

© 2011 р. Б.І. Яворський, Є.Б. Яворська, Ю.Б. Промович

Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя, Тернопіль

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРЯМОЇ ЗАДАЧІ ЕЛЕКТРОІМПЕДАНСНОЇ ТОМОГРАФІЇ

Побудовано імітаційну модель для прямої задачі електроімпедансної томографії з використанням двохелектродного способу вимірювання електричного імпедансу. Модель працює із входними даними у вигляді тестового зображення розподілу провідності перерізу провідного тіла. Результатом роботи моделі є послідовність значень падінь електричної напруги для кожної з формально означених пар вимірювальних електродів. Результат імітаційного моделювання порівняли з результатом реального томографічного експерименту. Імітаційну модель застосовано для верифікації методу реконструкції зображення, що використовує зворотне проектування вздовж ліній максимальної густини електричного струму.

Ключові слова: імітаційна модель, томографія, густина електричного струму, реконструкція зображення.

Построена имитационная модель для прямой задачи электроимпедансной томографии с использованием двухэлектродного способа измерения электрического импеданса. Модель работает с входными данными в виде тестового изображения распределения проводимости сечения проводящего тела. Результатом работы модели является последовательность значений падений электрического напряжения для каждой из формально указанных пар измерительных электродов. Результат имитационного моделирования сравнили с результатом реального томографического эксперимента. Имитационная модель применена для верификации метода реконструкции изображения, использующей обратное проектирование вдоль линий максимальной плотности тока.

Ключевые слова: имитационная модель, томография, плотность электрического тока, реконструкция изображения.

An imitation model for the direct problem of the electrical impedance tomography with use of the two electrode electric impedance measuring method is built. The model with a data as from a test conductivity distribution image of a flat section conducting body is used. The result of imitation design is a sequence of voltage falling values for each of formally certain pair of measuring electrodes. The result of the imitation design was compared with the result of the real tomographic experiment. The imitation models for the verification the back projection along the lines of maximal electric current density image reconstruction method are used.

Keywords: simulation model, tomography, electric current density, image reconstruct.

Вступ

Тестування алгоритмів реконструкції і верифікація методів отримання зображень для електроімпедансної томографії (ЕІТ) потребує набору входних даних, які отримують шляхом томографічного експерименту (ТЕ). Під ТЕ розумітимемо процес вимірювання струмів (напруг) на поверхні провідного тіла за допомогою системи електродів. Зрозуміло, що реалізація ТЕ завжди супроводжується похибкою вимірювання, яка при розв'язанні зворотної, а тому некоректно поставленої задачі реконструкції, призводитиме

до неповторюваності результатів окремих реалізацій ТЕ [1], що, в свою чергу, ускладнює оцінювання і порівняння алгоритмів реконструкції. Окрім того, в кількісних критеріях оцінки реконструйованого зображення використовують порівняння останнього із еталонним, яке у ТЕ над фізичним об'єктом априорі невідоме. Сервери статичної ЕІТ та галереї електроімпедансних зображень, які використовують співтовариство ЕІТ [2], уможливають лише відносне оцінювання зображень, отриманих різними методами. Тому, виникає задача забезпечення повторювано-

сті результатів ТЕ для кількісного і ефективного оцінювання алгоритмів реконструкції. Найпростіше цю задачу розв'язати шляхом імітаційного моделювання ТЕ, адже в цьому випадку процес вимірювання потенціалів замінюється пошуком розв'язку прямої задачі ЕІТ.

Реалізація ТЕ є прямою задачею і її розв'язок – вхідні дані для алгоритму реконструкції – буде єдиним і стійким (для заданих вхідних умов проведення ТЕ). Одним з найбільш перспективних підходів до розв'язання прямої задачі ЕІТ є метод скінченних елементів [3]. Недоліком методу є значні обчислювальні ресурси, які потрібні для розв'язання системи рівнянь, за допомогою яких описується сітка резисторів, якою, в свою чергу, моделюється переріз провідного тіла.

У даній праці побудовано імітаційну модель для прямої задачі ЕІТ з використанням рівнянь Максвелла. Модель адаптована для роботи з тестовими зображеннями розподілу провідності перерізу тіла. Верифікацію імітаційної моделі проведено шляхом порівняння змодельованих даних (отриманих від імітаційної моделі) із даними ТЕ. Для порівняння застосовано коефіцієнт кореляції між зображеннями – результатами реконструкцій за тестовими даними імітаційної моделі і даними ТЕ. Таке порівняння з одного боку вимагає застосування ще й алгоритму реконструкції зображення, що робить постановку задачі верифікації комп'ютерної імітаційної моделі і, відповідно, її розв'язок складнішими, а з іншого боку при цьому можлива ще й візуальна оцінка і якісне (наочне) порівняння результатів.

Імітаційну модель застосовано для верифікації методу реконструкції зображення [4] для задачі ЕІТ, що використовує зворотне проектування проекційних даних вздовж ліній максимальної густини електричного струму.

Структурна ідентифікація імітаційної моделі ТЕ

У структуру побудованої імітаційної моделі входять: тестове зображення перерізу провідного тіла, алгоритм пошуку параметрів

рів електричного поля на границі тестового зображення перерізу в точках розміщення електродів та схема проведення ТЕ, в якій враховано вимоги щодо кількості електродів і порядок їх ввімкнення в ході ТЕ, тобто формалізовано процедуру проведення ТЕ.

Нехай тестове зображення перерізу провідного тіла є дискретною двохмірною функцією $f=I_{test}(j,k)$, в якій значення аргументів $(j,k) \in \Omega$ є індекс елемента площини перерізу Ω (область визначення функції $I_{test}(j,k)$), а область значень функції $I_{test}(j,k)$ для пари (j,k) еквівалентна області значень середнього питомого опору $R_{mean}(j,k)$ в околі деякої точки $M(x,y)$, яка є квадратом зі стороною a структурного елемента тестового зображення

$$R_{mean}(j,k) = \frac{1}{a^2} \int_{x-a/2}^{x+a/2} \int_{y-a/2}^{y+a/2} R ds,$$

де $R \in \Omega$ – неперервне представлення функції розподілу питомого опору тестового зрізу провідного тіла, тобто $I_{test}(j,k) = R_{mean}(j,k)$. Отже, вибравши a задаємо підобласть аргументів для усереднення значень неперервної функції розподілу питомого опору R у ній. Результатом такого перетворення є функція $I_{test}(j,k)$ як дискретна модель провідного тіла (англ. *Finite Elements Model*). Таке розбиття зображення рівномірною прямокутною сіткою найзручніше для представлення останнього на графічних дисплейних терміналах. Надалі, для побудови структури імітаційної моделі використовуватимемо дискретні вирази, що дозволить її легко реалізувати засобами обчислювальної техніки.

Імітаційну модель побудовано для реалізації двохелектродного методу вимірювання електричного імпедансу (англ. *opposite method*). Особливість застосування останнього у прикладанні електричного струму і вимірюванні падіння напруги, яка є пропорційною електричному імпедансу, лише однією парою електродів.

Важливим елементом імітаційної моделі ТЕ є алгоритм пошуку параметрів електричного поля на границі тестового зображення. Алгоритм будуємо на основі математичної моделі взаємодії електричного поля з провід-

ним середовищем, яка описується системою рівнянь Максвелла [5] з врахуванням того, що потужність, які виділяються на елементах провідного тіла P_{Ω} і потужність P_G , яка затрачається джерелом енергії однакові [6] (див. рис.1).

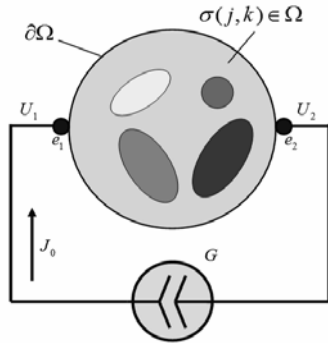


Рис. 1. Схема реалізації двохелектродного методу вимірювання електричного імпедансу.

Якщо до провідного тіла через довільну пару електродів $e_1(j,k)$ і $e_2(l,m)$, таких, що $(j,k) \in \Omega$ і $(l,m) \in \Omega$, але $j \neq l$ і $k \neq m$, а $d\Omega$ – границя області, підключити джерело постійного електричного струму G , то в колі виникне електричний струм J_0 . Нехай $e_1(j,k)$ – точка входу струму в область, а $e_2(l,m)$ – єдина точка виходу струму з області Ω , всередині якої розподіл питомої провідності σ задано у вигляді функції $I_{test} \in \Omega$. Потрібно знайти різницю потенціалів $U_2 - U_1$ між точками e_1 і e_2 . Для заданої функції-зображення $I_{test}(j,k) \in \Omega$ і пари струмонесучих електродів e_1 і e_2 розрахуємо напруженість $\vec{E}(j,k)$ поля постійного електричного струму як напруженість електростатичного поля, створеного двома точковими зарядами q_1 і q_2 , які розміщені, відповідно, у точках e_1 і e_2 і мають однаковий за модулем і протилежний за знаком заряд q (принцип електростатичної аналогії) [7]:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \cdot \left(\frac{q(\vec{r}_1 - \vec{r}_2)}{r^3} \right), \quad (1)$$

де \vec{r}_1 і \vec{r}_2 радіус-вектори від точок джерел поля до точки спостереження напруженості. Потужність P_{Ω} визначиться як інтеграл елементарних потужностей, які виділяються на кожному з елементарних елементів середовища:

$$P_{\Omega} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \delta(j,k) I_{test}(j,k) |\text{grad}\phi|^2, \quad (2)$$

де ϕ – потенціал поля електричного струму.

Функція $\delta(j,k) = \begin{cases} 1, & \forall (j,k) \in \Omega \\ 0, & (j,k) \notin \Omega \end{cases}$ визначає

належність елементарного елемента прямокутного растру (пікселя) розмірності $J \times K$ пікселів до області Ω , на якій визначена I_{test} . Затрачена джерелом потужність визначиться з виразу

$$P_G = |J_0| (U_2 - U_1). \quad (3)$$

Різницю потенціалів між точками e_1 і e_2 обчислимо враховуючи $P_G = P_{\Omega}$:

$$U_{1,2} = U_2 - U_1 = \frac{P_{\Omega}}{|J_0|}. \quad (4)$$

Отже, задавшись правилом вибору точок e_1 і e_2 (рис.1), тобто провівши формалізацію ТЕ, можна провести розрахунок величини падіння напруги для всіх комбінацій електродів.

Параметрична ідентифікація імітаційної моделі ТЕ

Нехай зображення I_{test} відтворює круговий переріз провідного тіла. Структурні елементи зображення (рис.2а) характеризуються такими значеннями питомої провідності: основа – неперервний розподіл провідності, заданий функцією ($k=0,2, a=1$):

$$\sigma_E = a + \frac{k}{2i} (e^{i\pi x} - e^{-i\pi x})(e^{i\pi y} - e^{-i\pi y}), \quad (5)$$

і три круглих включення, питомий опір яких становить 1,4 і 1,35 Ом/м. Задання неперервного розподілу з допомогою функції потрібне для тестування лінійного алгоритму реконструкції [4].

Інтенсивності елементів тестового зображення приблизно відповідає значенням питомого опору м'яких тканин живого організму. Круглі включення моделюють ракову тканину, питомий опір якої є на 10-20% менший від типового питомого опору тканини, з якої та розвинулася [8]. Отже, побудована модель дасть можливість оцінити ефективність методу для виявлення злоякісних пухлин у м'яких тканинах.

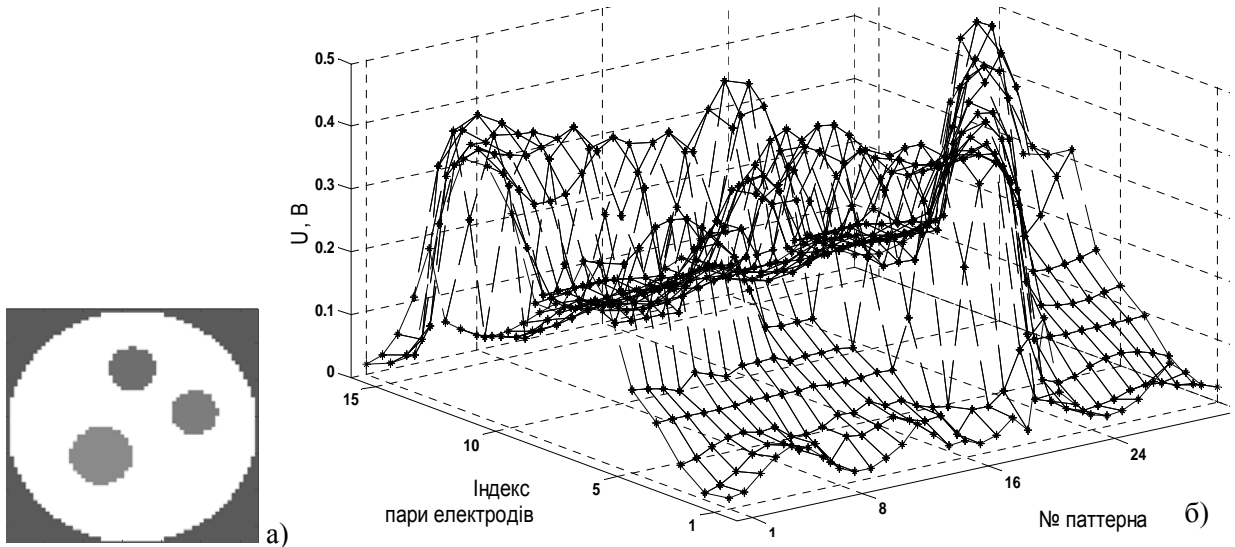


Рис. 2. Зображення-модель провідного тіла (а) і результат імітаційного моделювання ТЕ (б).

Електроди, розміщені на границі провідного тіла, рівновіддалені один від одного. ТЕ проводимо за схемою

$$e = \begin{pmatrix} N-1 & \dots & 1-N \\ \vdots & & \vdots \\ N/2-(N/2-1) & \dots & (N/2-1)-N/2 \end{pmatrix}, \quad (6)$$

де N – кількість електродів вимірювальної системи. Кожен рядок матриці індексує паралельно розміщені двійки електродів одного паттерна (одна ортогональна проекція). Кожний сусідній стовбець матриці містить індекси електродів паттерна, повернутого на кут $\alpha=2\pi/N$ [4].

Оскільки вихідні дані реального ТЕ містять похибку вимірювання, то реконструйоване зображення розглядали як випадкове. Статистичний підхід до томографічних зображень застосовано у праці [9]. Як кількісний критерій оцінки випадкового зображення застосували коефіцієнт кореляції тестового I_{test} і реконструйованого I_R зображень, який обчислили так:

$$r = \frac{\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \delta \cdot [(I_{test} - \overline{I_{test}})(I_R - \overline{I_R})]}{\sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \delta \cdot (I_{test} - \overline{I_{test}}) \cdot \sum_{j=1}^J \sum_{k=1}^K \delta \cdot (I_R - \overline{I_R})}, \quad (7)$$

де $\overline{I_{test}}$, $\overline{I_R}$ – середні значення інтенсивності тестового і реконструйованого зображень.

Алгоритм імітаційного моделювання ТЕ і натурна верифікація імітаційної моделі

Послідовність дій при отриманні вихідних даних томографічного експерименту наступна:

- 1) Формуємо тестове зображення розподілу провідності (рис.2а).
- 2) Задаємо кількість електродів (в нашому випадку $N=32$).
- 3) використовуючи (1-4) для всіх пар електродів, що задаються виразом (5) шукаємо різницю потенціалів. Отриманий масив U_{e_1, e_2} (рис.2б) буде результатом імітаційного моделювання.


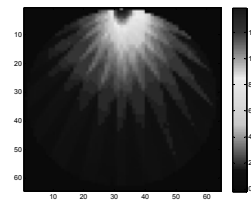
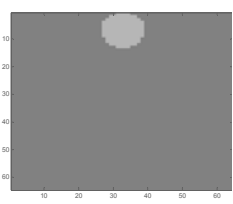
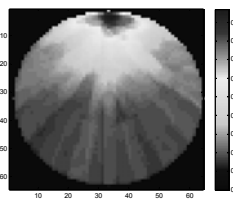

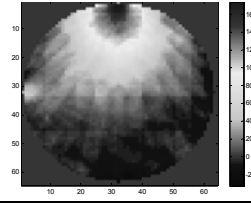
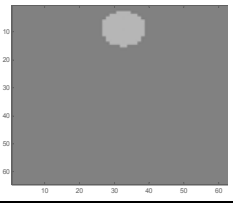
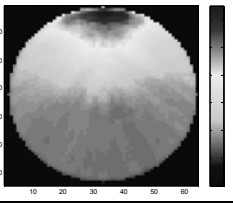

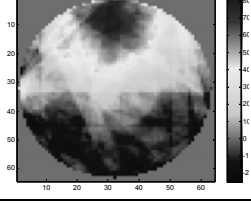
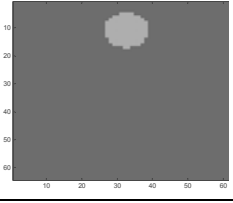
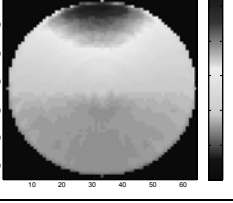

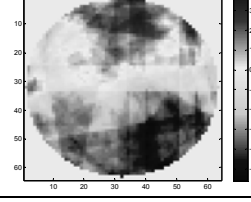
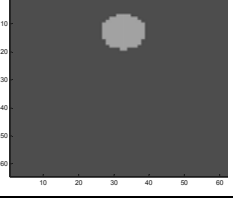
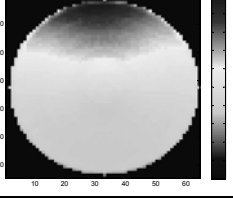

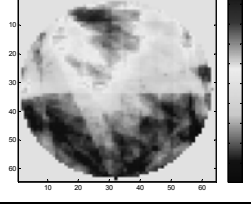
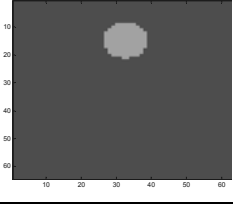
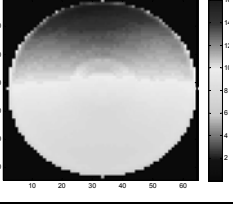
Імітаційна модель, завдяки маніпуляціям над елементами тестового зображення, має можливість відтворювати етап калібрування томографа, який полягає у двох послідовних реалізаціях ТЕ над однорідним тестовим зображенням розподілу провідності без включень з отриманням опорних даних ТЕ ($U_{test}^{base}(e_1, e_2)$) і ТЕ над тестовим зображенням зі сторонніми включеннями (при цьому отримуємо масив $U_{test}(e_1, e_2)$). При імітації режиму калібрування вихідні дані томографічного експерименту $U_{test}^{cal}(e_1, e_2)$ формуються як різниця обох спостережень, тобто $U_{test}^{cal} = U_{test} - U_{test}^{base}$.

Для верифікації імітаційної моделі порів-

няємо, з застосуванням критерію (7), результати імітаційного і натурального моделювання ТЕ. Натурне моделювання провели з використанням макету томографа, розробленого на кафедрі біотехнічних систем ТНТУ імені Івана Пулюя. Оскільки, фізично змакетувати провідне середовище зі складною топологією скалярного поля питомої провідності важко, то для натурної верифікації імітаційної моделі побудуємо наступну спрощену тестову модель – однорідна за провідністю основа і кругле непровідне включення. Імітаційна модель імітує фізичну у вигляді циліндричної ванни діаметром 100 мм, заповненою 0,9% водним розчином NaCl, в яку поміщено скляне непровідне тіло круго-

вого перерізу 23 мм в діаметрі. Мета експерименту полягала у встановленні кореляційного зв'язку між результатами натурального і імітаційного моделювання ТЕ. Непровідне тіло розміщували у ванні з сольовим розчином на різній відстані від границі області і проводили ТЕ. Для кожної позиції провідного тіла у ванні створено тестове зображення. Над провідним тілом і його імітаційною моделлю провели ТЕ і реконструювали зображення із застосуванням методу зворотного проектування проєкційних даних вздовж ліній максимальної густини електричного струму [4]. Обчислено коефіцієнт кореляції для реконструйованих зображень. Дані зведено в таблицю 1.

Таблиця 1. Порівняння результатів фізичного і імітаційного моделювання ТЕ.

I_{real}	I_{real}^R	I_{test}	I_{test}^R	$r(I_{test}^R, I_{real}^R)$
				0,8939
				0,7922
				0,7465
				0,1677
				0,0382

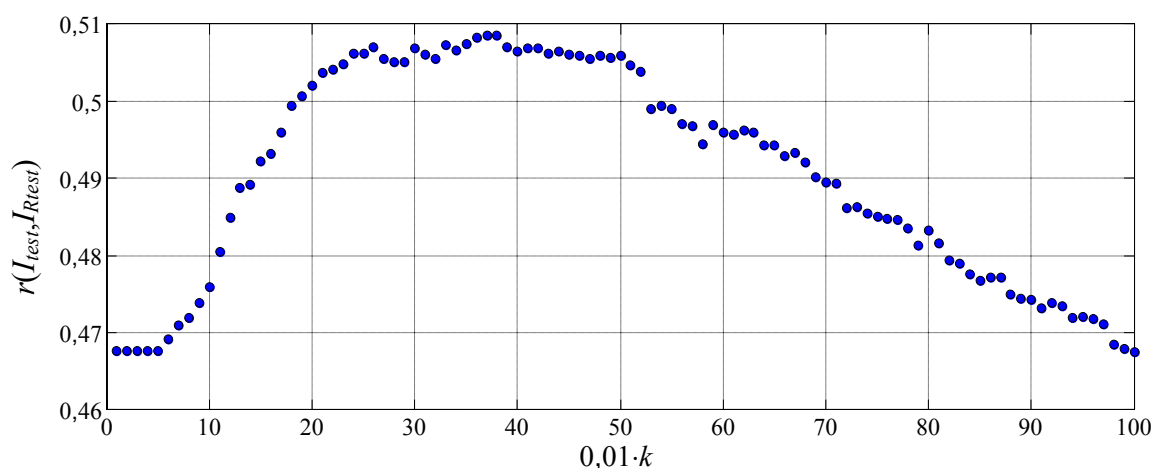


Рис. 3. Залежність коефіцієнта кореляції вхідного і реконструйованого зображень імітаційної моделі від зміни параметра k емпірично заданого середовища.

Результати експерименту вказують на існування кореляційного зв'язку. Між зображеннями, отриманими, коли стороннє непровідне тіло розміщене поблизу границі області, спостерігається задовільний кореляційний зв'язок між результатами імітаційного і натурного моделювання. При переміщенні непровідного тіла в напрямку до центру стає важче його локалізувати – кореляційний зв'язок втрачається. Це пов'язано з тим, що густина ліній електричного струму більша поблизу границі області. Крім того, при натурному проведенні ТЕ вихідні дані містять ще й похибку вимірювання. При розміщенні непровідного тіла ближче до центру зростає співвідношення сигнал-шум, що ускладнює його локалізацію.

Візуальна оцінка зображень, розміщених у колонках 2 і 4 таблиці 1 дозволяє зробити висновок про відповідність імітаційної моделі фізичній.

Для збільшення інформативності реконструйованого зображення, отриманого від імітаційної моделі, потрібно проводити високочастотну фільтрацію. Для фізичного моделювання з похибкою вимірювання покращувати якість зображення потрібно шляхом збільшення чутливості виміральної схеми томографа і мінімізуючи співвідношення сигнал-шум.

Використаємо імітаційну модель для тестування методу зворотного проектування вздовж ліній максимальної густини елект-

ричного струму [4]. Для тестування методу зроблено припущення, що є відомим (в даному випадку є відомою функціональна залежність) розподіл питомого опору слабого неоднорідного середовища (5), але невідомими залишаються кількісні параметри цього розподілу (параметр k).

Реконструкцію за вихідними даними імітаційного моделювання ТЕ (рис.2б) проведено для різних значень коефіцієнта k виразу (5) і розраховано коефіцієнт кореляції між реконструйованими вхідним I_{real}^R і результатом I_{test}^R зображенням. Дані наведені на рис.3, де вбачається закономірність: при зміні параметра k коефіцієнт кореляції змінюється. Так, при зміні k від 0 до 0,2 коефіцієнт кореляції зростає на 4%. При $k=0$ апріорна топологія поля в алгоритмі реконструкції не враховується, тобто мали випадок зворотного проектування вздовж прямих ліній, який застосований у праці [10]. Використання методу дає можливість у випадку, коли точно відомі параметри емпіричного середовища, підвищити на 4% точність реконструкції.

Висновки

Комп'ютерна імітаційна модель ТЕ, яка побудована на точних математичних співвідношеннях, що відповідають фізичній природі задачі, уможливило отримання проєкційних даних для алгоритму реконструкції.

У медичній діагностиці електроімпедансну томографію найкраще застосовувати для виявлення зон з аномальною провідністю на фоні однорідного, або слабко неоднорідного середовища. Використання відомостей про апіорний розподіл провідності (застосування методу зворотного проектування вздовж ліній максимальної густини електричного струму) дає можливість підвищити вірогідність реконструйованого зображення, що відображається в підвищенні коефіцієнта кореляції щодо вхідного зображення на 4%.

Побудована імітаційна модель може бути корисною для тестування алгоритмів реконструкції.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Тихонов А.Н. Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979.
2. On-line static EIT reconstruction server [Електронн. ресурс]. <http://www.cplire.ru/tserver>.
3. Рыбин А.И. Восстановление образа в импедансной томографии на базе метода конечных элементов // Радиоэлектроника. – 1996. – №7. – С.38-47.
4. Яворський Б.І. Метод реконструкції зображень в електроімпедансній томографії // Вісник ТДТУ ім. І. Пулюя. – 2009. – 14(1). – С.154-161.
5. Агно А. Математика для электро- и радиоинженеров / Под ред. К.С. Шифрина. – М.: Наука, 1964.
6. Hanke-Bourgeois M. Mathematische Grundlagen der Impedanztomographie [Електронний ресурс]. <http://www.numerik.mathematik.uni-mainz.de/~hanke/eitvorl.pdf>.
7. Яворски, Б.М. Справочник по физике для инженеров и студентов вузов. – М.: ООО "Издательство Оникс", 2006.
8. Рожкова Н.И. Роль электро-импендансной маммографии в диагностике заболеваний молочной железы // Поликлиника. – 2008. – №6. – С.51-52.
9. Троцкий И.Н. Статистическая теория томографии. – М.: Радио и связь, 1989.
10. Kovačić D. An electrical impedance tomography system for current pulse measurements [Електронн. ресурс]. <http://www.bib.irb.hr/datoteka/71589.D.pdf>.