

ЗВ'ЯЗОК МІЖ ТОПОЛОГІЧНИМИ МЕРЕЖАМИ ІНТЕНСИВНОСТІ І ФАЗИ СКАЛЯРНОГО ПОЛЯ

Розглядається зв'язок між мережами фазових вихорів і мережами стаціонарних точок інтенсивності. Встановлено, що більшість ліній струму градієнта з точкою народження в сідловій точці інтенсивності знаходяться в областях, де фаза поля змінюється швидко порівняно з середніми швидкостями зміни фази в полі. Наведені результати комп'ютерного моделювання.

The connection between vortex network and network of stationary points of intensity is considered. It is stated that most of current gradient lines of intensity with the origin in saddle points are positioned in the areas where phase changes quickly. The results of computer simulation are presented.

Відновлення фази поля на основі аналізу розподілу його інтенсивності (обернена задача в оптиці) достатньо стара проблема. Теоретичні й практичні основи щодо її розв'язання розроблені "практично повністю" (див., наприклад, [1]). Проте останнім часом з'явилися нові підходи, які базуються на досягненнях відносно нової галузі сучасної оптики – сингулярної оптики [2]. Як випливає з [2-6], нулі амплітуди (фазові вихори), суть дислокації хвильового фронту об'єднуються в певні системи – мережі вихорів. Елементи таких мереж пов'язані між собою. Їх характеристики визначають поведінку поля в будь-якій його точці [4]. Як наслідок, інформація про характеристики мережі дає можливість відновити параметри поля з високою ймовірністю. Водночас такі підходи ще не знайшли широкого розповсюдження.

У даній праці ми робимо спробу позначити шляхи для розробки нових алгоритмів розв'язку оберненої задачі в оптиці.

"Антикореляція" між фазою і амплітудою скалярного поля

Пари екстремумів інтенсивності певного типу (максимум–максимум або мінімум–мінімум) скалярного поля з'єднуються між собою лініями струму градієнта через сідлові точки [4]. Тобто стаціонарні точки інтенсивності, як і сингулярні точки фази, можуть бути об'єднані в мережі. На рис. 1 наведено приклад такої мережі. Проте мережі інтенсивності і фази пов'язані між собою. Інтенсивність й фаза поля не можуть змінюватися незалежно [4-9]. У цих працях показано, що

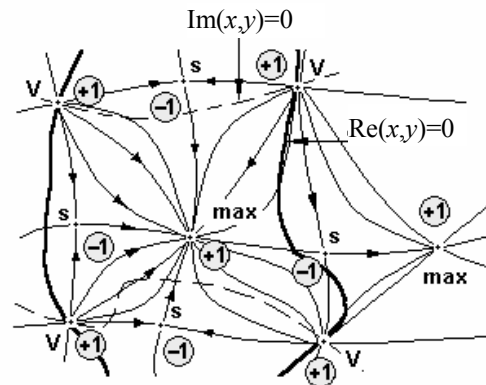


Рис. 1. Мережі сингулярних точок інтенсивності і фази, які утворені лініями струму градієнта і лініями $\text{Re}U$, $\text{Im}U=0$. Пуанкаре-індекс для максимумів, мінімумів, фазових вихорів (абсолютних мінімумів інтенсивності) і сідлових точок інтенсивності s позначений кружечками

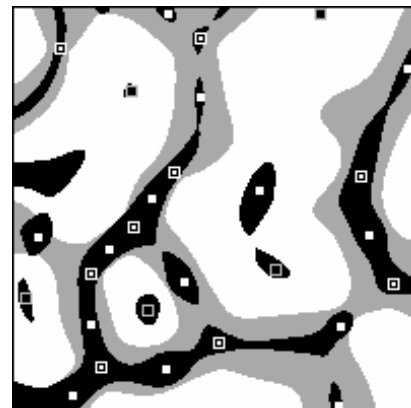


Рис. 2. "Антикореляція" фази та інтенсивності скалярного поля. $\blacksquare, \blacksquare$ – області з відносно великим градієнтом фази і малим градієнтом інтенсивності. $\square, \square, \square$ – вихори, сідла інтенсивності, максимуми інтенсивності

поведінка фази і інтенсивності поля жорстко пов'язані. Цей факт видно на рис. 2, де області з малим градієнтом інтенсивності збігаються з регіонами поля, в яких фаза змінюється відносно швидко. Можна також констатувати той факт, що більшість сідел інтенсивності лежить в областях, де фаза змінюється швидко. Лише сідлові точки, які забезпечують зв'язок між сусідніми максимумами, що асоціюються з одним спеклом, лежать у його центрі, в регіонах, де фаза практично стала.

Лінії струму градієнта, які перетинають сідлові точки інтенсивності

Розглянемо лінії струму градієнта, які починаються в сідлових точках інтенсивності. Очевидно, що такі лінії повинні "впадати" в сусідні вихори або в сусідні мінімуми. Зазначимо, що додаткових мінімумів (інтенсивність поля не дорівнює нулю) значно менше, ніж кількість абсолютних мінімумів (вихорів) [4]. Отже, більшість таких ліній повинна обмежувати зони поля, фаза в яких майже стала.

Для перевірки цього твердження було здійснено відповідне комп'ютерне моделювання.

Типові результати такого моделювання наведені на рис. 3, де зображені розподіл інтенсивності і фазова карта ділянки скалярного випадкового поля. Очевидно, що більшість ліній струму градієнта асоціюються з певними еквіфазними лініями, і певні "неінформативні" лінії можна не розглядати, якщо ми візьмемо до уваги той факт, що вони перетинають сідлові точки в областях із відносно великою інтенсивністю (зони, які знаходяться в центрі спеклу).

Природно, це непроста задача і вимагає розробки спеціального алгоритму.

Деякі зауваження відносно відновлення фази поля на основі аналізу мереж стаціонарних точок інтенсивності

Підсумуємо встановлені факти.

1. Мережі стаціонарних точок інтенсивності і вихорів фази пов'язані (хоча б у статистичному значенні).

2. Сідлові точки інтенсивності переважно знаходяться в регіонах, де фаза змінюється достатньо швидко, тобто там, де густина еквіфазних ліній поля найбільша, і, як правило, два сусідніх вихори різного знака можна з'єднати лінією струму градієнта, яка проходить через сідлову точку інтенсивності.

3. У межах фазового спеклу [4] фаза змінюється в межах $\pi/2$. Тому будь-яку лінію, яку можна провести у відносній близькості від істинної еквіфазної лінії, можна з достатньо великою точністю прийняти за цю еквіфазну лінію.

Отже, можна сформулювати першу гіпотезу: "лінію струму градієнта інтенсивності, яка перетинає сідлову точку інтенсивності, можна ототожнити з однією з еквіфазних ліній поля фази, що з'єднує сусідні вихори з різними знаками топологічного заряду". Інакше кажучи, аналізуючи характеристики системи особливих точок і ліній струму градієнта інтенсивності, можна з точністю до знака присвоїти топологічні заряди вихорам поля і з'єднати їх певними еквіфазними лініями. За результатами такого аналізу можна побудувати мережу, яка близька до істинної мережі вихорів або до аналогічної мережі комплексно-спряженого поля.

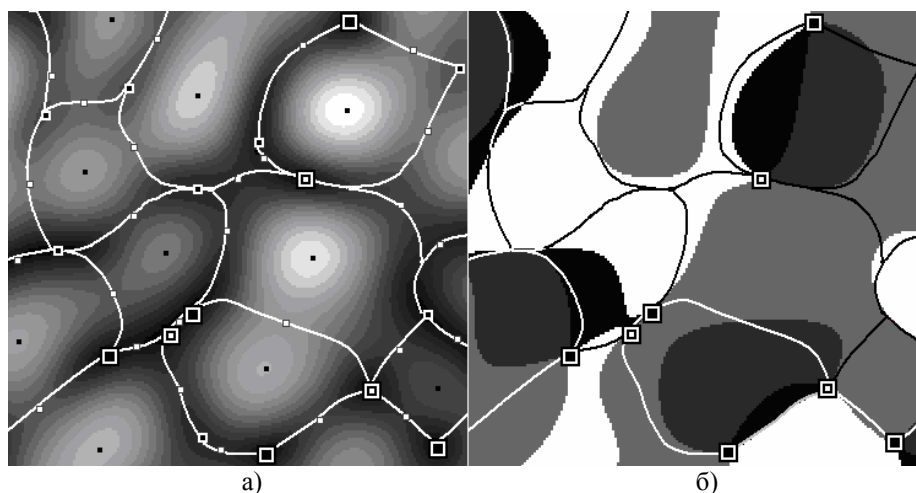


Рис. 3. Лінії струму градієнта, які проходять через сідлові точки інтенсивності. Розподіл інтенсивності ділянки поля з лініями струму градієнта, що перетинають сідала інтенсивності (а) і фазова карта цієї ділянки (б). Різні відтінки сірого кольору відповідають різній величині фази. Фаза розрахована з кроком $\pi/2$. \square, \blacksquare – позитивні і негативні вихорі, \square, \square – мінімуми і сідлові точки інтенсивності. Чорні, малі квадратики – максимуми інтенсивності

Природно, що таке твердження справедливе лише з певною часткою вірогідності і, очевидно, виконується не для всіх ділянок поля. Проте правомірним є твердження: "у полі можуть бути виділені ділянки, для яких із точністю до знака топологічного заряду вихорів можна встановити таку відповідність".

Тоді логічним продовженням вищесказаного є друга гіпотеза: "поле може бути поділено на ділянки, для яких мережа, утворена абсолютними мінімумами інтенсивності і її сідловими точками, які з'єднуються лініями струму градієнта, з точністю до знака топологічного заряду достатньо близька до мережі, утвореної вихорами цього поля".

Звідси випливає висновок, що якщо б існувала можливість точного визначення знака топологічного заряду довільного вихору поля, то знаки вихорів таких "елементарних" мереж можна однозначно узгодити й побудувати мережу, яка відповідає істинній мережі вихорів (можливо, за невеликим винятком) для всього поля.

Основна проблема полягає в тому, що ділянки мережі повинні бути "зістиковані" з точністю до знака \pm .

Як відомо [4], інформацію про знаки вихорів можна отримати з аналізу результатів інтерференційного експерименту, оскільки вихрові структури утворюють вилочки при їх інтерференції з регулярною опорною хвилею.

Тим не менше, таку інтерферометричну інформацію можна отримати з аналізу результатів інтерферометрії зсуву.

Отже, поданий нами розгляд відкриває шляхи розробки нових алгоритмів відновлення фази поля, виходячи з аналізу розподілу його інтенсивності і алгоритмів розв'язку оберненої задачі в оптиці.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Baltes H.P.* Inverse source problems in optics. – Berlin: Springer Verlag. – 1978.
2. *Freund I., Shvartsman N., Freilikher V.* Optical dislocation networks in highly random media // *Opt. Comm.* – 1993. – **101**. – P. 247-264.
3. *Nye J.F.* Natural focusing and fine structure of light. – Bristol and Philadelphia: Institute of physics publishing. – 1999.
4. *Mokhun I.I.* Introduction to linear singular optics, Chapter 1 in the book *Optical correlation techniques and applications* / Edited by O.V. Angelsky. – Bellingham, Washington: SPIE press. – 2007.
5. *Nye J.F., F.R.S., Hajnal J.V., Hannay J.H.* Phase saddles and dislocations in two-dimensional waves such as the tides // *Proc. R. Soc. Lond.* – 1988. – **A417**. – P. 7-20.
6. *Freund I., Shvartsman N.* Wave-field singularities: The sign principle // *Phys. Rev. A.* – 1994. – **50**, No.6. – P. 5164-5172.
7. *Freund I.* '1001' correlations in random wave fields // *Waves Random Media.* – 1998. – **8**. – P. 119-158.
8. *Freund I., Shvartsman N.* Vortices in random wave fields: Nearest neighbor anticorrelations. // *Physical Review Letters.* – 1994. – **72**. – P. 1008-1011.
9. *Mokhun I.* Amplitude zeroes and structure of statistical optical fields. Correlation between the field's intensity and phase // *Proc. SPIE.* – 1998. – **3573**. – P. 567-571.