію кіл як четвертий базовий елемент [2], мемристанс якого подібно до опору, ємності та індуктивності відображає специфічний зв'язок між струмом і напругою. Загалом мемристор, як динамічний елемент на рівні "чорної скриньки", описується системою рівнянь [3]

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, v, t), \\ y = g(\mathbf{x}, v, t) \cdot v, \end{cases} \quad (1)$$

де  $v$  та  $y$  – вхідний та вихідний сигнали, а  $\mathbf{x}$  – вектор змінних стану,  $\mathbf{f}$  – векторна і  $g$  – скалярна неперервні функції. Розв'язок системи (1) шукають для певного початкового значення вектора змінних стану  $\mathbf{x}_0$ .

При дослідженні двополюсних стаціонарних елементів електричного кола (1) набуває вигляду

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, i), \\ v = R(\mathbf{x}, i) \cdot i, \end{cases} \quad (2)$$

якщо двополюсник керований струмом  $i(t)$ , а  $u(t)$  – напруга на його затискачах.

Вольтамперні характеристики (ВАХ) таких двополюсників мають петлеподібний вигляд і проходять через початок координат. При цьому миттєва потужність  $p(t) = u(t) \cdot i(t)$  – додатна величина. Згідно з [4], такі двополюсники не споживають і не генерують реактивної потужності. З іншого боку [5], двополюсники з петлеподібними ВАХ характеризуються не нульовими реактивними потужностями, тобто певними фазовими зсувами

між напругою та струмом.

Мета даної роботи полягає в поглибленому дослідженні властивостей елементів мемристового типу, зокрема в уточненні фазових співвідношень між спектральними складовими їх струмів і напруг та впливу цих співвідношень на енергетичні характеристики досліджуваного елемента.

При подальших дослідженнях, як робочий інструмент, використано програму "Memristor", створену для дослідження динамічних систем. Використання бібліотеки візуальних компонентів мови *Borland Delphi 4.0* спростило розробку програми та надало зручного інтерфейса користувачу.

Диференційні рівняння, що входять у математичну модель (1), можуть бути системами лінійних однорідних і неоднорідних лінійних рівнянь. Порядок систем довільний і обмежується лише розміром доступної пам'яті *Windows*. Інтегрування проводиться методом Рунге–Кутта четвертого порядку, з автоматичним вибором кроку, що забезпечує необхідну точність [6].

Починаючи дослідження системи, слід у текстовому редакторі записати три функції. Перша задає вигляд сигналу на вході системи  $v(t)$ . Друга визначає праві частини диференційних рівнянь  $\mathbf{f}(\mathbf{x}, v, t)$ . Третя задає функцію передавання системи  $g(\mathbf{x}, v, t)$ . Запис програмного коду використовує синтаксис об'єктно-орієнтованої мови програмування *Object Pascal*. При цьому можна вживати стандартні математичні функції і процедури мови та створювати нові. Для підвищення швидкості розрахунків застосовано оптимізуючий компілятор *Delphi*, який створює стандартну бібліотеку з вищевказаними функціями, яка динамічно завантажується.

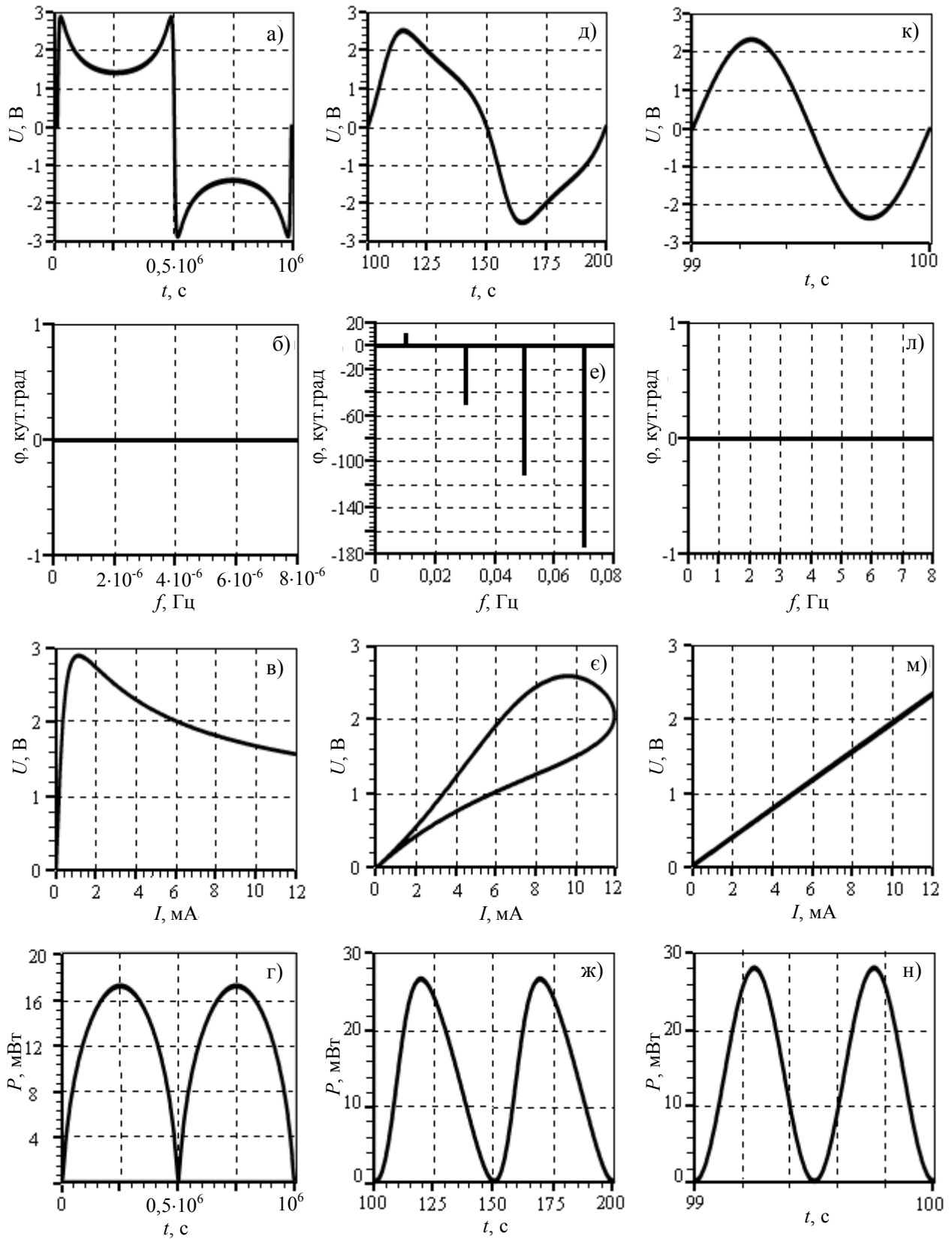


Рис.1. Осцилограма напруги (а), її фазовий спектр (б), вольтамперна характеристика (в) та осцилограма миттєвої потужності (г) термістора на низьких частотах і відповідно (д, е, ж) та (к, л, м, н) на середніх і високих частотах.

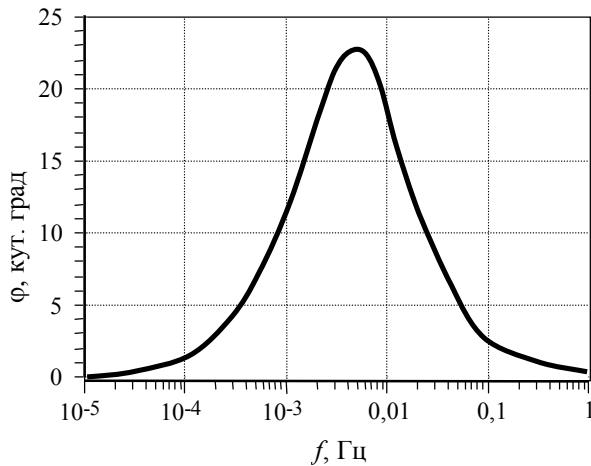


Рис. 2. Фазочастотна характеристика першої гармоніки напруги термістора.

Крім цього необхідно подати порядок системи, початкові умови, частоту дискретизації, кількість досліджуваних точок, необхідну точність розрахунків. При потребі можна задати крок інтегрування.

Результати розв'язку системи (1) дають можливість спостерігати й аналізувати осцилограми змінних стану та тримірну проекцію атрактора системи, вхідний та вихідний сигнали, фігури Лісажу, статичний та динамічний опори, осцилограму миттєвої потужності, діаграми амплітудного та фазового спектрів. Програма передбачає збереження результатів у форматі текстових чи бінарних файлів як рисунків (*bmp, wmf, emf, jpeg*), або як електронних таблиць *Excel*.

В якості об'єкта дослідження було вибрано термістор з від'ємним температурним коефіцієнтом, для якого (2) набуває вигляду

$$\begin{cases} \frac{dT}{dt} = -\frac{\delta}{C}(T - T_0) + \frac{R_0(T_0)}{C} \exp\left[\beta\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right] \cdot i^2 \\ u = R_0(T_0) \exp\left[\beta\left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}\right)\right] \cdot i. \end{cases} \quad (3)$$

Тут  $T$  і  $T_0$  – абсолютні температури тіла термістора і оточуючого середовища,  $R_0(T_0)$  – "холодний опір" термістора при  $T=T_0$ ,  $C$  – теплоємність,  $\delta$  і  $\beta$  – константи, що не залежать від температури. Із (3) випливає, що термістор це стаціонарний мемристивний двополосник першого порядку, керований струмом  $i(t)$ , де напруга  $u(t)$  є функцією струму.

Подальші розрахунки проводилися при  $T_0 = 298$  К,  $\delta = 10^{-4}$  Вт/К,  $C = 5 \cdot 10^{-3}$  Дж/К  $\beta = 3460$  К,  $R_0 = 8$  кОм,  $i(t) = 0,012 \cdot \sin(2\pi 0,01t)$  А. Типові ВАХ

такого термістора зображено на рис.1в,є,м тільки у першому квадранті, оскільки вони симетричні відносно початку координат. При частотах вхідного сигналу (струму)  $f \approx 10^{-1} \div 10^{-5}$  Гц ВАХ приймає петлеподібний вигляд (рис.1є). Якщо частота збудження прямує до безмежності, то ВАХ вироджується у пряму (рис.1м), як у лінійного стаціонарного резистора. Типова статична ВАХ термістора отримується в режимі постійних або повільно змінних вхідних сигналів (рис.1в).

Крім цього із фазочастотних характеристик (рис.1б,є,л) видно, що на частотах, де ВАХ має петлеподібний вигляд, фазовий зсув першої гармоніки напруги відносно струму – не нульова величина (рис.1е). Для різних частот вхідного сигналу ця величина змінюється. Дослідження показали, що фазочастотна характеристика першої гармоніки напруги приймає тільки додатні значення (тобто напруга випереджує струм) і має одногорбий характер (рис.2).

Із аналізу одержаних результатів випливає, що термістор хоча і не повертає енергію в бік джерела ( $P(t) > 0$ ), але характеризується фазовим зсувом між струмом і першою гармонікою напруги (рис.1е, рис.2). Останній результат і є причиною того, що термістор, а загалом і мемристор, слід характеризувати реактивною потужністю і напевно що її поява зумовлена петлеподібним видом ВАХ елементів мемристивного типу.

Мемристор – це динамічний елемент з вольт-амперною характеристикою, що проходить через початок координат. При певних частотах ці характеристики приймають петлеподібну форму, а між гармоніками напруги і струму виникають фазові зсуви.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Valtonen M.* Microwave circuit simulation using higher – Order dynamic elements. - 1994, October. - СТ - 20. P.1-34. <http://www.aplac.hut.fi/publications/ct-20//ct-20.pdf>
2. *Chua Leon O.* Memristor the missing circuit element // IEEE Transaction on circuit theory. - 1971.- **18**, №5. - P.507-519.
3. *Директор С., Рорер Р.* Введение в теорию систем. - М.: Мир, 1974.
4. *Жежеленко И.В., Саенко Ю.А.* Реактивная мощность в задачах электроэнергетики // Электричество. - 1997. - №2. - С.7-12.
5. *Савиновский Н.А.* К интегральному понятию "реактивная мощность" // Изв. Вузов. Энергетика. - 1981. - №7. - С.97-101.
6. *Александрова М.Г., Белянин А.Н., Брюхнер В.* и др. Расчет электрических цепей и электромагнитных полей на ЭВМ / Под ред. Л.В.Данилова и Е.С. Филипова. - М.: Радио и связь, 1983.