

ПОЛЯРИЗАЦІЙНА ФРАКТАЛОМЕТРІЯ ЗОБРАЖЕНЬ БІОТКАНИН

Стаття присвячена дослідженню поляризаційних статистичних параметрів зображень біологічних тканин з різною морфологічною побудовою. Робота складається з трьох частин: перша частина містить результати поляризаційного мапування і аналізу статистики 1-4 порядків розподілу азимутів і еліптичностей поляризації. Друга частина спрямована на вивчення статистики 1-4 порядків комплексного ступеня взаємної поляризації зображень біотканин. В третій частині обговорюються діагностичні можливості дослідження комплексного ступеня взаємної поляризації для патологічно і дегенеративно-дистрофічно змінених тканин.

The article is devoted to investigation of the statistical polarization parameters of biological tissues images with different morphological structure. The paper consists of three parts: first part outlines the results of polarization coordinate mapping and analysis of the statistics of first-fours orders of biological tissues polarization azimuth and ellipticities. The second part is directed to study of statistics 1-4 order of coordinate distributions of the complex degree of mutual polarization (CDMP) of biological tissues images. In the third part of the paper the diagnostically possibilities of investigation 2D distributions of CDMP of images which correspond to physiologically normal and degeneratively-dystrophically changed biological tissues being analyzed.

1. Комплексний ступінь взаємної поляризації (КСВП)

Так склалося історично, що обговорення змін просторових коливань електричних полів проводиться мовою властивості когерентності останніх. Концепція "міри когерентності" між двома коливаннями світла визначається через визначення їх спроможності давати інтерференційну картину, а отже, асоціюється із відністю інтерференційної структури. Ця величина – прямий вимір суми кореляцій між паралельними компонентами електричних полів у двох точках.

Інший тип кореляційного опису електричних полів – це ступінь поляризації, що в свою чергу визначається як величина максимальної кореляції між ортогональними компонентами електричного вектора в одній точці. Експериментально поляризаційні властивості світла досліджуються через вимірювання інтенсивності випромінювання, яке проходить різноманітні оптичні елементи. Мається на увазі, що квадратична функція електромагнітних полів зазвичай розглядається як усереднена по часу. Поляризаційні властивості світла у певній точці простору повністю описуються поляризаційним тензором (також відомим як матриця когерентності). Цей формалізм є цілком вичерпним для опису ситуацій в яких не має змін польових характеристик від точки до точки.

Тим не менш оптичні поля виявляють просторові зміни як когерентності, так і поляризаційних властивостей. Було зроблено декілька спроб визначення характеру поведінки таких змін. Пряме узагальнення матриці когерентності було здійснено Горі. Отримана матриця названа матрицею променевої поляризаційної когерентності (МППК) (*beam coherence polarization matrix*), яка визначається так:

$$J(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = \begin{bmatrix} \langle E_p^*(\vec{r}_1, t) E_p(\vec{r}_2, t + \tau) \rangle & \langle E_p^*(\vec{r}_1, t) E_s(\vec{r}_2, t + \tau) \rangle \\ \langle E_s^*(\vec{r}_1, t) E_p(\vec{r}_2, t + \tau) \rangle & \langle E_s^*(\vec{r}_1, t) E_s(\vec{r}_2, t + \tau) \rangle \end{bmatrix} \quad (1)$$

Величини p та s позначають компоненти електричного поля, які паралельні і перпендикулярні до напрямку розповсюдження променя. Зазначимо, що – це специфічний випадок кореляційної матриці, в якій компоненти електричного поля вздовж напрямку поширення незначні. Розклад електричного поля на паралельні і перпендикулярні компоненти залежить від системи координат, в якій напрямки основних векторів незалежні. Це не випадково. Для прикладу можна навести полярну систему координат. Коли елементи МППК визначаються у термінах взаємно паралельних і перпендикулярних компонент, кожен елемент прямо залежить від визначеної відності

інтерференційної структури, що одержується внаслідок випромінювання від двох точок, яке пройшло крізь оптичні елементи так, як описується нижче. Індивідуальні елементи не мають строго визначеної необхідності фізичного розуміння, так як індекси використовуються для представлення компонент відносно позиційно залежних основних векторів.

Нещодавно Вольф розвинув уніфіковану теорію когерентності та поляризації променів для представлення взаємозв'язку поширення відповідних компонент вздовж променя. Через аналіз взаємозв'язку між поляризацією і когерентністю, можна визначити зміни у стані поляризації частково когерентних електромагнітних променів. Ступінь поляризації в кожній точці може бути визначений із розповсюдження кроспектрального тензора густини. Відмітимо, що ступінь поляризації також може бути визначений із допомогою МППК, або вище вказаного тензора, який може залежати як від просторово-часового, так і від просторово-частотного опису.

Для глобальної характеристики матриці когерентності Терво бела введена нова величина

$$\gamma^2(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = \text{tr} | J(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) J(\vec{r}_1, \vec{r}_2, -\tau) | / \langle I(\vec{r}_1, \tau) I(\vec{r}_2, \tau) \rangle,$$

яка названа ступенем когерентності. Як значення загальної кореляції між двома точками електричного поля нова величина $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ є сумішшю інтерференційної видності і поляризаційно подібної інформації. Для ілюстрації цього слід розглянути два випадки. Перше, ми припускаємо – поле всюди лінійно поляризоване:

$$\vec{E}(\vec{r}_1, t) = \exp(-i\omega t)\hat{x}, \quad \vec{E}(\vec{r}_2, t) = \exp(-i\omega t)\hat{y}.$$

Тут немає інтерференційних видних поліс, адже перпендикулярні компоненти не можуть інтерферувати. Тому спостерігається чудова кореляція між електричними компонентами поля і $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = 1$. Тепер припустимо, що поле є просторово-когерентним, але неполяризованим у всіх точках простору. В цьому випадку видність інтерференційних поліс дорівнює 1, але $\gamma(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = 1/\sqrt{2}$. Зрозуміло, що запропонований ступінь когерентності є суміш поляриметричної інформації та інформації про видність.

Узагальнений ступінь поляризації був введений Мовілою. Він враховує просторові зміни стану поляризації вздовж променя. Хоча ця величина кількісно характеризує подібність станів поляризації вздовж променя, було би також корисно мати повніший параметр, який може визначати

подібність між станами поляризації в двох довільних точках. У цьому розумінні вводиться двоточкова величина, яка отримується із прямого узагальнення ступеня когерентності. Це повинен бути інваріант щодо системи координат, у відповідності із класичним визначенням ступеня поляризації (коли $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$), що описує подібність між станами поляризації двох точок. Слідуючи розкладу матриці когерентності для $\tau=0$, на основі базису сформованого спіновими матрицями Паулі й одиничними матрицями

$$J(\vec{r}_1, \vec{r}_2, 0) = \rho_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + \rho_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + \rho_2 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + \rho_3 \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

розкладаємо матрицю когерентності (2) на основі вище наведеного базису. Матриця кореляції для двоточкового електричного поля матиме вигляд:

$$J(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = v_0 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + v_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} + v_2 \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} + v_3 \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$v_1 = \frac{J_{11}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) - J_{22}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)}{2},$$

$$v_2 = \frac{J_{12}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) - J_{21}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)}{2}, \quad (4)$$

$$v_3 = \frac{J_{12}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) - J_{21}(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)}{2}.$$

де J_{mn} – елементи поляризаційної матриці променевої когерентності, ρ_i величини отримані із вимірів інтенсивності, v_i – отримані із вимірів видності. Коли $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$, v_i у (4) перетворюється в ρ_i у виразі (2), що є еквівалентними стандартним елементам вектора Стокса.

В традиційній теорії поляризації точка у просторі, ступінь поляризації визначається в термінах вимірюваних інтенсивностей

$$P^2 = \frac{\rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2}{\rho_0^2} = 4 \frac{\rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_3^2}{I^2}, \quad 0 \leq P \leq 1. \quad (5)$$

Продовжуючи аналогію, що була почата із виразу (4), визначимо комплексний ступінь взаємної кореляції (КСВП) між світловими флуктуаціями в \vec{r}_1 та \vec{r}_2 :

$$V^2(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau) = 4 \frac{v_1^2 + v_2^2 + v_3^2}{I(\vec{r}_1, t) I(\vec{r}_2, t + \tau)}. \quad (6)$$

Таблиця 1.

$\vec{E}(\vec{r}_1) \exp[-i\phi(t)]$	$\vec{E}(\vec{r}_2) \exp\{-i[\beta + \phi(t)]\}$	$J(\vec{r}_1, \vec{r}_2) \exp(-i\beta)$	$ V^2(\vec{r}_1, \vec{r}_2) $
$E_{x1}\hat{x}$	$E_{x2}\hat{x}$	$\begin{bmatrix} E_{x1}E_{x2} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	1
$E_{x1}\hat{x}$	$E_{x2}\hat{x} + E_{y2}\hat{y}$	$\begin{bmatrix} E_{x1}E_{x2} & E_{x1}E_{y2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\frac{E_{x2}^2}{E_{x2}^2 + E_{y2}^2}$
$E_{x1}\hat{x}$	$E_{x2}\hat{x} + iE_{y2}\hat{y}$	$\begin{bmatrix} E_{x1}E_{x2} & iE_{x1}E_{y2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	0,5
$E_{x1}\hat{x} + E_{y1} \exp(i\alpha)\hat{y}$	$E_{y1}\hat{x} + E_{x1} \exp(i\alpha)\hat{y}$	$\begin{bmatrix} E_{x1}E_{y1} & -E_{x1}^2 \exp(-i\alpha) \\ E_{y1}^2 \exp(-i\alpha) & -E_{x1}E_{y1} \end{bmatrix}$	0
$E_{x1}\hat{x} + E_{y1} \exp(i\alpha_1)\hat{y}$	$E_{x2}\hat{x} + E_{y2} \exp(i\alpha_2)\hat{y}$	$\begin{bmatrix} E_{x1}E_{y1} & E_{x1}E_{y2} \exp(i\alpha_2) \\ E_{y1}E_{x2} \exp(-i\alpha_1) & E_{y1}E_{y2} \end{bmatrix}$	$\frac{(E_{x1}E_{x2} - E_{y1}E_{y2})^2}{(E_{x1}^2 + E_{y1}^2)(E_{x2}^2 + E_{y2}^2)} + \frac{4E_{x1}E_{y2}E_{y1}E_{x2} \exp[i(\alpha_2 - \alpha_1)]}{(E_{x1}^2 + E_{y1}^2)(E_{x2}^2 + E_{y2}^2)}$

Отже, видно, що КСВП $V^2(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ виражає взаємозв'язок між поляриметричними характеристиками у двох точках мовою вимірюваних відностей. Більш того – це комплексна величина, що містить інформацію як про фазу, так і про амплітуду.

Тепер перевіримо як КСВП відповідає різним випадкам повністю скорельованого світла, тобто такого для якого елементи МППК розкладаються і відповідно повністю поляризовані у двох точках \vec{r}_1 і \vec{r}_2 . Більше того, так як ми припускаємо повну скорельованість полів, час залежності для електричних полів у двох точках відрізняється на постійну $\{\arg[\vec{E}(\vec{r}_2)]\} = \arg[\vec{E}(\vec{r}_1) + \beta]$. Ця фазова різниця виявляється як у J , так і у V .

Таблиця 1 сформована для сумаризації різних випадків стану поляризації для двох точок. Перший рядок показує випадки в яких стан поляризації двох точок подібний до лінійного стану із певною фазовою різницею β . Амплітуда $V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ дорівнює 1, як і очікувалося для подібного стану поляризації, і фаза $V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ точно відповідає β . Другий приклад репрезентує випадки для різних лінійних поляризацій у точках \vec{r}_1 і \vec{r}_2 , що знову взаємопов'язані постійною різницею фаз β із результатом – амплітудою $V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$, що демонструє наскільки подібний другий лінійний стан до першого. Третій рядок демонструє взаємозв'язок між лінійною і циркулярною поляризацією. Четвертий показує, що КСВП для ортого-

нальних станів із постійною різницею фаз дорівнює нулю. Останній приклад відповідає випадку еліптичності для двох точок \vec{r}_1 і \vec{r}_2 . Як можна бачити, $|V|$ буде одиницею, коли два стани подібні, та нулем, коли ортогональні.

В простому випадку повністю корельованих полів очевидно, що $|V|$ – величина подібності між станами поляризації двох точок. При цьому фаза прямо залежить від фазових взаємозв'язків між електричними полями у двох точках а $V(\vec{r}_1, \vec{r}_2, \tau)$ не залежить від вибору системи координат.

Зазначимо, що елементи v_i комплексного ступеня взаємної поляризації V є вимірюваними величинами. З вимірювань позицій v_1 можна визначити відмінності, коли поляризатор розташований горизонтально чи вертикально відносно площини інтерференції (або відповідно до двох точок у полі). Подібно можуть бути визначені коефіцієнти v_2 і v_3 , шляхом розміщення напівхвильової платівки в точці r_1 і взяттям сум і різниць результуючих відностей. Ці виміри подібні до вимірів, що виконуються для визначення кореляційної матриці електричного поля і лежать в прямій аналогії із вимірами ступеня поляризації P у точці, що проводяться шляхом визначення інтерференційних сум і різниць. Так як v_i перетворюється у ρ_i коли $\vec{r}_1 = \vec{r}_2$, так і V , що визначається співвідношенням (6), трансформується в P , і може трактуватися як величина максимального ступеня кореляції між ортогональними компонентами електричного поля у двох різних точках.

У випадку променеподібних полів іншорядні статистичні властивості описуються матрицею МППК. Ступінь когерентності є недостатнім для повної характеристики цієї матриці. Фактично сім незалежних величин та одна незалежна фаза представлені у МППК і ніщо більше не може охарактеризувати її. Проте на практиці рідко цікавляться повним визначенням такої матриці. У випадку однієї точки для її визначення, як правило, використовують інтенсивність і ступінь поляризації. Ступінь когерентності у деякому випадку є узагальненим поданням інтенсивності.

2. Експериментальна частина

2.1 Характеристика об'єктів дослідження

В якості об'єктів дослідження використовувались такі групи зразків:

- 1) крило метелика (додаток 1);
- 2) кісткова тканина (додаток 2);
- 3) м'язова тканина міокарду міокарду;
- 4) тканини паранхіматозних органів (нирка, брюзжейка, лімфа, товста кишка, селезінка).

Для об'єктів першої групи характерним є високий ступінь просторово-геометричної впорядкованості колагенових пучків для досить великих "оптичних" розмірів (порядку 100 мкм). Характерною особливістю є мікроструктура побудови таких пучків, що є хаотичним сплетінням мікрофібрил колагену.

Об'єкти другої і третьої групи характеризуються достатньо впорядкованим укладанням пучків архітектонічної сітки. Характерною рисою є речовина фібрил: міозин, колагенові фібрили кісткової тканини мінералізовані кристалами гідроксилапатиту.

Тканини четвертої групи – переважно оптично-ізотопні структури, анізотропними компонентами яких є агрегації білків різного біохімічного походження.

2.2 Методологічні основи досліджень

1. Геометрія архітектоніки біотканин (БТ) має ієрархічну самоподібну нитковидну (мікрофібрили, фібрили, фасції, волокна, пучки – "структурні елементи") побудову. Структурні елементи дискретні і характеризуються масштабною повторюваністю в широкому діапазоні "оптичних" розмірів (1 мкм – 10^3 мкм). Механізми росту архітектонічних сіток полягають в плоскому і просторовому твіст-ефектах перетворень орієнтацій і масштабів фібрилярних компонент – аналог афінних перетворень, формуючих математичні фрактали. Отже, можна припустити фрактальний характер її геометричної структури, що визнача-

ється самоподібними координатними розподілами масштабів (поперечні і повздовжні розміри) та орієнтацій (кутові напрямки $\rho(X,Y)$ укладки фібрил відносно площини досліджуваного шару БТ) структурних елементів.

2. З оптичної точки зору, структурні елементи ієрархії архітектоніки БТ володіють властивостями оптично одновісних кристалів, напрямком оптичних осей яких визначається $\rho(X,Y)$, а величина показника двоприменезаломлення Δn властивостями речовини фібрил. Масштабна самоподібність їх геометричних розмірів $d(X,Y)$ дозволяє припустити аналогічний самоподібний характер зміни величини фазового зсуву $\delta(X,Y) = \left(2\pi/\lambda\right) \Delta n d(X,Y)$ між ортогональними компонентами поляризації при проходженні крізь БТ оптичного випромінювання із довжиною хвилі λ .

3. Морфологічно БТ можна представити двокомпонентною аморфною кристалічною структурою. Тому, матриця Мюллера шару БТ, досліджуваного *PSOCT*, визначається суперпозицією парціальних операторів її аморфної $\{a_{ik}\}$ і кристалічної $\{c_{ik}\}$ компонент:

$$\{B\} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} + a_{22} & c_{23} & c_{24} \\ 0 & c_{32} & c_{33} + a_{33} & c_{34} \\ 0 & c_{42} & c_{43} & c_{44} + a_{44} \end{pmatrix}, \quad (7)$$

$$a_{22} \approx a_{33} \approx a_{44} = \exp(-\tau L),$$

$$c_{22} = \cos^2 2\rho + \sin^2 2\rho \cdot \cos \delta,$$

$$c_{23} = c_{32} = \cos 2\rho \sin 2\rho (1 - \cos \delta),$$

$$c_{24} = -c_{42} = -\sin 2\rho \sin \delta, \quad (8)$$

$$c_{33} = \sin^2 2\rho + \cos^2 2\rho \cos \delta,$$

$$c_{34} = -c_{43} = \cos 2\rho \sin \delta,$$

$$c_{44} = \cos \delta,$$

де τ – коефіцієнт екстинкції випромінювання шаром БТ товщиною L .

Із співвідношень (7), (8) випливає, що визначальну роль у перетворенні станів поляризації зондуемого БТ пучка, вносять геометричні (орієнтаційні) $\rho(X,Y)$ й оптичні (фазові) $\delta(X,Y)$ параметри структурних елементів архітектонічних сіток. Внесок цих двох факторів у формування сукупності ММІ $b_{ik}(X,Y)$ можна розглядати як результат множення (мультипліціювання) декількох координатно залежних фрактальних різномірних функцій $F_{mn}[\rho(X,Y); \delta(X,Y)]$. Тому,

можна очікувати, що координатні залежності $b_{ik}(X, Y)$, що описують всю сукупність поляризаційних БТ також фрактальні чи мультифрактальні.

2.3 Оптична схема досліджень

Оптична схема вимірювань $2DV^2(\Delta r_i)$ БТ наведена на рис. 1. Освітлювання проводилось колімованою системою об'єктивів 2 ($\varnothing=10^4$ мкм) пучком He-Ne лазера 1 ($\lambda=0,6328$ мкм, $W=5,0$ мВт). Поляризаційний освітлювач, що складається із чвертьхвильових пластинок 3, 5 і поляризатора 4, формує освітлюваний пучок із довільним азимутом $0^\circ \leq \alpha_0 \leq 180^\circ$ або еліптичністю $0^\circ \leq \beta_0 \leq 90^\circ$ поляризації. Поляризаційне зображення БТ із допомогою мікрооб'єктива 7 проектувалось у площину світлочутливої ділянки (800×600) CCD-камери 9, яка забезпечувала діапазон зміни структурних елементів БТ для таких масштабів 2 мкм – 2000 мкм. Камера спряжена з ПЕОМ 10.

Умови експерименту підбирались так, щоб практично усунути просторово-кутову апертурну фільтрацію при формуванні зображення БТ. Це забезпечувалось узгодженням кутових характеристик індикатрис розсіяння світла зразками БТ ($\Omega_{DS} \approx 16^\circ$, $\Omega_{MT} \approx 13^\circ$) і кутової апертури мікрооб'єктива ($\Delta\omega=20^\circ$). Тут Ω_{DS} , Ω_{MT} – кутові косинуси індикатрис, в яких сконцентровано 98% всієї енергії світлорозсіяного випромінювання.

Аналіз зображень БТ здійснювався поляризатором 8.

2.4 Методика визначення $2DV^2(\Delta r_i)$ БТ

Методика визначення $2DV^2(\Delta r_i)$ БТ полягає в такій послідовності (позначення рис. 1):

1. З допомогою CCD-камери 10 (при відсутності аналізатора 8) вимірюється масив інтенсивностей лазерного зображення $I \begin{pmatrix} r_1, \dots, r_m \\ \dots \\ r_n, \dots, r_m \end{pmatrix}$ БТ.

2. Встановлюють аналізатор 8, вісь пропускання якого послідовно орієнтують під кутами $\Theta=0^\circ$ і $\Theta=90^\circ$ і вимірюють масиви інтенсивностей $I^{(0)} \begin{pmatrix} r_1, \dots, r_m \\ \dots \\ r_n, \dots, r_m \end{pmatrix}; I^{(90)} \begin{pmatrix} r_1, \dots, r_m \\ \dots \\ r_n, \dots, r_m \end{pmatrix}$.

3. Шляхом обертання осі пропускання аналізатора 8 у межах $\Theta=0^\circ-180^\circ$ визначають масиви максимальних і мінімальних рівнів інтенсивності лазерного зображення для кожного окремого пік-

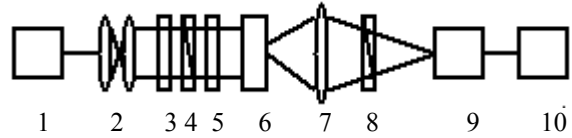


Рис. 1. Оптична схема досліджень

селя (mn) CCD-камери і відповідні до них кути повороту

$$I_{\min} \begin{pmatrix} r_1, \dots, r_m \\ \dots \\ r_n, \dots, r_m \end{pmatrix}; I_{\max} \begin{pmatrix} r_1, \dots, r_m \\ \dots \\ r_n, \dots, r_m \end{pmatrix},$$

$$\Theta \begin{pmatrix} r_1, \dots, r_m \\ \dots \\ r_n, \dots, r_m \end{pmatrix} \left(I \begin{pmatrix} r_1, \dots, r_m \\ \dots \\ r_n, \dots, r_m \end{pmatrix} \equiv \min \right).$$

4. Розраховують поляризаційні карти БТ відповідно до таких співвідношень

$$\alpha \begin{pmatrix} r_1, \dots, r_m \\ \dots \\ r_n, \dots, r_m \end{pmatrix} = \Theta(I(r_i) \equiv \min) - \frac{\pi}{2}, \tag{9}$$

$$\beta \begin{pmatrix} r_1, \dots, r_m \\ \dots \\ r_n, \dots, r_m \end{pmatrix} = \arctan g \frac{I(r_i)_{\min}}{I(r_i)_{\max}}.$$

5. Розраховують $2DV^2(\Delta r_i)$ БТ для довільного інтервалу дискретизації Δr_i із використанням алгоритму

$$V^2(r_{n+k}, r_n) = \frac{\left(\left(I^{(0)}(r_{n+k}) I^{(0)}(r_n) \right)^{\frac{1}{2}} - \left(I^{(90)}(r_{n+k}) I^{(90)}(r_n) \right)^{\frac{1}{2}} \right)^2}{I(r_{n+k}) I(r_n)} + \frac{\left(4 \left(I^{(0)}(r_{n+k}) I^{(90)}(r_{n+k}) I^{(0)}(r_n) I^{(90)}(r_n) \right)^{\frac{1}{2}} \times \cos(\delta_{n+k}(r_{n+k}) - \delta_n(r_n)) \right)}{I(r_{n+k}) I(r_n)}. \tag{10}$$

2.5 Методи аналізу комплексного ступеня взаємної поляризації (КСВП)

З метою визначення критеріїв поведінки координатних розподілів КСВП поляризаційних зображень використовувався комплексний аналіз отриманих поляризаційних карт азимуту, еліптичності та КСВП.

1. Статистичний аналіз полягає у визначенні гістограм координатних розподілів $\alpha(X_m, Y_n)$, $\beta(X_m, Y_n)$, $|V^2| (X_m, Y_n)$ і розрахунку сукупності статистичних моментів першого (M), другого (σ), третього (A) і четвертого (E) порядків для $|V^2|$:

$$\begin{aligned}
 M &= \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N |(V_{ik})_q|, \\
 \sigma &= \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{q=1}^N (V_{ik})_q^2}, \\
 A &= \frac{1}{\sigma^3} \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N (V_{ik})_q^3, \\
 E &= \frac{1}{\sigma^2} \frac{1}{N} \sum_{q=1}^N (V_{ik})_q^4,
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

де $(X_{m=1 \div 180}, Y_{n=1 \div 600})$, $N=m \times n$ – число пікселів світлочутливої площадки CCD-камери.

2. Аналіз самоподібності структури КСВП (випадкова, стохастична чи фрактальна) здійснюється за такою методикою:

- Розраховуються автокореляційні функції $G(\Delta r)$ і відповідні до них спектри потужності $P(\Delta r)$ на основі КСВП з певним інтервалом дискретизації Δr_i ;
- Визначаються \lg - \lg залежності спектрів потужності $\lg P(\Delta r) - \lg(d^{-1})$, де d^{-1} просторова частота, що визначається розмірами d структурних елементів архітекtonіки БТ;
- Знаходились кути нахилу дотичних α_j до залежностей $\lg P(\Delta r) - \lg(d^{-1})$.

3. Класифікація координатних розподілів КСВП здійснювалась за критеріями:

- Розподіли $|V^2|$ – фрактальні при умові постійності кута нахилу α дотичної до \lg - \lg залежності спектра потужності для 2-3 декад розмірів d структурних елементів архітекtonіки. Величини відповідних фрактальних розмірів визначаються за співвідношенням:

$$D(|V^2|) = 3 - \text{tg } \alpha_{|V^2|}; \tag{12}$$

- Розподіли $|V^2|$ – стохастичні при умові наявності декількох постійних кутів нахилу дотичних α_j до \lg - \lg залежностей спектрів потужності декількох інтервалів розмірів d ;
- Розподіли $|V^2|$ – випадкові при умові відсутності стабільних кутів нахилу дотичних α_j до \lg - \lg залежностей спектра потужності у всьому інтервалі розмірів d .

2.6 Аналіз і обговорення експериментальних даних

В якості об'єктів дослідження використовувались оптично тонкі гістологічні зрізи БТ таких типів: м'язова тканина міокарду (рис. 2) і тонкої кишки (рис. 3). Обрані об'єкти об'єднує наявність анізотропної складової з показником двопробе-

заломлення $\Delta n = 1,5 \cdot 10^{-3}$, яка візуалізується у перехресному аналізаторі та поляризаторі.

Морфологічна побудова архітекtonіки БТ різна. М'язова тканина утворюється квазівпорядкованими пучками двопробезаломлюючих міозинових волокон (рис. 2). Архітекtonіка тонкої кишки – це локальні включення анізотропного колагену (рис. 3).

Подібний вибір зразків дозволяє здійснити порівняльний аналіз впливу на поляризаційну структуру когерентних зображень орієнтаційних особливостей архітекtonіки морфології різних БТ.

Порівняльний аналіз отриманих даних виявив: координатна структура поляризаційної карти м'язової тканини міокарду (рис. 4) створює ансамбль квазіорієнтованих крупномасштабних (100–200 мкм) монополяризованих ділянок.

Зони однакової поляризації для зображення тканини тонкої кишки (рис. 5) сформовані поляризаційними ділянками малих розмірів (5–20 мкм) і достатньо рівномірно розташовані у площині лазерного зображення.

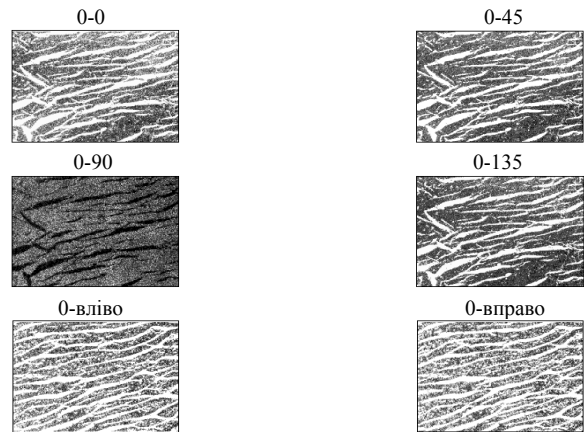


Рис. 2. Об'єкт дослідження: поляризаційні зображення м'язової тканини міокарду (норма)

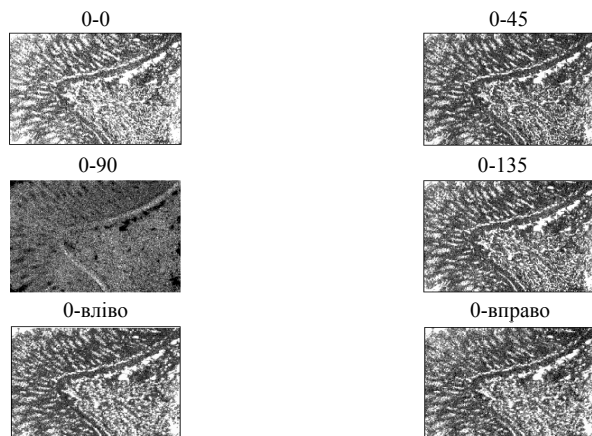


Рис. 3. Об'єкт дослідження: поляризаційні зображення тонкої кишки (норма)

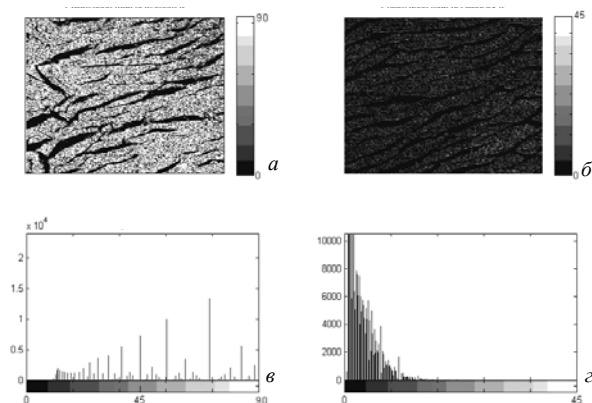


Рис. 4. Поляризаційна карти азимуту (а), еліптичності (б), азимутальні (в) і еліптичні (г) гістограми для тканини міокарду

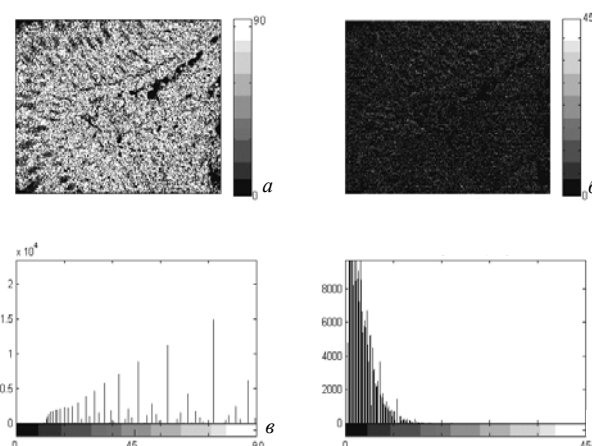


Рис. 5. Поляризаційна карти азимуту (а), еліптичності (б), азимутальні (в) і еліптичні (г) гістограми для тонкої кишки

Гістограми розподілів вимірних значень азимуту та еліптичності поляризацій (рис. 4) характеризують ймовірність координатного розподілу поляризаційних параметрів лазерних зображень БТ. Для м'язової тканини характерна наявність різновиражених екстремумів, які вказують на статистичну перевагу певного стану поляризації у лазерному зображенні.

Гістограми поляризаційної карти тканини тонкої кишки (рис. 5) утворюється серіями локальних екстремумів у широкому діапазоні зміни поляризаційних параметрів – азимуту та еліптичності.

Особливості поляризаційної неоднорідності зображень БТ обох типів ілюструє серія однаково поляризованих ділянок до різних значень азимутів (рис. 6, 7) та еліптичностей поляризації (рис. 8, 9).

Одержані дані підтверджують широкий діапазон зміни значень азимутів та еліптичностей поляризації, причому координатна структура таких розподілів індивідуальна для різних типів

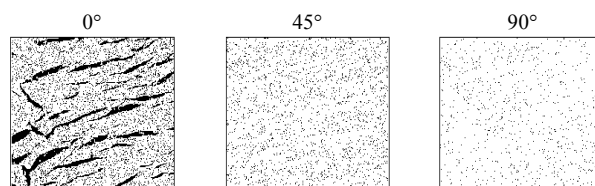


Рис. 6. Вибірki певних значень азимуту поляризаційних зображень м'язової тканини міокарду (0, 45, 90 градусів – відповідають чорним точкам)

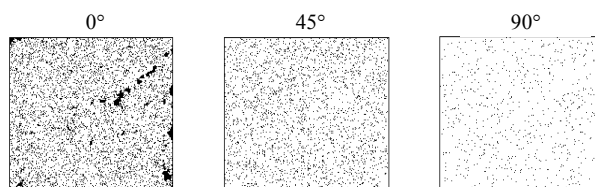


Рис. 7. Вибірki певних значень азимуту поляризаційних зображень тканини тонкої кишки (0, 45, 90 градусів – відповідають чорним точкам)

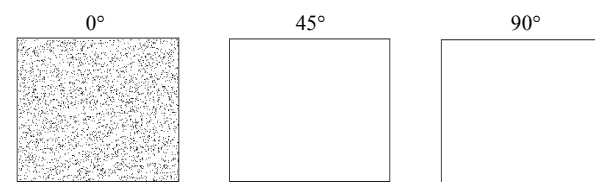


Рис. 8. Вибірki певних значень еліптичності поляризаційних зображень м'язової тканини міокарду (0, 45, 90 градусів – відповідають чорним точкам)

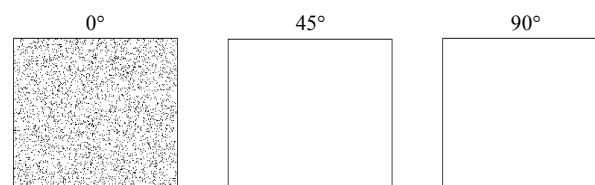


Рис. 9. Вибірki певних значень еліптичності поляризаційних зображень тканини тонкої кишки (0, 45, 90 градусів – відповідають чорним точкам)

БТ. Така структура може бути пов'язана із наступними особливостями морфологічної побудови архітектоники. Для м'язової тканини структурами, що перетворюють поляризацію лазерного випромінювання є міозинові волокна, діапазон зміни кутів орієнтації яких у межах крупномасштабних доменів порівняно малий. Тому,

$$\alpha \begin{pmatrix} r_1, \dots, r_m \\ \dots \\ r_n, \dots, r_m \end{pmatrix} = \Theta(I(r_i) \equiv \min) - \frac{\pi}{2},$$

$$\beta \begin{pmatrix} r_1, \dots, r_m \\ \dots \\ r_n, \dots, r_m \end{pmatrix} = \arctg \frac{I(r_i)_{\min}}{I(r_i)_{\max}}$$

координатний розподіл азимуту та еліптичності поляризації є однорідним у межах достатньо великих координатних доменів (рис. 4), а відповідні гістограми володіють чітко вираженими екстремумами.

Анізотропні компоненти тонкої кишки не володіють виразною волокнистістю фібрилярної структури, тому поляризація неоднорідної структури її лазерного зображення утворює достатньо рівномірно розподілені значення азимуту та еліптичності поляризації (рис. 5).

Одержана в такий спосіб інформація дає змогу аналізувати статистичну структуру станів поляризації лазерних зображень БТ у кожній окремій точці. З іншого боку залишається невідомою інформація про кореляційні взаємозв'язки між різними точками із відмінними станами поляризації лазерних коливань. Внаслідок цього актуальним є визначення комплексного ступеня поляризації таких зображень для різних масштабів їх дискретизації.

2D розподіли КСВП лазерних зображень БТ

Проведено вимірювання $2DV^2$ для двох значень параметрів дискретизації: $\Delta r_i = 1$ піксель (рис. 10,а і рис. 11,а) і $\Delta r_i = 5$ пікселів (рис. 10,б і рис. 11,б).

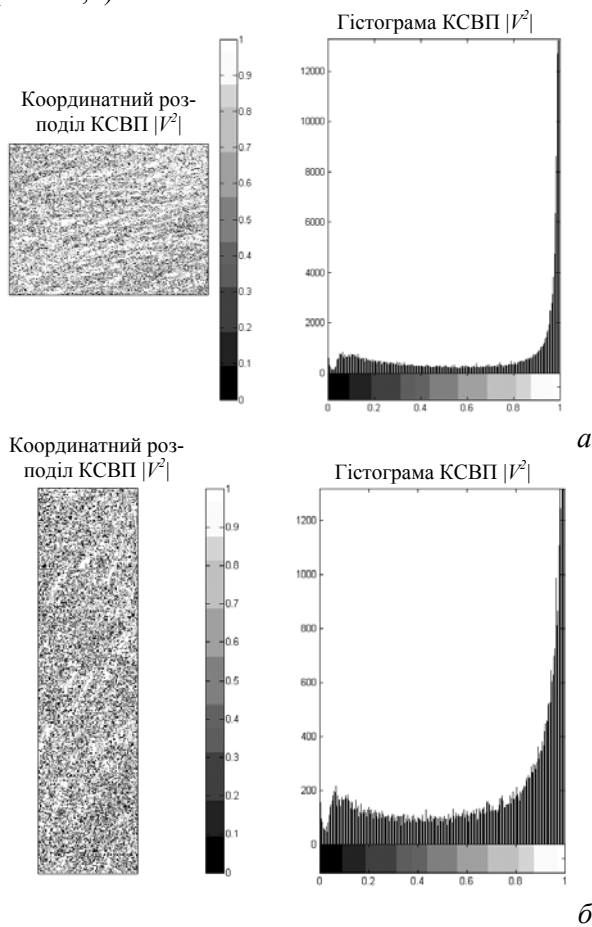


Рис. 10. Координатні розподіли КСВП і відповідні гістограми (тканина міокарду): крок 1 (а), крок 5 (б)

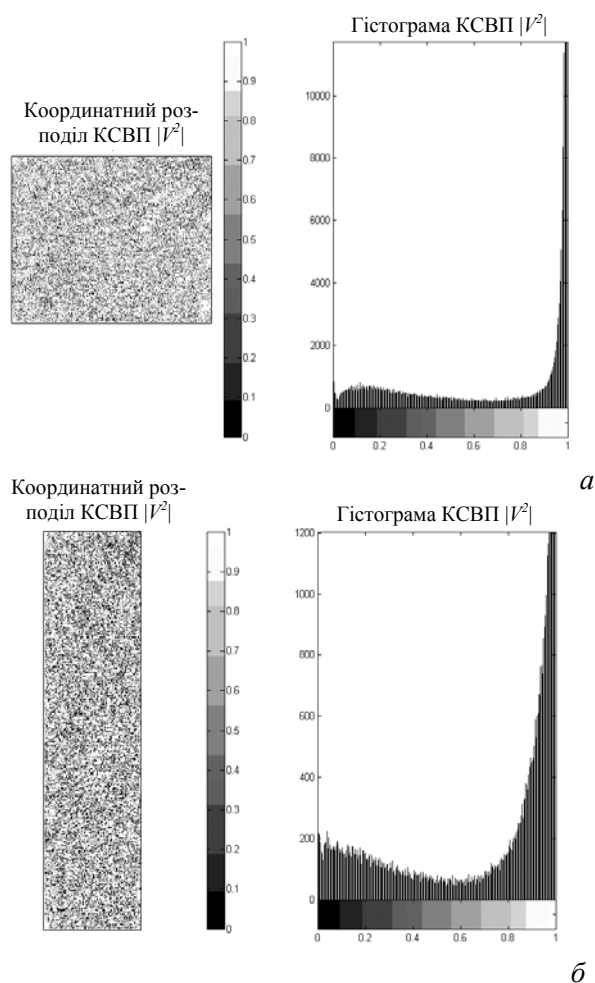


Рис. 11. Координатні розподіли КСВП і відповідні гістограми (тонка кишка): крок 1 (а), крок 5 (б)
Аналіз отриманих результатів виявив:

1. Координатні розподіли КСВП лазерних зображень БТ двох типів суттєво відрізняються. $2DV^2$ зображення тканини міокарду одержані для кроку дискретизації в 1 піксель (рис. 10,а) утворюються ділянками із максимально скорельованими станами поляризації (КСВП прагне до одиниці). Окрім цього $2DV^2$ містить ділянки проміжних значень КСВП. Збільшення інтервалу дискретизації (5 пікселів) супроводжується зниженням рівня корельованості станів поляризації точок лазерного зображення тканини міокарду. На це вказує зменшення кількості ділянок з екстремальним рівнем КСВП і, навпаки, зростання кількості ділянок із декорельованими станами поляризації.

2. Координатні розподіли КСВП зображення тканини тонкої кишки сформовані ділянками для яких величина КСВП змінюється в широких межах $[0 \div 1]$ як для інтервалу дискретизації в 1 пт так і для 5 пт (рис. 11, а,б).

Таблиця 2. Статистичні характеристики (основних порядків) КСВП для м'язової тканини міокарду

X-розмірність матриці $ V^2 $	480
Y-розмірність матриці $ V^2 $	639
Математичне очікування, M	0,555103
Середньоквадратичне відхилення, σ	0,733050
Асиметрія, A	-0,740184
Експес, E	0,060549

Об'єктивно статистичну структуру координатних розподілів КСВП характеризує сукупність статистичних моментів 1-4 порядку (таблиці 2, 3).

З отриманих даних видно, що статистика розподілу КСВП далека від Гаусової ($A=0$ і $E=0$). Така особливість вказує на неоднорідність розподілу параметру $|V^2|$. Тобто це показує, що поляризаційно-кореляційна структура лазерного зображення БТ – неоднорідна. Таке ілюструється серією координатних розподілів однаково скорельованих точок (рис. 12-15).

Визначена поляризаційно-кореляційна неоднорідність характеризується двомірною АКФ $2DV^2$ -розподілу значень параметрів КСВП (рис. 16,17).

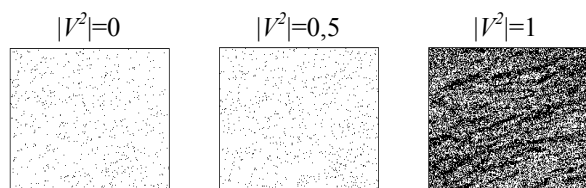


Рис. 12. Вибірki певних значень КСВП (інтервал дискретизації=1 пт) для м'язової тканини міокарду (0, 0,5, 1 – дані значення відповідають чорним точкам)

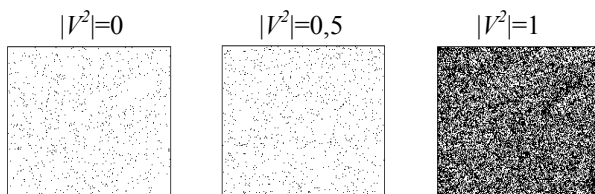


Рис. 13. Вибірki певних значень КСВП (інтервал дискретизації=5 пт) для тканини тонкої кишки (0, 0,5, 1 – дані значення відповідають чорним точкам)

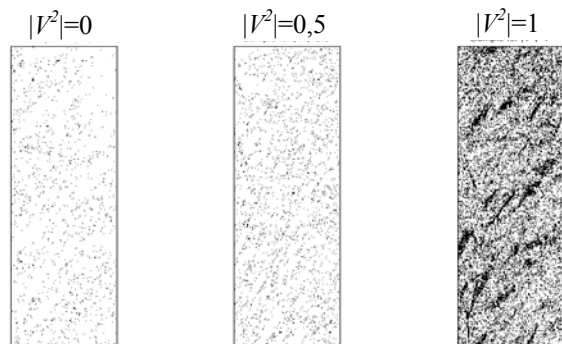


Рис. 14. Вибірki певних значень КСВП (інтервал дискретизації=5 пт) для м'язової тканини міокарду (0, 0,5, 1 – дані значення відповідають чорним точкам)

Таблиця 3. Статистичні характеристики (основних порядків) КСВП для тонкої кишки

X-розмірність матриці $ V^2 $	480
Y-розмірність матриці $ V^2 $	639
Математичне очікування, M	0,7339135
Середньоквадратичне відхилення, σ	0,3768962
Асиметрія, A	-0,6508398
Експес, E	2,2340400

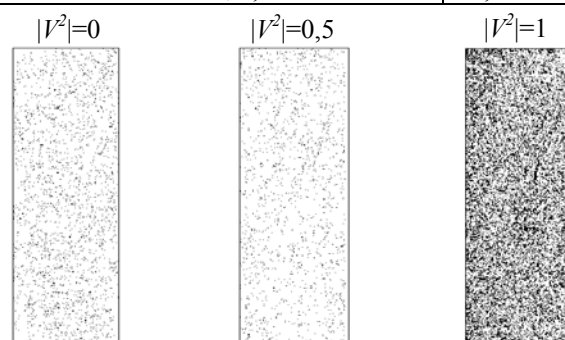


Рис. 15. Вибірki певних значень КСВП (інтервал дискретизації=5 пікселів) для тканини тонкої кишки (0, 0,5, 1 – дані значення відповідають чорним точкам)

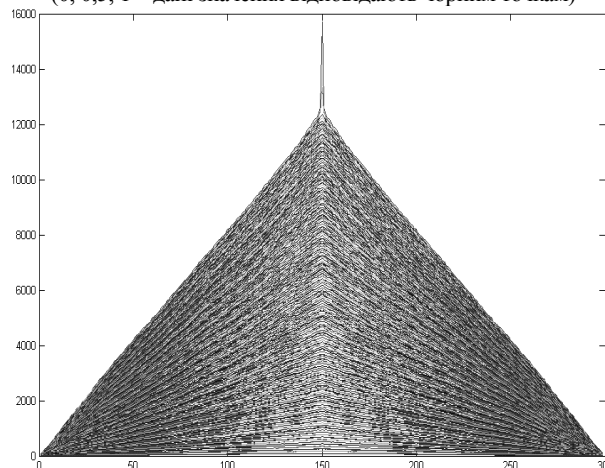


Рис. 16. Двомірна АКФ $2DV^2$ для м'язової тканини міокарду ($\Delta r_i=1$ пт)

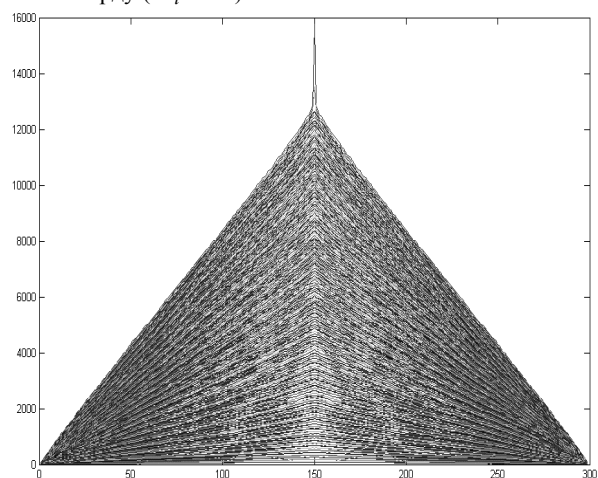
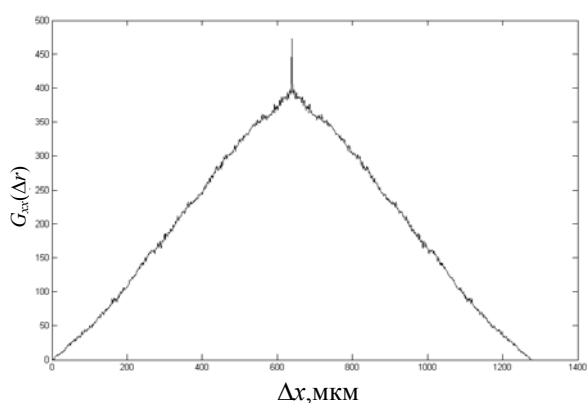


Рис. 17. Двомірна АКФ $2DV^2$ для тканини тонкої кишки ($\Delta r_i=1$ пт)

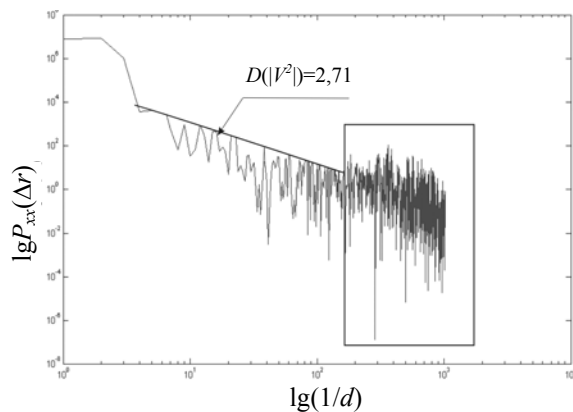
Аналіз отриманих результатів виявив, що для різних координатних напрямків (X , Y , діагональ (XY)) структура АКФ різна (рис. 18,а,в,д і рис. 19,а,в,д).

З метою оцінки координатного розподілу параметрів КСВП визначались \lg - \lg залежності PSD (спектральних густин потужності) відповідних кореляційних функцій (рис. 18,б,г,е і рис. 19,б,г,е)

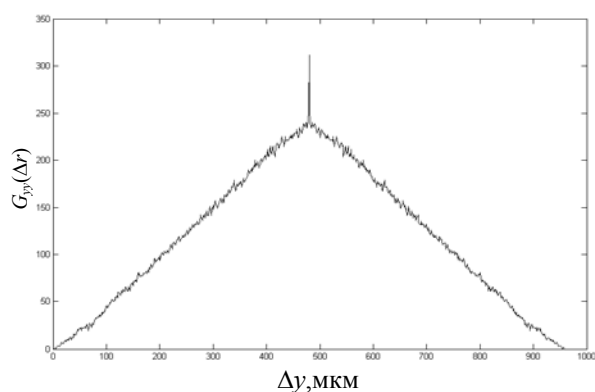
З отриманих даних видно, що такі залежності виявляють стохастичний характер розподілу КСВП лазерного зображення БТ двох типів, де їх структура самоподібна (має місце однакове значення кута нахилу дотичної до графіку спектральної густини потужності – PSD) поряд із цим логарифмічні залежності PSD містять ділянки, розмірів зображення, які або статистичні, або нескорельовані.



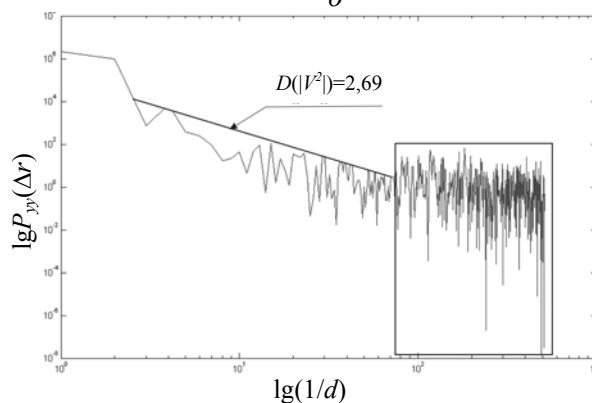
а



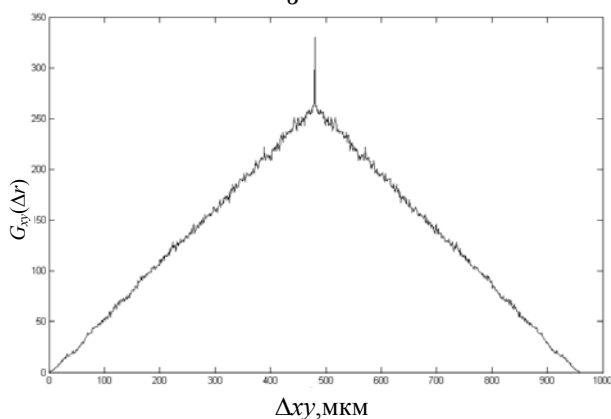
б



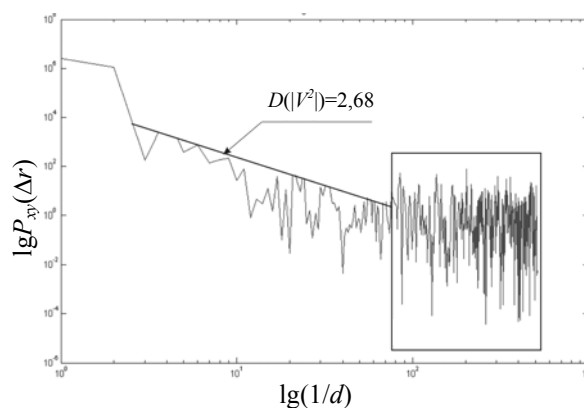
в



г



д



е

Рис. 18. АКФ та PSD (спектральна густина потужності) координатних розподілів КСВП, що визначається із інтервалом дискретизації в 1 пт (м'язова тканина міокарду): АКФ (а), PSD (б) для X -напрямку, АКФ (в), PSD (г) для Y -напрямку, АКФ (д), PSD (е) для діагоналі

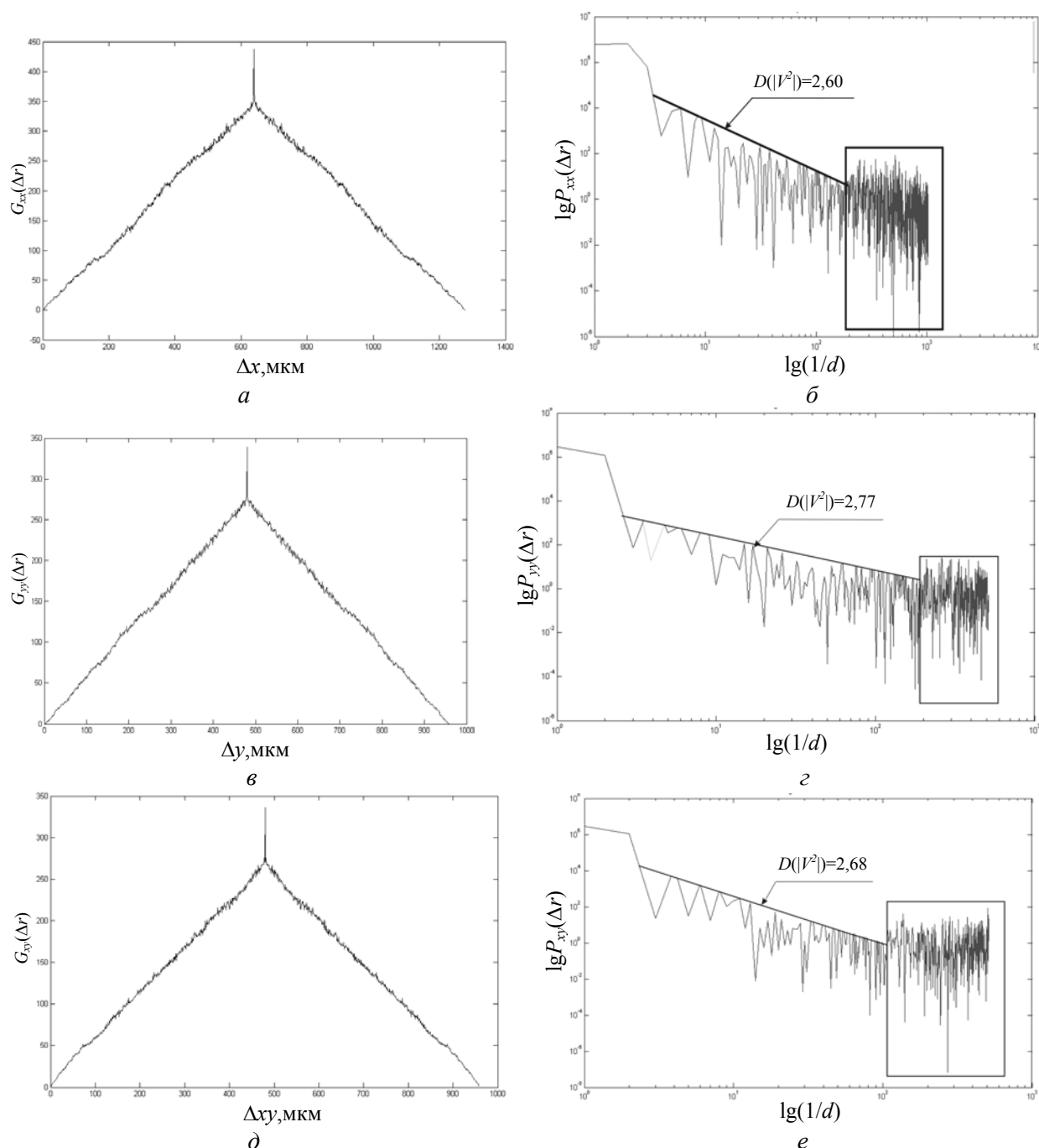


Рис. 19. АКФ та PSD (спектральна густина потужності) для координатних розподілів КСВП, що визначається із інтервалом дискретизації в 1 піксель (тканина тонкої кишки): АКФ (а), PSD (б) для X-напрямку, АКФ (в), PSD (г) для Y-напрямку, АКФ (д), PSD (е) для діагоналі

Висновки

Аналітично обґрунтовано і експериментально реалізовано поляризаційний метод вимірювання 2D-розподілів КСВП лазерних зображень БТ.

Проаналізовано взаємозв'язок між поляризаційною і кореляційною структурою лазерних зображень і оптико-геометричною побудовою двопронезаломлюючої впорядкованої і розупорядкованої архітектонічних сіток БТ.

Отримана інформація про поляризаційно-кореляційну структуру лазерного зображення БТ різної морфологічної побудови може бути покладена в основу розробки нових методів аналізу фізіологічного стану із використанням техніки оптичної томографії.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ellis J. and Dogariu A. Complex degree of mutual polarization // Optics Letters. – 2004. – 29, March 15.

2. Джерард А., Берч Дж. М. Введение в матричную оптику. – М.: Мир, 1978.
3. Борн М., Вольф С. Основы оптики. – М.: Наука, 1973.
4. Лазерна поляриметрична діагностика в біології та медицині / За ред. В.П. Пішака, О.Г. Ушенко. – Чернівці: Медакадемія, 2000.
5. Gori F. Matrix treatment for partially polarized, partially coherent beams // Optics Letters. – 1998. – 23, P.241-243.
6. Marchesini R., Bertoni A., Andreola S. et al. // Appl. Opt. – 1989. – 28. – P.2318-2324.
7. Приезжев А.В., Тучин В.В. Шубочкин Л.П. Лазерная диагностика в биологии и медицине. – М.: Наука, 1989.
8. Тучин В.В. Лазеры и волоконная оптика в биомедицинских исследованиях. – Саратов: Изд-во Саратов. Ун-та, 1998.
9. Katzir A. Lasers and optical fibers in medicine. – San Diego et al.: Academic Press, 1994.
10. Tissue optics / Eds A.J. Welch, M.C J. van Gemert. – N.Y.: Academic Pres, 1992.
11. Лебедев А.Д., Левчук Ю.Н., Ломакин А.В., Носкин В.А. Лазерная корреляционная спектроскопия в биологии. – Киев, Наукова думка, 1987.

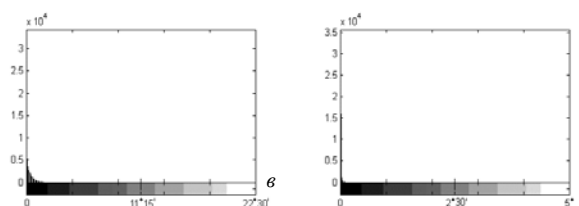
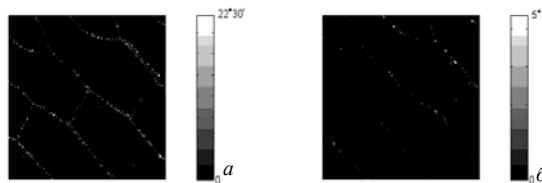


Рис. Д1.2. Поляризаційна карти азимуту (а), еліптичності (б), азимутальні (в) та еліптичні (г) гістограми

Додаток 1

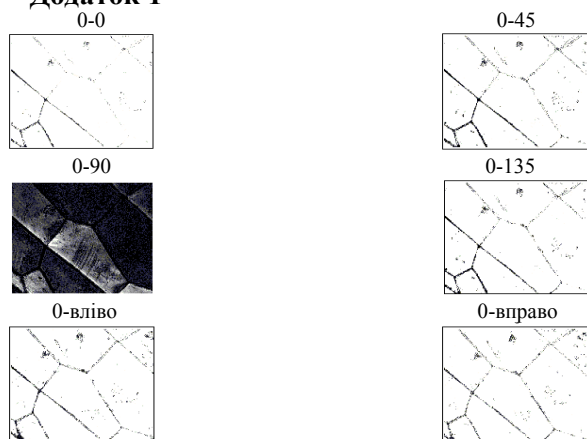


Рис. Д1.1. Об'єкт дослідження: поляризаційні зображення крила метелика

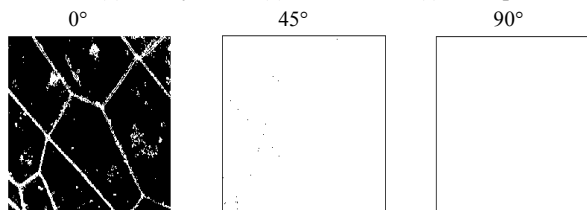


Рис. Д1.3. Вибірки певних значень азимуту a (0, 45, 90 градусів - відповідають чорним точкам)

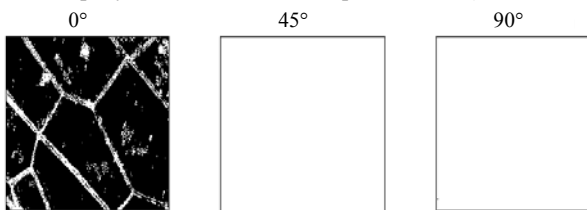


Рис. Д1.4. Вибірки певних значень еліптичності b (0, 45, 90 градусів - відповідають чорним точкам)

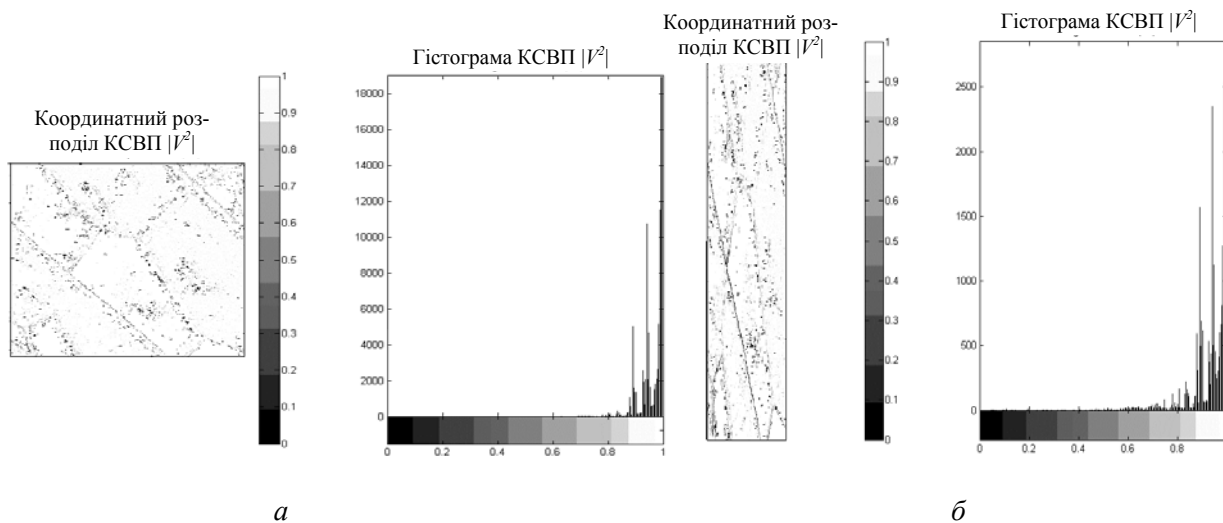


Рис. Д1.5. Координатні розподіли КСВП та відповідні гістограми: а) $\Delta r_i = 1$ пт, б) $\Delta r_i = 5$ пт

Таблиця Д1. Статистичні характеристики (основних порядків) координатного розподілу КСВП

X-розмірність матриці $ V^2 $	480
Y-розмірність матриці $ V^2 $	511
Математичне очікування, M	0,9561181
Середньоквадратичне відхилення, σ	0,1523507
Асиметрія, A	-0,6178245
Екссес, E	6,3028630

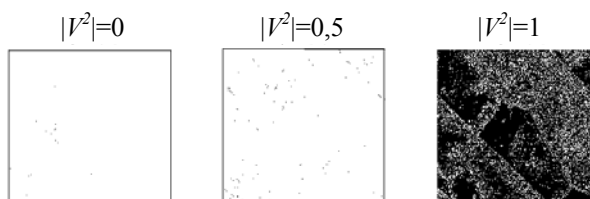


Рис. Д1.6. Вибірki певних значень КСВП із $\Delta r_i=1$ пт. (0, 0.5, 1 –відповідають чорним точкам)

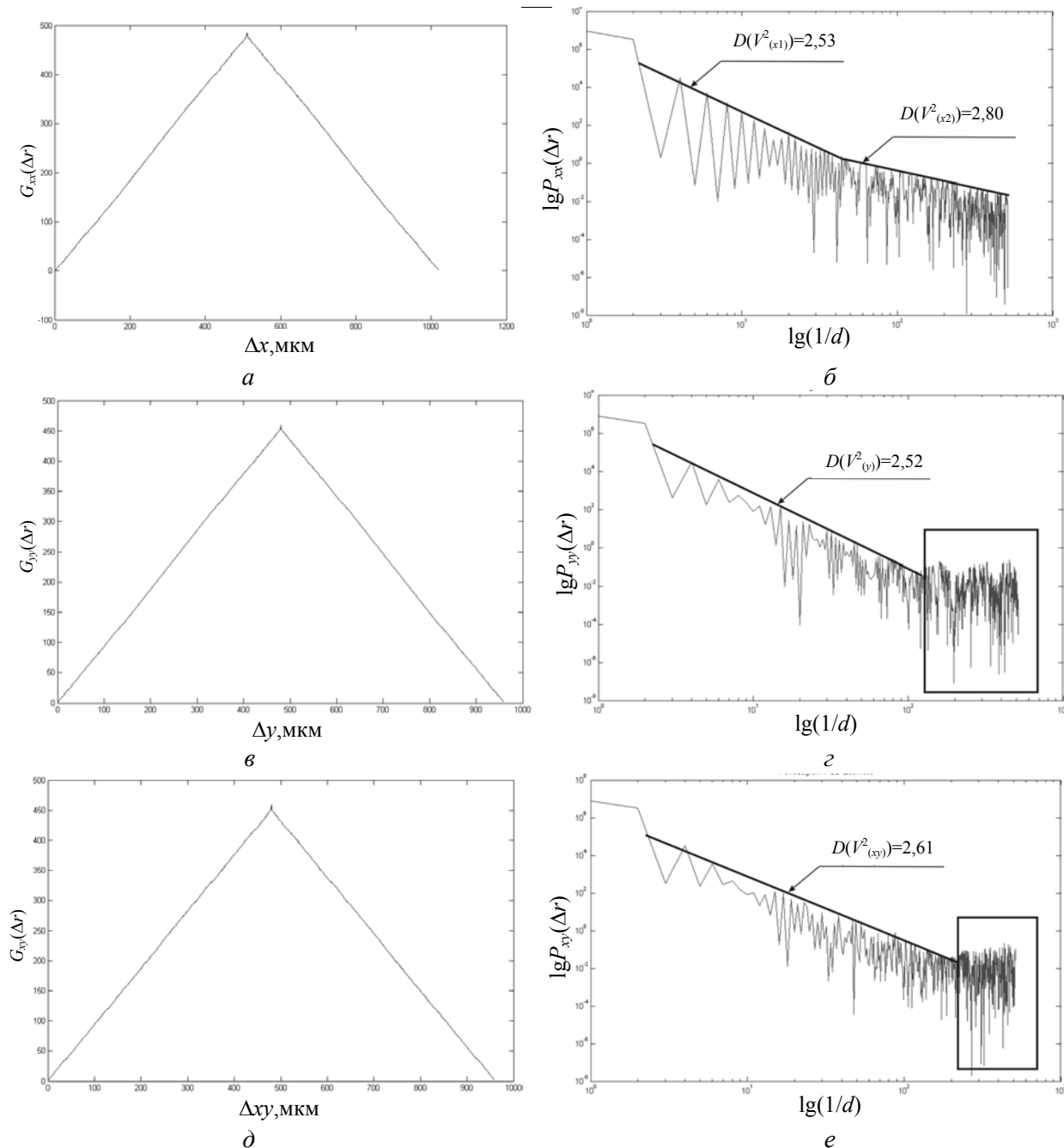


Рис. Д1.9. АКФ та PSD (спектральна густина потужності) для координатних розподілів КСВП, що визначається із інтервалом дискретизації в 1 піксель (крило метелика): АКФ (а), PSD (б) для X-напрямку, АКФ (в), PSD (г) для Y-напрямку, АКФ (д), PSD (е) для діагоналі

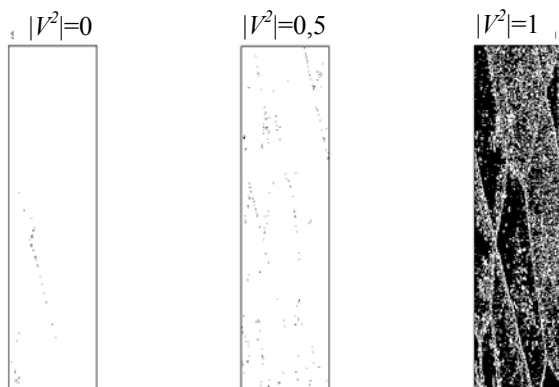


Рис. Д1.7. Вибірки певних значень КСВП із $\Delta r_i = 5$ пт (0, 0.5, 1 – дані значення відповідають чорним точкам)

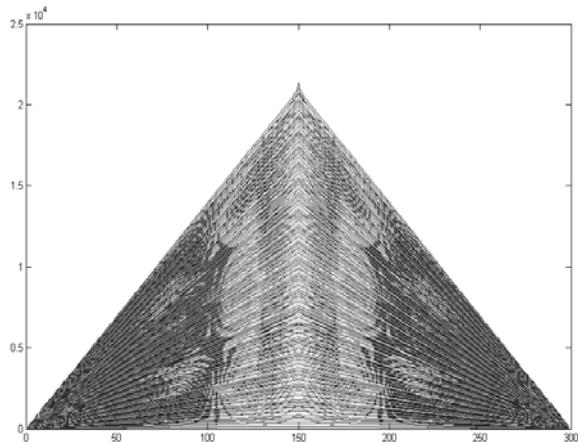


Рис. Д1.8. Двовірна автокореляційна функція координатного розподілу КСВП

Додаток 2

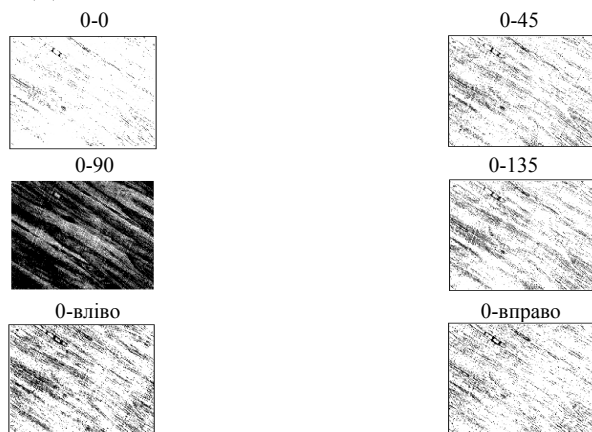


Рис. Д2.1. Об'єкт дослідження: поляризаційні зображення тонких гістологічних зрізів берцової кістки

Таблиця Д2. Статистичні характеристики (основних порядків) координатного розподілу КСВП

Х-розмірність матриці $ V^2 $	480
У-розмірність матриці $ V^2 $	512
Математичне очікування, M	0,6748438
Середньоквадратичне відхилення, σ	0,4346845
Асиметрія, A	-0,4848397
Експес, E	2,8539721

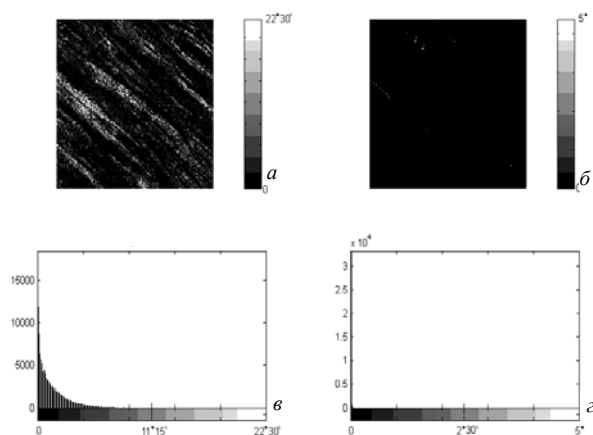


Рис. Д2.2. Поляризаційна карти азимуту (а), еліптичності (б), азимутальні (в) та еліптичні (г) гістограми

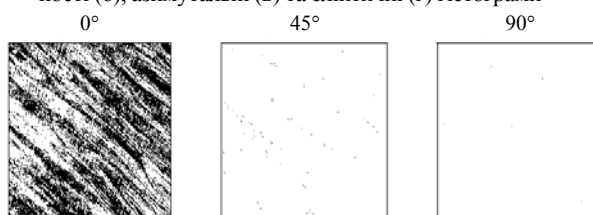


Рис. Д2.3. Вибірки певних значень азимуту a (0, 45, 90 градусів - відповідають чорним точкам)

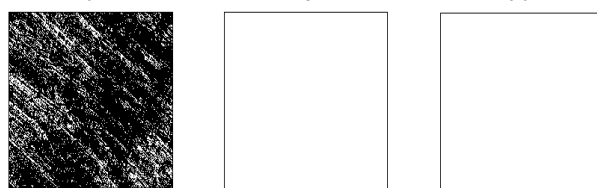


Рис. Д2.4. Вибірки певних значень еліптичності b (0, 45, 90 градусів - відповідають чорним точкам)

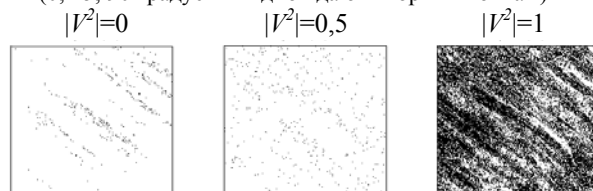


Рис. Д2.6. Вибірки певних значень КСВП із $\Delta r_i = 1$ пт (0, 0.5, 1 – дані значення відповідають чорним точкам)

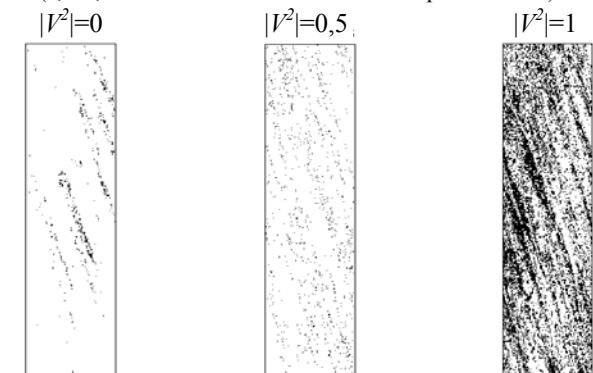


Рис. Д2.7. Вибірки певних значень КСВП із $\Delta r_i = 5$ пт (0, 0.5, 1 – дані значення відповідають чорним точкам)

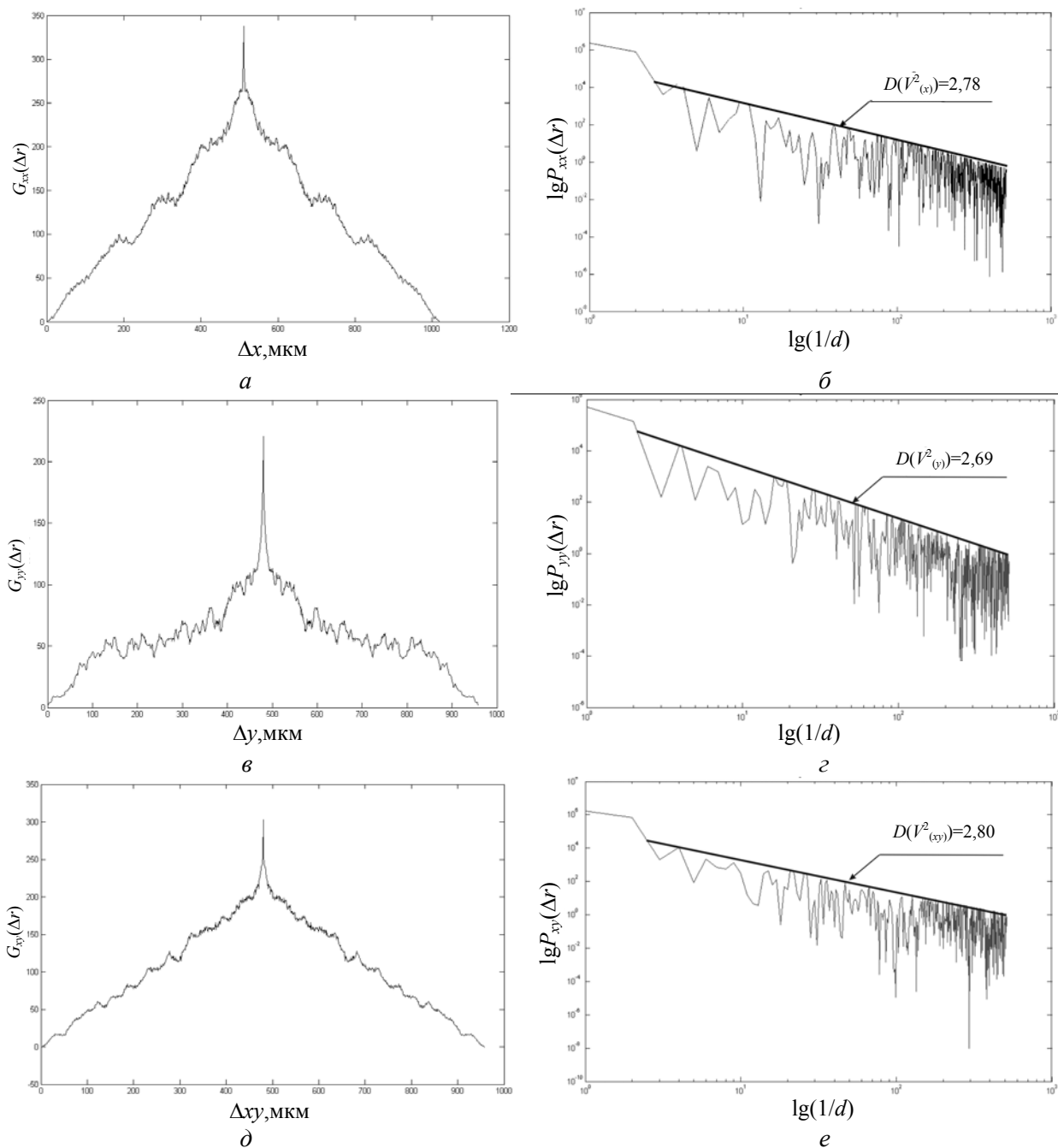


Рис. Д2.9. АКФ та PSD (спектральна густина потужності) для координатних розподілів КСВП, що визначається із інтервалом дискретизації в 1 піксель (берцова кістка): АКФ (а), PSD (б) для X-напрямку, АКФ (в), PSD (г) для Y-напрямку, АКФ (д), PSD (е) для діагоналі

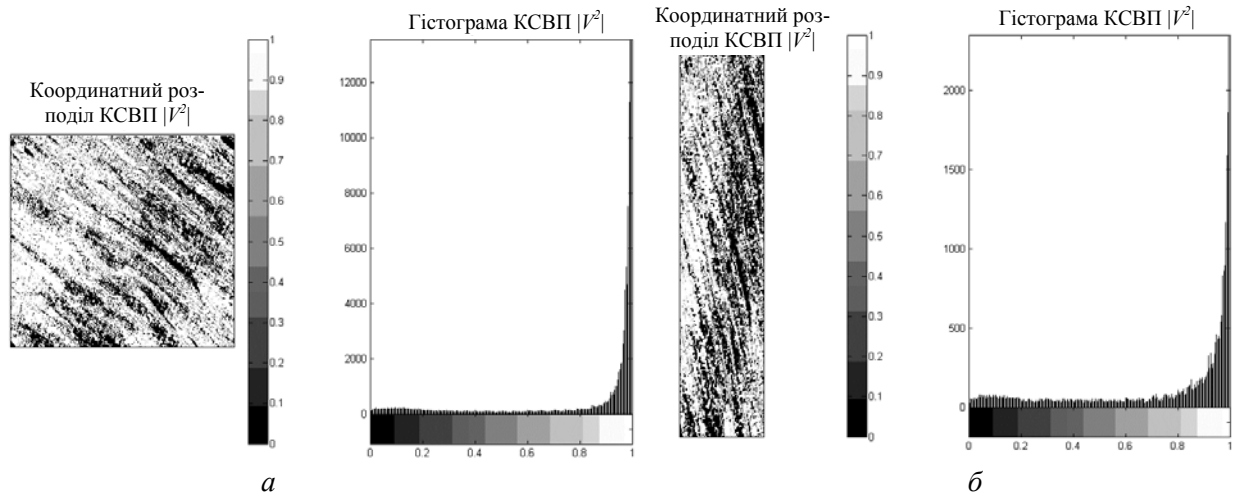


Рис. Д2.5. Координатні розподіли КСВП і відповідні гістограми: а) – інтервал дискретизації $\Delta r_i=1$ пт, б) – інтервал дискретизації $\Delta r_i=5$ пт

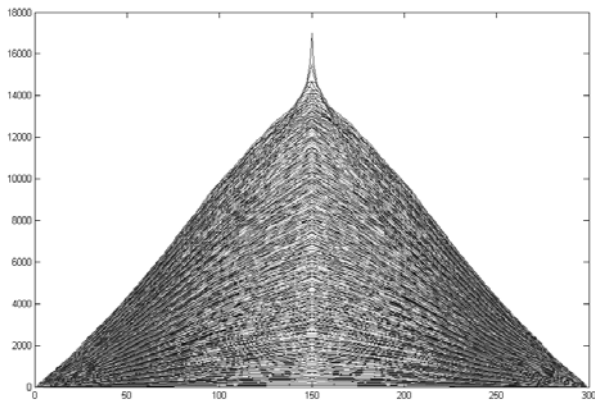


Рис. Д2.8. Двовірна автокореляційна функція координатного розподілу КСВП