

## ВПЛИВ ВЕЛИЧИНИ І РОЗТАШУВАННЯ ЗОСЕРЕДЖЕНИХ СИЛ НА ФОРМУВАННЯ МУАРОВИХ КАРТИН В *LLL*-ІНТЕРФЕРОМЕТРИ

Досліджено особливості формування X-хвильових муарових зображень, що виникають при дії одновимірних рядів локальних зосереджених сил на вихідну поверхню аналізатора трикристального *LLL*-інтерферометра. Наявність постійного фазового зсуву в одній із інтерферуючих хвиль в аналізаторі інтерферометра приводить до зменшення періоду, контрастності та розміру області прояву деформаційних муарових смуг. Область ефективної взаємодії фазового та деформаційного муарів залежить не тільки від величини постійного фазового зсуву, а також від величини та характеру розташування локальних зосереджених сил у рядах.

**Ключові слова:** *LLL*-інтерферометр, муарові смуги, зосереджена сила, деформаційне поле.

Исследованы особенности формирования рентгеновских муаровых изображений, возникающие при действии одномерных рядов локальных сосредоточенных сил на исходную поверхность анализатора трикристального *LLL*-интерферометра. Наличие постоянного фазового сдвига в одной из интерферирующих волн в анализаторе интерферометра приводит к уменьшению периода, контрастности и размера области формирования деформационных муаровых полос. Область эффективного взаимодействия фазового и деформационного муара зависит не только от величины постоянного фазового сдвига, а также от величины и характера расположения локальных сосредоточенных сил в рядах.

**Ключевые слова:** *LLL*-интерферометр, муаровые полосы, сосредоточенная сила, деформационное поле.

We study the mechanisms of forming X-ray moiré images arising under the action of one-dimensional rows of local concentrated forces at output surface of a surface of triple-crystalline-interferometer. Presence of constant phase shift of one of the interfering waves in the interferometer's analyzer results in diminishing of period, contrast and area of deformation moiré fringes. It is shown that the area of efficient interaction of phase and deformation moirés depends on both the magnitude of the constant phase shift and on the magnitude and character of arrangement of local concentrated forces in rows.

**Keywords:** *LLL*-interferometer, moiré image, point force, deformation fringes.

### Вступ

Динамічна теорія розсіяння X-хвиль, яка є основою більшості дифракційних методів діагностики структури реальних кристалів, поки що, не дає строгих аналітичних розв'язків навіть для простих дефектів. Тому сьогодні широко використовують моделювання дифракційних процесів у реальних кристалах, які містять дефекти кристалічної будови. Кількісні і якісні розподіли деформаційних полів в областях локалізації дефектів на X-хвильових топограмах визначаються шляхом співставлення змодельованих і експериментально отриманих зображень.

Особливо складно проаналізувати природу утворення дифракційного контрасту для кристалів, які містять комплекси дефек-

тів різного типу і концентрацій. Це обумовлено тим, що ще не встановлено роль усіх факторів, які впливають на розподіл інтенсивності X-хвиль у реальних кристалах. Як правило, не завжди відомий результуючий вплив дії декількох факторів, хоча для кожного з них він може бути добре відомий.

Значно спростити задачу вивчення комбінованого впливу дефектів на дифракцію X-хвиль можна використовуючи моделювання в спеціально підібраних умовах, де дифракційні ефекти проявляються більш в повній мірі, а вплив зовнішніх чинників керований. Найбільш ефективним є застосування для цієї мети моделі зосередженої сили, яка дозволяє створювати в кристалі як довгоперіодні, так і локалізовані деформації.

X-хвильова інтерферометрія на даний час є дуже потужним засобом дослідження медичних та біологічних зразків у фазовій томографії. При цьому на якість інтерференційних зображень суттєво впливають дефекти структури та макродеформації, які присутні у пластинах інтерферометра [1,2]. Не менш важливим є врахування розподілу фази в X-хвильових пучках, які інтерферують в аналізаторі інтерферометра. Тому дослідження впливу різноманітних факторів на формування муарових зображень є практично важливим завданням.

Багатьма дослідниками показано:

- створене інтерференційною взаємодією хвильових полів унікальне фазове зображення – муар, дозволяє безпосередньо визначити зміщення атомних площин кристалічної ґратки [3];

- формування груп когерентних пучків X-хвиль та їх взаємної суперпозиції є важливим завданням X-хвильової інтерферометрії, що приводить до вивчення особливостей динамічного розсіювання X-хвиль в пружно деформованих монокристалах, і є важливим підґрунтям для подальшої розробки методик визначення компонент тензора деформацій у реальних монокристалах [4];

- X-хвильові інтерферометричні методи є ефективними при визначенні показників заломлення та густин біологічних речовин, однорідності розподілу густини для непрозорих об'єктів у фазовій томографії [2,5];

- можливість формування топографічного зображення в результаті інтерференції висококогерентного падаючого і розсіяного об'єктом X-хвиль таке, як і у відомій схемі осьової (in-line) голографії [6,7];

- ефективність методів цифрової обробки (методів вейвлет-аналізу) експериментальних муарових і топографічних зображень для комп'ютерної реконструкції неоднорідностей розподілів показників заломлення медико-біологічних об'єктів [8,9].

### Методика проведення числового експерименту

Якщо в одній із пластин X-хвильового LLL-інтерферометра (рис.1) існують пору-

шення ідеальності кристалічної ґратки, то це призводить до локальної зміни вектора дифракції з  $\vec{H}$  на  $\vec{H} + \Delta\vec{H}$  і, як наслідок, до зміни розподілу інтенсивностей  $R_0$  і  $R_h$  пучків в площині розсіювання і формування відповідної геометрії інтерференційної картини. При цьому принципове значення має різниця фаз  $\phi$ , з якою інтерферуючі хвилі приходять на поверхню кристала-аналізатора. Знаючи різницю фаз і зміну періодів муарових смуг, можна дослідити вплив тих чи інших факторів на формування інтерференційного хвильового поля.

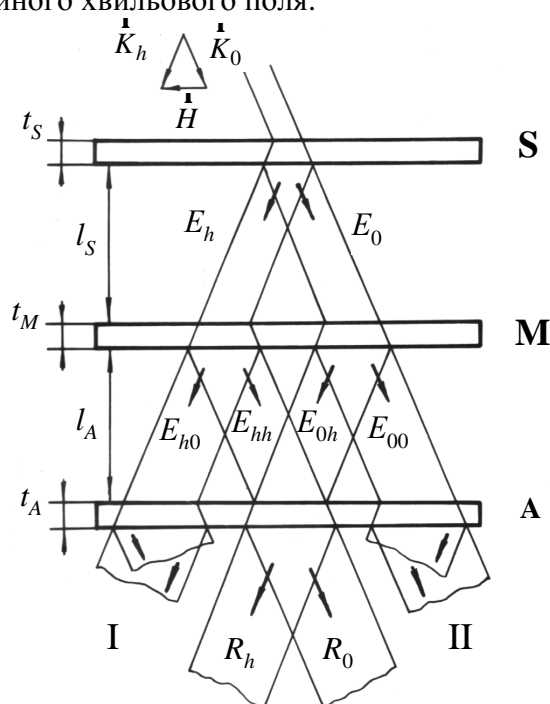


Рис. 1. Схема X-хвильового LLL-інтерферометра: S – розчеплювач, M – дзеркало, A – аналізатор.

Зауважимо, що теорія Джіверса [10], розвинена для дифракції електронів, може бути застосовна і для розсіювання X-хвиль у випадку симетричних відбивань. Тоді інтерференційне хвильове поле, яке формується на виході з інтерферометра [11-13] має вигляд:

$$R_h = E_{0h}^I E_{0h}^{I*} = (E_0^{\text{II}} e^{i\phi_1^{\text{II}}} + E_h^{\text{I}} e^{i\phi_2^{\text{I}}}) (E_0^{\text{II}*} e^{-i\phi_1^{\text{II}}} + E_h^{\text{I}*} e^{-i\phi_2^{\text{I}}}), \quad (1)$$

$$R_0 = E_{0h}^{\text{II}} E_{0h}^{\text{II}*} = (E_0^{\text{I}} e^{i\phi_1^{\text{I}}} + E_h^{\text{II}} e^{i\phi_2^{\text{II}}}) (E_0^{\text{I}*} e^{-i\phi_1^{\text{I}}} + E_h^{\text{II}*} e^{-i\phi_2^{\text{II}}}), \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{де } E_0^I &= E_0^S E_h^M E_0^A, \quad E_h^I = E_h^S E_h^M E_h^A, \\ E_0^{II} &= E_h^S E_0^M E_0^A, \quad E_h^{II} = E_0^S E_h^M E_h^A, \\ \varphi_1^{II} &= \varphi_0^S + \varphi_h^M + \varphi_0^A, \quad \varphi_2^I = \varphi_h^S + \varphi_h^M + \varphi_h^A, \\ \varphi_2^{II} &= \varphi_h^S + \varphi_h^M + \varphi_0^A, \quad \varphi_1^I = \varphi_0^S + \varphi_h^M + \varphi_h^A, \end{aligned}$$

результуючі хвильові поля вздовж напрямків I і II після дифракційного відбивання і заломлення (індекси 0 і h, відповідно) в пластинках S, M і A LLL-інтерферометра (рис.1). Знак "\*" – комплексно спряжена величина.

$$\begin{aligned} R_h &= R_0^A(-\hat{H}) + R_h^A(\hat{H}) + \\ &+ \operatorname{Re}(E_0^A(-\hat{H})E_h^{A*}(\hat{H}) + E_h^A(\hat{H})(E_0^{A*}(-\hat{H}))) \cos(2\pi\varphi) + \\ &+ \operatorname{Im}((E_0^A(-\hat{H})E_h^{A*}(\hat{H}) + E_h^A(\hat{H})(E_0^{A*}(-\hat{H}))) \sin(2\pi\varphi), \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} R_0 &= R_0^A(\hat{H}) + R_h^A(-\hat{H}) + \\ &+ \operatorname{Re}(E_0^A(\hat{H})E_h^{A*}(-\hat{H}) + E_h^A(-\hat{H})(E_0^{A*}(\hat{H}))) \cos(2\pi\varphi) + \\ &+ \operatorname{Im}((E_0^A(\hat{H})E_h^{A*}(-\hat{H}) + E_h^A(-\hat{H})(E_0^{A*}(\hat{H}))) \sin(2\pi\varphi), \end{aligned} \quad (4)$$

де  $\varphi = \varphi^I - \varphi^{II}$  – різниця фаз, що набігає вздовж одного з напрямків I або II.

У слабо деформованих кристалах або на значній відстані від джерела деформації (наприклад, лінії дислокації) амплітуди  $E_{0,h}$  хвильових полів повільно змінюються і формування муарової картини пов'язано, в основному, з їх фазовою невідповідністю. Це дозволяє використовувати ейкональне наближення теорії Каго [14], в якій вектор дифракції  $\hat{H}$  є функцією просторових координат і грає роль повільно змінюваного показника заломлення. У цьому випадку розмір неоднорідності  $L$  перевищує екстинційну довжину  $\Lambda$ . Такий підхід дозволяє виділити в амплітудах швидкозмінні фазові множники [15]:

$$\hat{E} = \begin{pmatrix} E_0 \\ E_h \end{pmatrix} = e^{iS^+(x,z)} \hat{E}^+(x,z) + e^{iS^-(x,z)} \hat{E}^-(x,z), \quad (5)$$

де  $S^+$ ,  $S^-$  – два ейконали (фази), що відповідають двом різним гілкам дисперсійної поверхні.

Для знаходження комплексних амплітуд хвиль на виході з кристала-аналізатора використовуємо систему рівнянь Такагі [16],

Для спрощення розрахунків можна вважати, що після проходження перших пластин інтерферометра в кристалі-аналізаторі A накладаються лише дві плоскі когерентні хвилі рівної інтенсивності:

$$\begin{aligned} (E_h^S E_0^M)(E_h^S E_0^M)^* &= (E_0^S E_h^M)(E_0^S E_h^M)^*, \\ \text{або } R_h^S R_0^M &= R_0^S R_h^M. \end{aligned}$$

Тоді розподіл інтенсивності, який виникає в аналізаторі інтерферометра, можна описати такою суперпозицією хвильових полів:

яку після підстановки (5), можна представити у вигляді:

$$(\hat{D}_s + \hat{D})\hat{E} = \hat{0}, \quad (6)$$

де

$$\begin{aligned} \hat{D}_s &= \begin{pmatrix} -\left(\frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial z}\right) & \tilde{\chi} \\ \tilde{\chi} & \left(\frac{\partial S}{\partial x} - \frac{\partial S}{\partial z}\right) - 2\alpha(\hat{r}) \end{pmatrix}, \\ \hat{D} &= \begin{pmatrix} i\left(\frac{\partial}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}\right) & 0 \\ 0 & i\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\right) \end{pmatrix}, \end{aligned} \quad (7)$$

$\alpha(\hat{r}) = \alpha_0 - 2\left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial x}\right)(\hat{H}U)$ ,  $\alpha_0$  – характеризує розорієнтацію кристалу як цілого,  $\tilde{\chi} = |C|(\chi_h \chi_h^-)/2$ ,  $\hat{H}$  – вектор дифракції,  $U$  – поле зміщень.

Для опису хвильового поля всередині однієї з пластин інтерферометра використовуємо наближення [17]

$$\chi_h^A = \chi_h \exp[-2\pi i(\hat{H} + \Delta\hat{H}, \hat{r} + \Delta\hat{r})], \quad (8)$$

де  $\Delta\hat{r}$  описує зміщення або поворот атом-

них площин,  $\chi_h$  – коефіцієнт Фур'є-поляризованості.

Оскільки  $\dot{H}\Delta\mathbf{r} = -(\mathbf{r}\Delta\dot{H})$ , то в (8) замінимо аргумент функції  $(\dot{H} + \Delta\dot{H}, \mathbf{r} + \Delta\mathbf{r})$  на  $(\dot{H}\Delta\mathbf{r}) + (\mathbf{r}\Delta\dot{H})$ .

Існування нетривіального рішення рівняння  $\hat{D}_s \hat{E} = \hat{0}$  вимагає, щоб детермінант матриці  $\hat{D}_s$  дорівнював нулю. У розгорнутому вигляді це умова для ейконалів  $S^+$  і  $S^-$  є рівнянням в частинних похідних першого порядку [11]:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial z} + \alpha(\mathbf{r})/4\right)^2 - \left(\frac{\partial S}{\partial x} - \alpha(\mathbf{r})/4\right)^2 = \tilde{\chi}^2/4. \quad (9)$$

Рівняння (9) аналогічно одновимірному релятивістському рівнянню Гамільтона-Якобі для частинки масою  $\pm\tilde{\chi}$  в деякому змінному зовнішньому полі, тобто:

$$\pm \frac{\tilde{\chi}}{2} \frac{d}{dz} \left( \frac{dx/dz}{[1 - (dx/dz)^2]^{1/2}} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{d^2}{dz^2} - \frac{d^2}{dx^2} \right) (H U(\mathbf{r})).$$

Відмінність полягає в тому, що коефіцієнт  $\tilde{\chi}$  комплексна величина ( $\tilde{\chi} = \chi - i\gamma$ ) і, як наслідок, траєкторії і ейконали  $S^+$  і  $S^-$  також комплексні. Фізично це обумовлено загасанням Х-хвильового поля в кристалі. У разі довільних  $\chi$  і  $\gamma$  рівняння (9) переходить в систему двох нелінійних рівнянь щодо дійсної та уявної частин ейконалу  $S = s + iq$ . Оскільки для Х-хвиль  $s > q$ , то можна вважати, що уявна складова ейконалу незначна порівняно з її дійсною частиною.

Використовуючи загальний метод теорії збурень і опускаючи громіздкі проміжні викладки, отримуємо рівняння, які при відомих граничних умовах для  $E_0$  і  $E_h$  на вхідній поверхні кристала дозволяють визначити в нульовому та першому наближенні зміну амплітуди поля вздовж траєкторії:

$$\hat{E} \approx \sum_{\delta=1,2} e^{i\frac{\chi_h}{2} S^{(\delta)}} (\hat{E}^{(\delta,0)} + \hat{E}^{(\delta,1)}). \quad (10)$$

У загальному випадку фаза дифрагованого інтерференційного пучка пов'язана з фазою структурної амплітуди брегівських відбивань. Якщо відбиваючі площини деформовані, то ефективна фаза структурної амплітуди локально модифікується. Коли така дифрагована хвиля в кристалі інтерферує з іншою хвилею, то локальні зміни інтенсивності спостерігаються вздовж перерізу пучка. Отримане зображення буде топографічною картиною розподілу локальних спотворень ґратки [1,20].

Якщо трикристальний інтерферометр формує картину муару внаслідок зсувів атомних площин у кристалі-аналізаторі по відношенню до двох перших пластин LLL-інтерферометра, то ці зсуви описуються функцією

$$\Delta\mathbf{r} = \dot{U}(\mathbf{r}). \quad (11)$$

Фазовий зсув між дифрагованими хвилями в аналізаторі, дорівнює

$$\phi = 2\pi \dot{H} \dot{U}. \quad (12)$$

Якщо зміщення  $\Delta\mathbf{r} = \dot{U}(\mathbf{r})$  таке, що  $\Delta\dot{H}$  не залежить від  $\mathbf{r}$ , то вираз (12) аналогічний  $2\pi(x - x_0)/\Lambda$ . Оскільки  $\phi$  входить до аргументу експоненціальної функції, то муарова картина буде мати вигляд періодичних контурів однакової інтенсивності, перпендикулярних до вектора  $\Delta\dot{H}$ . При цьому, якщо відстані між пластинами інтерферометра не однакові або вони повернені, або зміщені, то це відобразиться відповідним вигином муарових смуг і істотно зміниться їх контрастність [10,19].

Якщо поле зміщень дефекту  $\dot{U}(\mathbf{r})$  складним чином залежить від координат, то фаза  $\phi$ , яка набігає вздовж одного з шляхів розповсюдження хвильового поля, визначається функцією зміщень атомних площин, яка не володіє парністю до зміни напрямку вектора дифракції  $\dot{H}$ .

Зазначимо, що в аналізі експериментальних муарових картин розглядають, в основ-

ному, три характерних випадки залежності періоду муарових смуг  $\Lambda_i$  від величини  $\dot{H}$  [1, 20-23]:

$$\Lambda_D = \frac{1}{|\Delta H_D|} = \frac{1}{1/d_1 - 1/d_2} = \frac{d_1 d_2}{d_2 - d_1} \cong \frac{d}{\Delta d/d}$$

дилатаційний муар, коли кристалічна ґратка одного з кристалів інтерферометра стиснута або розтягнута;

$$\Lambda_R = \frac{1}{\Delta H_R} = \frac{1}{(1/d)2 \sin(\epsilon/2)} = \frac{d}{\epsilon}$$

ротацийний муар, коли змінюється тільки напрямок  $\dot{H}$  на кут  $\epsilon$ , а міжплощинні відстані  $d_1 = d_2 = d$ ;

$$\frac{1}{\Lambda_M} = \sqrt{\left(\frac{1}{\Lambda_D}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Lambda_R}\right)^2}$$

– змішаний муар, коли  $\dot{H}$  змінюється як за величиною, так і за напрямком.

Смуги дилатаційного муару паралельні напрямку площини дифракції, а ротацийного – перпендикулярні.

При дії зосередженої сили  $P$  на напівбезмежне середовище вздовж координати  $z$  поле атомних зміщень описується співвідношенням [24]:

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(r) = & \frac{P}{4\pi G r} \left[ \left( \frac{xz}{r^2} - (1-2\nu) \frac{x}{(r+z)} \right) \mathbf{i}_x + \right. \\ & \left. + \left( \frac{yz}{r^2} - (1-2\nu) \frac{y}{(r+z)} \right) \mathbf{i}_y + \left( \frac{z^2}{r^2} - 2(1-\nu) \right) \mathbf{i}_z \right], \end{aligned} \quad (13)$$

де  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ,  $\mathbf{i}_x$ ,  $\mathbf{i}_y$ ,  $\mathbf{i}_z$  – одиничні орти осей координат,  $G$  – модуль зсуву,  $\nu$  – коефіцієнт Пуассона,  $P$  – навантаження.

Співвідношення (13) дозволяє підбором величини навантаження  $P$ , напрямом дії і областями розміщення локальних сил на поверхні кристала моделювати поля пружних напружень і деформацій, які можуть виникати у разі нанесення подряпин або утворень дислокаційних скупчень.

Отже, використовуючи вирази (10) для амплітуд хвильового поля  $E_0$  і  $E_h$ , а також враховуючи співвідношення (3), (4) і (6)

отримуємо можливість моделювання муарових розподілів інтенсивності при наявності різних структурних дефектів у пластинах інтерферометра, або у випадку дії певним чином розподілених зосереджених сил на вихідну поверхню кристала-аналізатора рентгенівського LLL-інтерферометра [11-13, 25,26].

### Результати і обговорення

Для модельного представлення подряпини у вигляді нерівномірного розподілу сил в рядах, необхідного збільшення загальної деформації на краях, що можна досягти або збільшенням абсолютного значення сил на краях (рис.2 крива 1), або згущенням однакових сил від середини до країв (рис.2 крива 2). В даній роботі вибрано обидва варіанти. Зосереджені сили були різні за величиною і розміщувалися параболічно, експоненціально і хаотично (їх кількість дорівнює семи). Такий вибір базувався на дослідженнях проведених в праці [18].

Тут і надалі під "потужністю" подряпини будемо розуміти суму всіх зосереджених сил, які ми розподілили в кількості семи і визначили у співвідношенні (11). Зростання потужності мікроподряпини  $P$  в цілому приводить до збільшення числа муарових смуг і зменшення їх періодів та більш сильного вигину смуг структурного муару. Спостерігається також зміна контрасту центральної смуги (темна-біла-темна-біла). Вочевидь це мусить свідчити про витіснення чергової смуги структурного муару за границі картини.

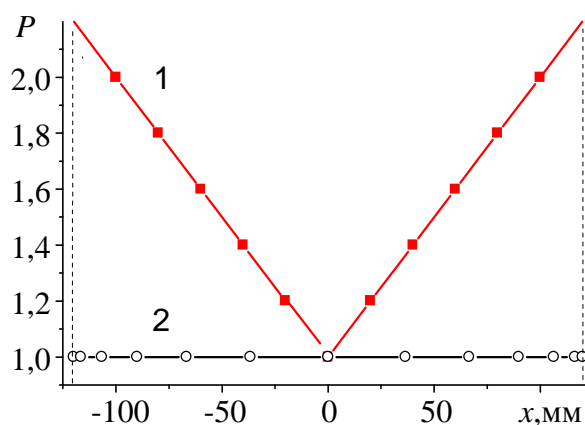


Рис.2. Схема нерівномірного за величиною (1) і розташуванням (2) розподілу сил вздовж подряпини.

На експериментальному муаровому зображенні подряпини на рис.3 спостерігається асиметрія не тільки в розподілі муарових смуг з обох кінців подряпини – у правій частині муарові смуги більш витягнуті вздовж подряпини (еліпсоподібні), в лівій – колоподібні і водночас на одну муарову смугу більше. Це може свідчити про те, що при скрайбуванні навантаження на початку було більше ніж на закінченні подряпини. Проведені теоретичні розрахунки муарових картин на рис.4 підтверджують цю гіпотезу.

На рис.4-7 наведені розраховані топограми, змодельовані при різних варіантах розміщення різних за величиною зосереджених сил, але при їх рівномірному місцеположенні. Вибрані найбільш показові муарові зображення. На рис.5 розраховані муарові картини при параболічному розподілі за величиною зосереджених сил. Деформаційні муарові смуги формуються на закінченнях подряпини – в області більш значних за величиною зосереджених сил. В області менших за величиною деформаційних полів формується тонка структура муару.

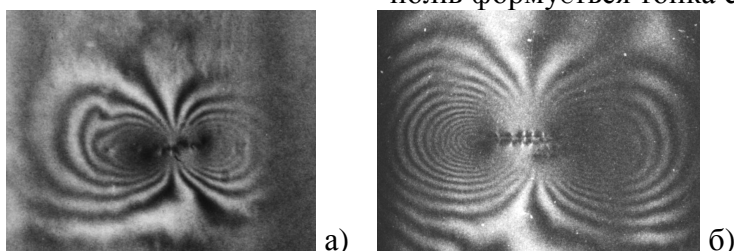


Рис.3. Експериментальні муарові зображення подряпин, утворених індентором вздовж напрямку  $[\bar{1}10]$  на вхідній поверхні Si (111) аналізатора LLL-інтерферометра [27] (лінія подряпини паралельна  $\vec{H}_{220}$ ): без структурного муару,  $L=1$  мм,  $P=0,2$  Н (а), при наявності фазового муару  $L=2$  мм,  $P=0,4$  Н (б). Відбивання (220)  $\text{CuK}\alpha$ -випромінювання.

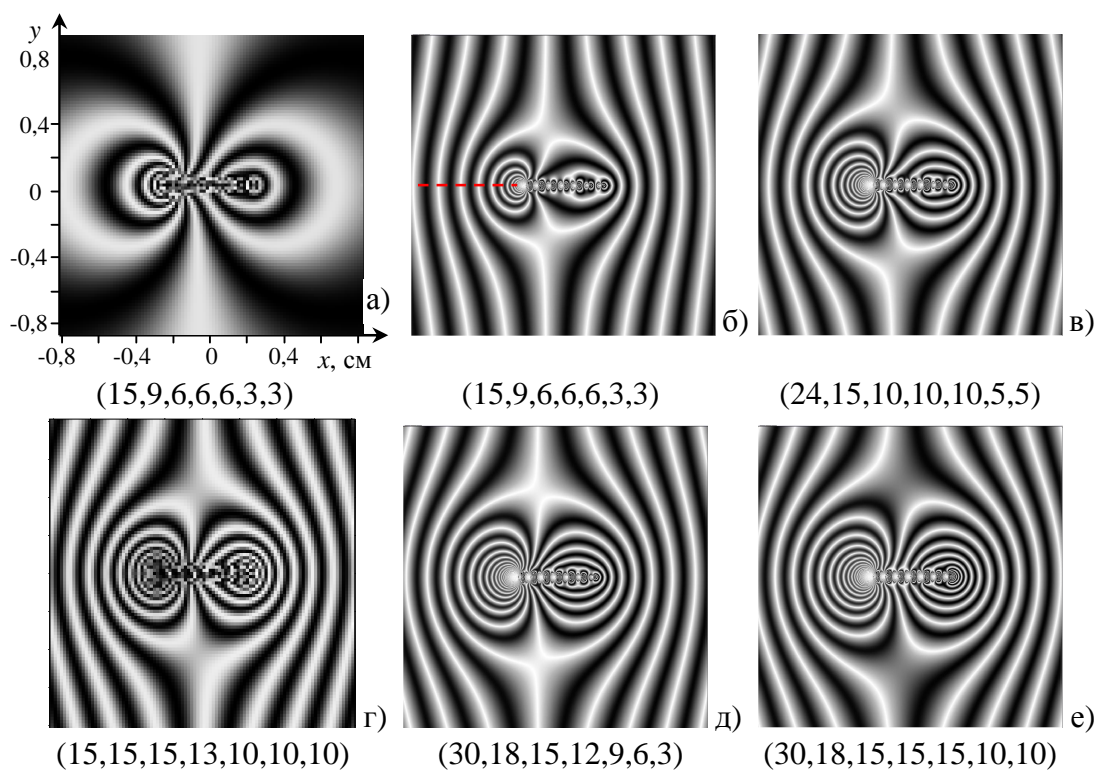


Рис.4. Розраховані муарові зображення модельних подряпин із 7 експоненційно розподілених зосереджених сил в ряд через 800 мкм без структурного муару (а) та при його наявності  $\Lambda=1800$  мкм (б-е). Подряпина знаходиться паралельно вектору дифракції. Відбивання (220)  $\text{CuK}\alpha$ . Значення величини зосереджених сил вказані під відповідними рисунками.

Із збільшенням потужності подряпини зростає кількість і період муарових смуг і відбувається зближення двох груп муарових смуг (рис.5б-г).

На рис.6 розподіл сил на центральній частині подряпини рівномірний і різко збільшується лише при наближенні до її кінців. Із збільшенням потужності  $P$  подряпини кількість муарових смуг зростає, та зближуються перші з утворених по центру смуги. Основна відмінність між муаровими картинами на рис.5 і рис.6 в тонкій структурі розподілу інтенсивності вздовж подряпини.

Цікаво, що різні за потужністю ділянки подряпини формують не тільки різну кількість деформаційних смуг, але й зміщують

геометричний центр початку утворення деформаційних муарових смуг в бік прикладання значніших за величиною зосереджених сил, тобто в центр рівноваги деформаційного поля.

На рис.7 зосереджені сили є значними не тільки на закінченнях подряпини, але й в самому центрі. Стає очевидним, що муарові смуги починаються в області локалізації деформаційного поля поблизу зосередженого навантаження. Різниця з попередніми картинками – в перетині деформаційних муарових смуг в областях локалізації зосередженого навантаження, а також в тонкій структурі деформаційного муару поблизу лінії подряпини.

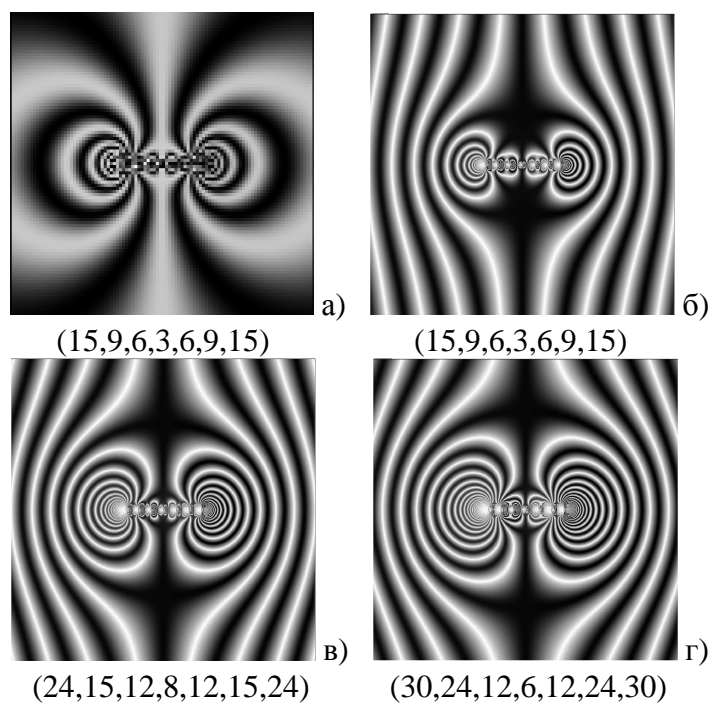


Рис.5. Теж, що й рис.4, але розподіл зосереджених сил параболічний.

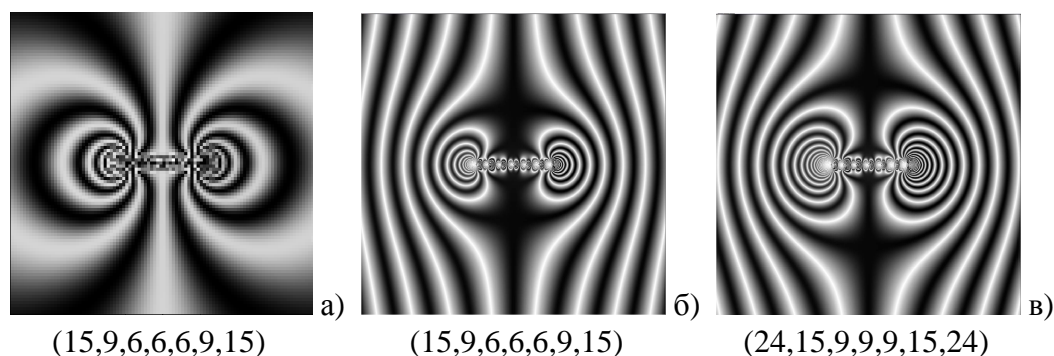


Рис.6. Теж, що й рис.4, але розподіл сил на центральній частині подряпини рівномірний і різко збільшується лише при наближенні до її кінців.

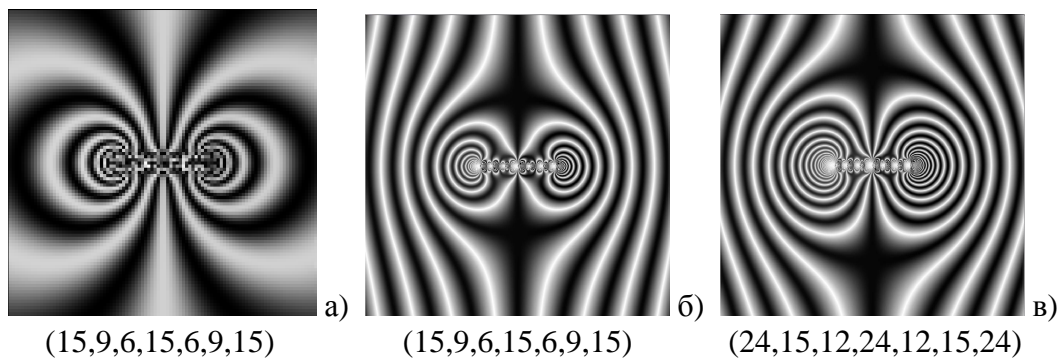


Рис.7. Теж, що й рис.4, але розподіл хаотичний.

Отже, вибрані розподіли за величиною зосереджених сил, в цілому, формують різні за формою деформаційні смуги. При цьому, формування деформаційних муарових смуг поблизу областей локалізації значних за величиною деформаційних полів поблизу зосередженого навантаження та на значних відстанях від них, суттєвим чином залежить від характеру розподілу величини зосередженого навантаження по довжині подряпини.

Взаємодія структурного (фазового) і деформаційного муарів суттєво залежить від періоду першого. Фазовий муар подавляє або звужує область проявлення деформаційного муару.

На картинах без структурного муару спостерігається взаємодія деформаційних полів мікропоряпин через формування відповідних муарових розподілів інтенсивності, які залежать від величини та відстані між зосередженими локальними силами, характеру їх розподілу – рівномірного або нерівномірного. Отже, формування муарових зображень залежить від величини прикладених локальних сил (слабких або сильних деформацій), відстані між ними та від періоду фазового муару.

Разом з тим було цікаво чи існує функціональна залежність кількості муарових смуг від суми розподілених по подряпині зосереджених сил  $P$ . Для цього за допомогою програми *Image Profil* визначалась кількість муарових смуг на однаковій довжині  $L$  в одному місці на серіях розрахованих муарових зображень. Кожна серія відрізнялась характером розподілу сил.

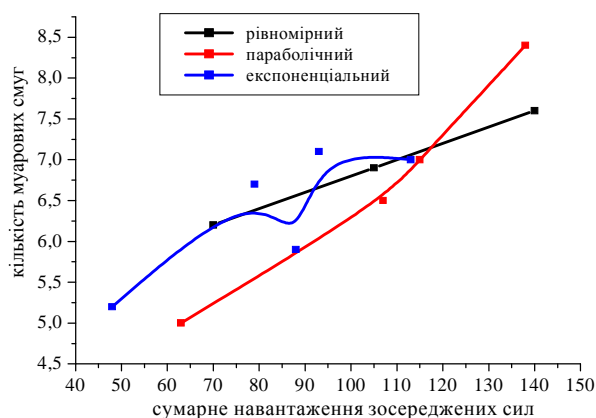


Рис.8. Залежність кількості муарових смуг від потужності зосереджених сил вздовж лінії подряпини, нанесеної паралельно вектору дифракції. (Лінія виміру показана на рис.4б).

На графіку (рис.8) наведено залежність кількості смуг від сумарного навантаження для рівномірного, параболічного і експоненційного розподілів. Для симетричних відносно центру подряпини розподілів плавне зростання, а для експоненційного розподілу залежності не виявлено.

Отже, характер утворення муарової картини залежить не від характеру загального деформаційного поля створеного при нанесенні подряпини, а визначається локальними областями найбільшої деформації безпосередньо біля подряпини.

### Висновки

Досліджено особливості формування муарових картин у випадку дії паралельно вектору дифракції, певним чином розподілених локальних зосереджених сил, на вихідну поверхню кристала-аналізатора трикристального  $LLL$ -інтерферометра. Таке моделювання дозволяє відтворювати складні



розподіли деформацій в реальних кристалах.

Межі візуалізації деформаційних муарових смуг нелінійно залежать від періоду фазового муару, величини навантаження локальних зосереджених сил і характеру їх розподілу.

Наявність фазового муару змінює (зменшує) область візуалізації деформаційного муару і дозволяє вимірювати потужність і характер спадання деформаційного поля подряпини. Наприклад, при збільшенні періоду фазового муару на 30% область візуалізації деформаційного муару зростає на 20% і навпаки.

Характер утворення муарової картини залежить не від характеру загального деформаційного поля створеного при нанесенні подряпини, а визначається локальними областями найбільшої деформації безпосередньо біля подряпини.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Bonse U., Hart M. X-Ray interferometr // Appl. Phys. Letters. – 1965. – **6**, №8. – P.155-156.
2. Momose A., Takeda T., Itai Y. Phase-contrast X-Ray computed tomography for observing biological specimens and organic materials // Jpn. J. Appl. Phys. – 2003. – **11**, №11. – P.2303-2314.
3. Bonse U., Graeff W., Materlik G. X-Ray interferometry and lattice parameter investigation // Revue De Physique Appliquee. – 1976. – **11**. – P.83.
4. Ohler M., Köhler S., Härtwig J. X-ray diffraction moire topography as a means to reconstruct relative displacement fields in weakly deformed bicrystals // Acta Cryst. – 1999. – **A55**. – P.423-432.
5. Momose A., Kawamoto S., Koyama I. et al Demonstration of X-Ray Talbot interferometry // Jpn. J. Appl. Phys. – 2003. – **42**. – P.866-868.
6. Милер М. Голографія – Ленинград: Машиностроение. – 1979.
7. Езирганян А.М., Труни К.Г., Мктчян А.Р. Рентгеновская интерферометрическая коротковолновая голография с дифракционной фокусировкой // Письма в ЖЭТФ. – 1998. – **68**, №9. – С.681-684.
8. Гонсалес Р., Вудс Р., Эддингс С. Цифровая обработка изображений в среде MatLab. – М.: Техносфера, 2006. – 616 с.
9. Borcha M.D., Balovsyak S.V., Fodchuk I.M., Khomenko V.Yu., Kroitor O.P., Tkach V.N. Local deformation in diamond crystals determined by Fourier-transformation of Kikuchi patterns // Journal of Superhard Materials. – 2013. – **35**, №5. – P.284-291.
10. Gevers R. Dynamical theory of moire fringe patterns // Phil. Mag. – 1962. – **7**, №82. – P.1681-1720.
11. Фодчук И.М., Раранский Н.Д., Струк Я.М. Муаровые изображения дефектов в рентгеновской трехкристальной интерферометрии // Металлофизика и новейшие технологии. – 2002. – **24**, №5. – С.617-628.
12. Фодчук И.М., Раранский Н.Д., Струк Я.М. Рентгеновська LLL-інтерферометрія деформованих зосередженою силою кристалів // УФЖ. – 2002. – **47**, №11. – С.1057-1064.
13. Fodchuk I.M., Raransky M.D. // J. Phys. D: Applied Physics. – 2003. – **36**. – P.A55-A60.
14. Kato N. Dynamical diffraction theory of waves in distorted crystals // Acta Cryst. – 1963. – **16**, №4. – P.122-125.
15. Инденбом В.Л., Чуховский Ф.Н. Проблема изображения в рентгеновской оптике // УФН. – 1972. – **107**, №2. – С.229-265.
16. Takagi S. A Dynamical theory of diffraction for a distorted crystal // J. Phys. Soc. Japan. – 1969. – **26**, №5. – P.1239-1253.
17. Authier A. Dynamical theory of X-ray diffraction – Oxford: Science Publications, 2001. – 734 p
18. Новіков С.М. Моделювання Х-променевих дифракційних зображень залишкових деформаційних полів подряпин локальними зосередженими силами // Науковий вісник ЧНУ. Фізика. Електроніка. – 2009. – 438. – С.55-61.
19. Раранский Н.Д., Шафранюк В.П. Изображение дефектов упаковки в рентгеновском дифракционном муаре // УФЖ. – 1982. – **27**, №6. – С.901-904.
20. Hart M. A complete determination of dislocation Burgers vectors by X-Ray interferometry // Phil. Mag. – 1972. – **26**, №4. – P.821-831.
21. Deslattes R.D., Henins A., Bowman H., Schoonover R. et al Determination of the Avogadro constant // Phys. Rev. Lett. – 1974. – **33**. – P.463-466.
22. Christiansen G., Gerward L., Lindegaard A. A Study of the strain field of gravnin dislocations in a silicon X-Ray interferometr // J. Appl. Cryst. – 1971. – **4**. – P.370-375.
23. Островский Ю.И., Щетинов В.П., Яковлев В.В. Голографические интерференционные методы измерения деформаций – М.: Наука. – 1988.
24. Ляв А. Математическая теория упругости – М.: ИЗ, 1936. – 674 с.
25. Раранский Н.Д., Фодчук И.М., Сергеев В.Н., Гимчинский О.Г. и др. Влияние ультразвуковых деформаций на муаровые картины // Металлофизика. – 1993. – **15**, №2. – С.72-79.
26. Raransky N.D., Struk Ja.M., Fodchuk I.M., Shafranuk V.P., Raransky A.N. Applied possibilities of a X-Ray diffraction interferometry // Proc. SPIE. Bellingham. – 1995. – 2647. – P.457-467.
27. Раранский Н.Д., Шафранюк В.П., Фодчук И.М. Рентгеноинтерферометрическое изображение полей деформаций вокруг дислокационных скоплений // Металлофизика. – 1985. – **7**, №5. – С.63-71.