

ВИБРАЦИЯ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ МАЧТЫ

Гусев В.Н., Селиванов С.Е.

Херсонская государственная морская академия

В работе рассматривается теоретическая задача – вынужденные поперечные колебания мачты (стержня), которая совершает малые гармонические колебания (вибрации) с какой-то амплитудой в направлении, перпендикулярном его оси, при этом возникает стационарное звуковое поле. Обычно под термином стержень в акустике называют материальную массу удлиненной цилиндрической формы. Если стержень совершает вынужденные колебания, т.е. работает на изгиб, то искомой функцией является ордината $y(x,t)$ деформированной оси стержня с абсциссой x и в момент времени t . Для решения задачи считаем, что один конец стержня закреплен, тогда крайними условиями будут являться неподвижность стержня и вертикальность касательной. Предварительно находим собственные значения и функции уравнения свободных колебаний стержня для двух переменных x и t . Физическая задача о колебаниях стержня сводится к математической задаче: найти решение уравнения, которое удовлетворяло бы начальным условиям и граничным условиям. Проведя ряд математических действий, в итоге получили формулу амплитуды вынужденных поперечных колебаний мачты (в виде кругового цилиндра) под действием гармонической силы частоты ω . В заключении в среде Mathcad 15 вычислялись зависимости от времени отклонений $y(x,t)$ для трех различных сечений стальной мачты и при трех различных частотах.

Ключевые слова: теоретическая задача, вибрация, мачта, звуковое поле, изгиб, стержень, свободные колебания, амплитуда.

Введение. Мачты на судне подвержены вибрацией, т.е. упругим механическим колебаниям под воздействием сил.

Вибрация, вызываемая такими силами, называется вынужденной и продолжается до тех пор, пока действует сила. Вибрация, вызванная внезапно приложенной и быстро исчезнувшей силой и продолжающаяся некоторое время после прекращения действия силы, называется свободной.

Если мачта совершает гармонические колебания (вибрации) например, с амплитудой в направлении перпендикулярном его оси, то при этом в части пространства распространяются звуковые волны. Часть пространства, в котором распространяются звуковые волны, называют звуковым полем.

Распространяющееся звуковое поле от вибрации мачты оказывает влияние на общий шум на судне и соответственно на экипаж.

Актуальность. В Конвенции о труде в морском судоходстве указано, что на постоянной основе должны проводиться исследования по проблеме вибрации на борту судов, с целью улучшения защиты моряков от неблагоприятных последствий воздействия вибрации, и приниматься меры для уменьшения вибрации на борту судов [1], тоже подчеркнуто в Кодексе безопасной практики работы для моряков торговых судов: глава 34. Шум, вибрация и другие физические тела [2].

Так как обеспечение безопасности человека на море было и остается важнейшей проблемой судоходства, то дальнейшее изучение вибрации и усовершенствование способов ее устранения, являются актуальной задачей.

Целью работы является рассмотрение теоретической задачи – колебания стержня (мачты), которая совершает малые гармонические колебания (вибрации) в направлении, перпендикулярном его оси, получение формулы для вычисления амплитуды вынужденных поперечных колебаний стержня (мачты), что позволит оценить вибрацию на различных сечениях стержня (мачты) по длине под действием гармонической силы частоты ω .

Основная часть. Для постановки теоретической задачи рассмотрим колебания стержня моделирующего корабельную мачту.

Обычно под термином стержень в акустике называют материальную массу удлиненной цилиндрической формы [3]. Если стержень (мачта) совершает вынужденные колебания, т.е. работает на изгиб, то искомой функцией является ордината $y(x,t)$ деформированной оси стержня с абсциссой x и в момент времени t .

Механическими константами стержня совершающего поперечные колебания являются плотность материала ρ и модуль Юнга (модуль упругости материала) E .

Если изгибающий момент стержня обозначим через M , а $F(x,t)$ – нагрузку, отнесенную к единице длины, то из технической теории изгиба [4, 5]:

$$EI \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = M; \quad \frac{\partial^2 M}{\partial x^2} = F, \quad (1)$$

где I – момент инерции сечения (поперечного) стержня относительно его оси.

Дифференцируя первое из уравнений (1) два раза по x , получим, ссылаясь на Смирнова [6]:

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = F(x,t).$$

Следуя [6], можно получить уравнение движения, используя один из основных принципов динамики – принцип Даламбера, т.е. в состав внешней силы действующей на точки механической системы включаем еще силу инерции в сечении x , рассчитав и ее на единицу длины.

В результате получим уравнение 4-го порядка:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + b^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = f(x,t), \quad (2)$$

где $b^2 = \frac{EI}{\rho S}$; $f(x,t) = \frac{1}{\rho S} F(x,t)$ – внешняя сила; S – площадь поперечного сечения стержня.

Схематически представим на рис. 1 стержень длиной l , один конец которого закреплен.

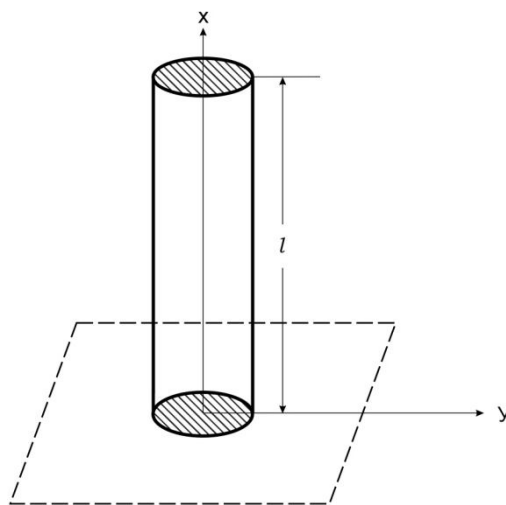


Рисунок 1 – Схематическое представление закрепленного стержня

Так как один конец стержня закреплен ($x = 0$), то крайними условиями при $x = 0$ являются неподвижность стержня и вертикальность касательной:

$$y|_{x=0} = \frac{\partial y}{\partial x}|_{x=0} = 0. \quad (3)$$

На свободном конце $x = l$ краевое условие имеет вид:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}|_{x=l} = \frac{\partial^3 y}{\partial x^3}|_{x=l} = 0, \quad (4)$$

так как, изгибающий момент и тангенциальная сила равны нулю.

Поскольку речь идет о вынужденных колебаниях, то (первоначально скорость стержня равна 0 и начальное положение стержня равно 0):

$$y|_{t=0} = \frac{\partial y}{\partial t}|_{t=0} = 0,$$

т.е. начальные возмущения отсутствуют.

Предварительно найдем собственные значения и функции уравнения свободных колебаний стержня для двух переменных x и t .

В случае свободных колебаний стержня, положим в уравнении (2) $f(x, t) = 0$, что дает:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + b^2 \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0. \quad (5)$$

Физическая задача о колебаниях стержня свелась к математической задаче: найти решение уравнения (5), которое удовлетворяло бы начальным условиям (2) и граничным условиям (3).

Согласно методу Фурье, частные решения уравнения (5) будем искать в виде произведения двух функций, каждая из которых зависит от одной переменной [7]:

$$y = T(t) X(x).$$

Если подставить выражение $y = T(t) X(x)$ в уравнение (5), то для $T(t)$ находим уравнение:

$$T''(t) X(x) + b^2 T(t) X^{(4)}(x) = 0$$

или

$$T''(t) \cdot X(x) = -b^2 X^{(4)}(x) T(t) = 0.$$

Разделим в этом уравнении переменные

$$\frac{T''(t)}{b^2 T(t)} = -\frac{X^{(4)}(x)}{X(x)} = -k^4,$$

где k^4 – постоянная, причем считаем k вещественным.

Это дает нам для $T(t)$:

$$T''(t) + b^2 k^4 T(t) = 0,$$

а для функции $X(x)$ получаем уравнение четвертого порядка:

$$X^{(4)}(x) - k^4 X(x) = 0.$$

Общее решение уравнения $T''(t) + b^2 k^4 T(t) = 0$ представляет собой уравнение гармонических колебаний:

$$T(t) = N \sin(bk^2 t + \varphi).$$

Гармонические колебания описываются величиной, изменяющейся по закону косинуса или синуса вида: $T(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$ – синусоида, где A – амплитуда, φ – начальная фаза колебания.

Для дифференциального уравнения $X^{(4)}(x) - k^4 X(x) = 0$ также можно найти общее решение.

Его характеристическое уравнение [6]

$$\alpha^4 - k^4 = 0,$$

при $k \neq 0$ имеем корни: $\alpha_1 = k$, $\alpha_2 = -k$, $\alpha_3 = ik$, $\alpha_4 = -ik$,

где $\alpha_1 = k$, $\alpha_2 = -k$ – корни действительные; $\alpha_3 = ik$, $\alpha_4 = -ik$ – корни мнимые.

Каждому корню отвечает свое решение.

Тогда общее решение этого уравнения для $X(x)$ выражается как линейная комбинация частных решений:

$$X(x) = C_1 e^{kx} + C_2 e^{-kx} + C_3 \cos kx + C_4 \sin kx$$

или выражая e^{kx} и e^{-kx} через $ch kx$ – гиперболический косинус, $sh kx$ – гиперболический синус и изменяя значение произвольных постоянных C_1 и C_2 , можем записать общее решение в виде:

$$X(x) = C_1 ch kx + C_2 sh kx + C_3 \cos kx + C_4 \sin kx.$$

Используя краевые условия при $x = 0$, следует равенство

$$X(0) = C_1 + C_3 = 0. \quad (6)$$

Беря производную от $X(x)$ и полагая $x = 0$, получим:

$$X'(0) = k(C_2 + C_4) = 0. \quad (7)$$

С учетом граничных условий (4) берем вторую производную от $X(x)$ и полагаяем $x = l$, то

$$X''(l) = k^2(C_1 ch kl + C_2 sh kl - C_3 \cos kl - C_4 \sin kl) = 0. \quad (8)$$

Берем третью производную от $X(x)$ и полагаяем $x = l$, получим:

$$X'''(l) = k^3(C_1 sh kl + C_2 ch kl + C_3 \sin kl - C_4 \cos kl) = 0. \quad (9)$$

Из равенств (6, 7) следует:

$$C_1 = -C_3, C_2 = -C_4, \quad (9)$$

подставляя в $X(x)$, получим:

$$X(x) = C_1(ch kx - \cos kx) + C_2(sh kx - \sin kx).$$

Из равенств (8) и (9) получим систему двух однородных уравнений относительно C_1 и C_2 :

$$\begin{cases} C_1(ch kl + \cos kl) + C_2(sh kl + \sin kl) = 0 \\ C_1(sh kl - \sin kl) + C_2(ch kl + \cos kl) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Для решения системы выписывается определитель, а для того, чтобы система (10) имела решение необходимо, чтобы ее определитель был равен нулю, поэтому:

$$ch^2 kl + \cos^2 kl + 2ch kl \cos kl - sh^2 kl + \sin^2 kl = 0, \quad (11)$$

с учетом:

$$\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos(2\alpha)}{2}, \quad \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos(2\alpha)}{2},$$

получим:

$$\cos^2 kl + \sin^2 kl = 1.$$

Для гиперболического синуса и косинуса справедливо соотношение:

$$ch^2 kl - sh^2 kl = 1.$$

Пользуясь соотношениями:

$$ch^2 kl - sh^2 kl = 1, \quad \cos^2 kl + \sin^2 kl = 1,$$

уравнение (11) перепишем в виде:

$$ch kl \cdot \cos kl = -1. \quad (12)$$

Получили уравнение для k .

Обозначая $x = l$:

$$k l = \mu$$

получаем трансцендентное уравнение для определения вещественных корней μ :

$$ch \mu \cdot \cos \mu = -1. \quad (13)$$

Решение уравнения (13) может быть получено графически и имеет бесчисленное множество вещественных корней.

В результате получим следующие значения положительных корней μ [3]:

$$\mu_1 = 1,875, \quad \mu_2 = 4,694, \quad \mu_3 = 7,854,$$

а для $n > 3$ можно воспользоваться формулой для μ_n

$$\mu_n = \frac{\pi}{2}(2n - 1),$$

которая для $n > 3$ дает значение μ_n с точностью до 3-х десятичных знаков, а для $n \geq 7$ с точностью до 6 знака.

Положительным корням $\mu_n = k_n l$ соответствует бесчисленное множество значений параметра k :

$$k_1, k_2, \dots, k_n, \dots; \quad k_n = \frac{\mu_n}{l}, \dots, \quad k_n = \frac{\mu_n}{l}.$$

При этих значениях k условие (12) выполняется, одно из уравнений (10) оказывается следствием другого, и можно положить:

$$C_1 = C (sh \mu_n + \sin \mu_n), \quad C_2 = -C (ch \mu_n + \cos \mu_n).$$

Определив C_1 и C_2 и не ограничивая общности, положив $C = 1$, получим n количеств решений $X_n(x)$, (искомое решение $X(x)$ описано выше):

$$\begin{aligned} X_n(x) &= (sh \mu_n + \sin \mu_n)(ch k_n x - \cos k_n x) - \\ &\quad - (ch \mu_n + \cos \mu_n)(sh k_n x - \sin k_n x) = \\ &= \alpha_n (ch k_n x - \cos k_n x) + \beta_n (sh k_n x - \sin k_n x), \end{aligned}$$

где $\alpha_n = (sh \mu_n + \sin \mu_n)$, $\beta_n = (ch \mu_n + \cos \mu_n)$.

Вернемся к решению начально-краевой задачи для уравнения вынужденных колебаний.

Пусть:

$$F(x, t) = P \sin \omega t,$$

где $F(x, t)$ – нагрузка, отнесенная к единице длины (выше обозначили), P – амплитуда вынужденной (внешней) силы, ω – частота вынужденных колебаний.

Разложим функцию $f(x, t) = \frac{1}{\rho S} F(x, t)$ в ряд аналогичный ряду Фурье по функциям $X_n(x)$ на интервале $(0; l)$.

Учитывая ортогональность функций $X_n(x)$ ($n = 1, 2, \dots$) [6], получим ряд по ортогональным функциям с учетом $n = m$:

$$f(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} f_m(t) X_m(x).$$

Коэффициенты, $f_m(t)$ возможно определить благодаря свойству ортогональности функций и получить:

$$f_m(t) = \frac{\int_0^l f(x, t) X_m(x) dx}{\int_0^l X_m^2(x) dx} = \frac{P}{\rho S} \frac{\int_0^l \sin \omega t X_m(x) dx}{\int_0^l X_m^2(x) dx} = \frac{P}{\rho S} \sin \omega t \frac{\int_0^l X_m(x) dx}{\int_0^l X_m^2(x) dx}. \quad (14)$$

Будем искать решение уравнения вынужденных колебаний в виде разложения по найденным выше собственным функциям $X_m(x)$:

$$y(x, t) = \sum_{m=1}^{\infty} T_m(t) X_m(x). \quad (15)$$

Подставляя выражение (15) в уравнение (2), воспользовавшись представлением правой части $f_m(t)$ и приравняв члены с одинаковым индексом m в этом уравнении, получим:

$$\begin{aligned} T_m''(t) X_m(x) + b^2 T_m(t) X_m^{(4)}(x) &= f_m(t) X_m(x), \\ (T_m''(t) - f_m(t)) X_m(x) + b^2 T_m(t) X_m^{(4)}(x) &= 0, \\ \frac{T_m''(t) - f_m(t)}{b^2 T_m(t)} &= -\frac{X_m^{(4)}(x)}{X_m(x)} = -k_m^4. \end{aligned}$$

Отсюда получаем уравнения относительно $X_m(x)$ и $T_m(t)$

$$\begin{aligned} X_m^{(4)} - k_m^4 X_m(x) &= 0, \\ T_m''(t) + k_m^4 b^2 T_m(t) &= f_m(t). \end{aligned} \quad (16)$$

Здесь $k_m^2 b = \omega_m$ – частота собственных колебаний цилиндра (мачты).

Учитывая однородные начальные условия задачи, получим для $T_m(t)$ задачу Коши:

$$T_m''(t) + \omega_m^2 T_m(t) = f_m(t), \quad (17)$$

т.е. $T_m(0) = T_m'(0) = 0$, ($m = 1, 2, \dots$).

Решение задачи (17) хорошо известно [7]:

$$T_m(t) = \frac{1}{\omega_m} \int_0^t f_m(\tau) \sin \omega_m(t-\tau) d\tau, \quad (18)$$

где

$$f_m(\tau) = \frac{P}{\rho S} \sin \omega \tau \frac{\int_0^l X_m(x) dx}{\int_0^l X_m^2(x) dx} = P_1 \sin \omega \tau \cdot A_m, \quad (19)$$

где $P_1 = \frac{P}{\rho S}$.

$$A_m = \frac{\frac{1}{k_m} [\alpha_m (sh \mu_m - \sin \mu_m) + \beta_m (ch \mu_m + \cos \mu_m - 2)]}{\int_0^l X_m^2(x) dx}. \quad (20)$$

Подставляя (19) в (18) получим:

$$\begin{aligned} T_m(t) &= P_1 \frac{A_m}{\omega_m} \int_0^t \sin \omega \tau \sin \omega_m(t-\tau) d\tau = \\ &= P_1 \frac{A_m}{\omega_m} \cdot \frac{1}{2} \int_0^t [\cos((\omega + \omega_m)\tau - \omega_m t) - \cos((\omega - \omega_m)\tau + \omega_m t)] d\tau = \\ &= \frac{P_1 A_m}{2\omega_m} \left[\frac{\sin \omega t + \sin \omega_m t}{\omega + \omega_m} - \frac{\sin \omega t - \sin \omega_m t}{\omega - \omega_m} \right] = \\ &= \frac{P_1 A_m}{\omega_m} \left[\frac{\omega_m \sin \omega t - \omega \sin \omega_m t}{\omega_m^2 + \omega^2} \right]. \end{aligned} \quad (21)$$

В случае резонанса ($\omega = \omega_{m_0}$):

$$T_{m_0}(t) = -\frac{P_1 A_{m_0}}{2\omega_{m_0}} \left[\frac{t\omega_{m_0} \cos \omega_{m_0} t - \sin \omega_{m_0} t}{\omega_{m_0}} \right].$$

Следовательно, при $t \rightarrow \infty$ $T_{m_0}(t) \rightarrow \infty$, т.е. решение уравнения вынужденных колебаний становится неограниченным.

Если же резонанса нет ($\omega \neq \omega_m$, $m = 1, 2, \dots$), то:

$$y(x, t) = P_1 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_m}{\omega_m} \left[\frac{\omega_m \sin \omega t - \omega \sin \omega_m t}{\omega_m^2 - \omega^2} \right] X_m(x). \quad (22)$$

Выше определили:

$$\begin{aligned} X_n(x) &= (sh \mu_n + \sin \mu_n)(ch k_n x - \cos k_n x) - \\ &- (ch \mu_n + \cos \mu_n)(sh k_n x - \sin k_n x) = \alpha_n (ch k_n x - \cos k_n x) + \beta_n (sh k_n x - \sin k_n x), \end{aligned}$$

где $\alpha_n = (sh \mu_n + \sin \mu_n)$, $\beta_n = (ch \mu_n + \cos \mu_n)$.

$$X_m(x) = \alpha_m(chk_mx - \cos k_mx) + \beta_m(shk_mx - \sin k_mx),$$

где $\alpha_m = sh \mu_m + \sin \mu_m$, $\beta_m = -(ch \mu_m + \cos \mu_m)$, $\omega_m = k_m^2 b$, A_m – вычисляется по формуле (20).

Таким образом, формула (22) дает амплитуду вынужденных поперечных колебаний мачты (в виде кругового цилиндра) под действием гармонической силы частоты ω .

В заключении работы в среде Mathcad 15 [8] найдены зависимости от времени отклонений $y(x,t)$ для трех сечений стальной мачты: $x=2$ м, $x=5$ м, $x=11$ м и трех частот внешнего воздействия: $\omega=1/9$, $\omega=1/12$, $\omega=1/15$.

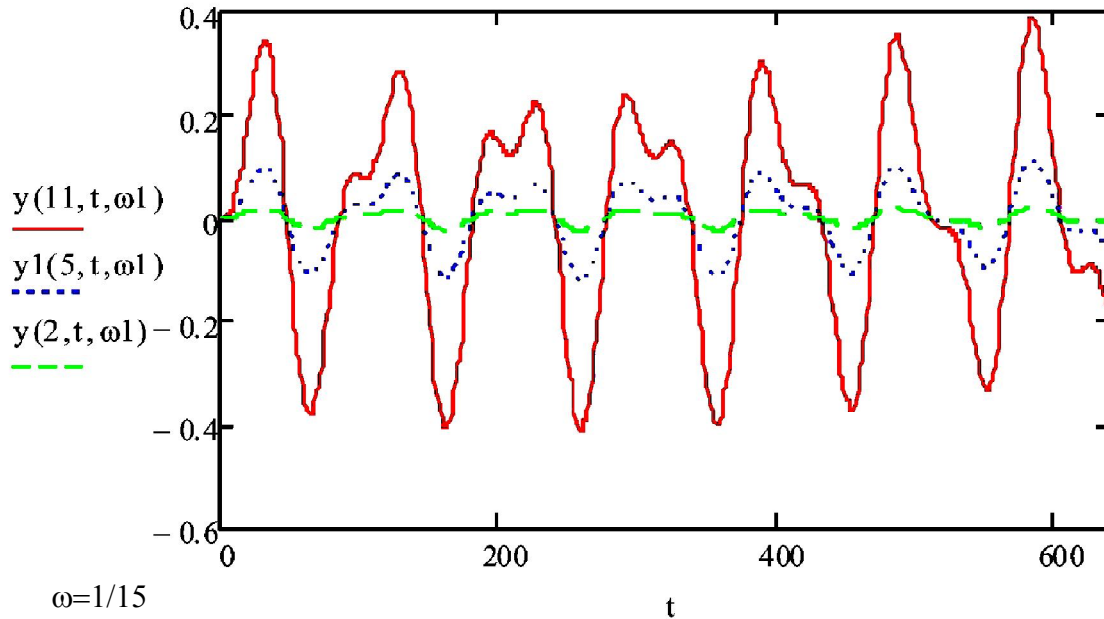


Рисунок 2 – $y(11, t, \omega_1)$ вібрація мачты на висоті 11 м., сплошна лінія графика

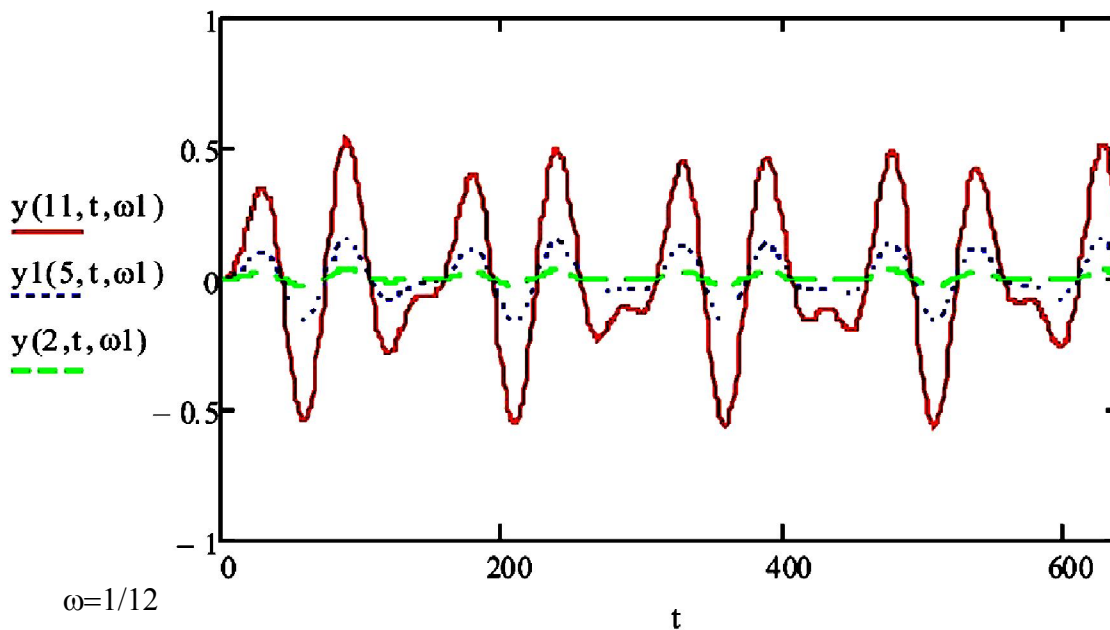


Рисунок 3 – $y(5, t, \omega_1)$ вібрація мачты на висоті 5 м., мелко пунктирная линия графика

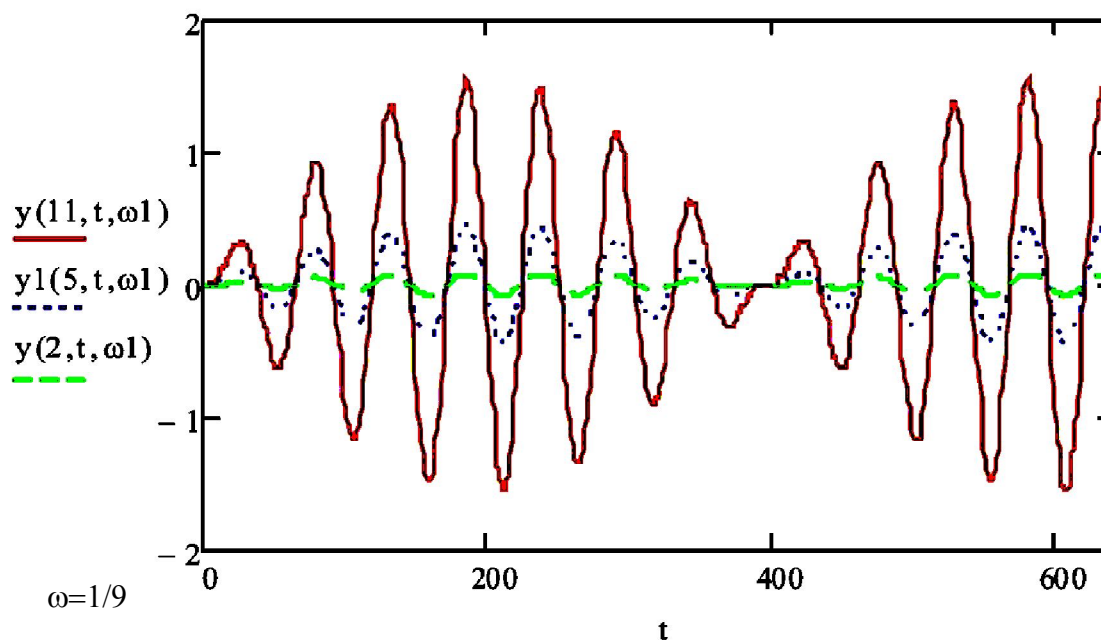


Рисунок 4 – $y(2, t, \omega_1)$ вибрация мачты на высоте 2 м, крупно пунктирная линия графика

Полученные зависимости носят квазипериодический характер.

Из рисунков видно, что наибольшие отклонения величины $y(x, t)$ наблюдаются с увеличением роста сечений мачты.

Выводы. В работе впервые получили формула амплитуду вынужденных поперечных колебаний мачты (в виде кругового цилиндра) под действием гармонической силы частоты ω .

В среде Mathcad 15 найдены зависимости от времени отклонений $y(x, t)$ для трех сечений стальной мачты: $x=2$ м, $x=5$ м, $x=11$ м и трех частот внешнего воздействия: $\omega=1/9$, $\omega=1/12$, $\omega=1/15$. К замечанию можно отнести то, что величины $y(x, t)$ выражены в некоторых относительных единицах, а интерес представляет относительные величины колебаний не только для одной стальной мачты, а для разных материалов, из которых может быть изготовлена мачта.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Конвенция о труде в морском судоходстве (КТМС) №186 (англ. : Maritime Labour Convention (MLC)). – Женева, 2006/2013. – 239 с.
2. Кодекс безопасной практики для моряков торговых судов (англ. : Code of Safe Working Practices for Merchant Seamen). Глава 34. Шум, вибрация и другие физические тела (англ. : Noise, vibration and other physical agents). – Лондон, 2010. – 545 с.
3. Стретт Дж. В. (Лорд Рэлей). Теория звука. Т. 1 – М. : Гос. издат. тех. теор. лит., 1955. – 503 с.
4. Корнеев С. А. Техническая теория стержней. Применение обобщённых функций для решения задач сопротивления материалов : учеб. пособие / С. А. Корнеев. – Омск : Изд-во ОмГТУ, 2011. – 83 с.
5. Варданян Г. С. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности : учебник / Г. С. Варданян, В. И. Андреев, Н. М. Атаров, А. А. Горшков. – М., 1995. – 567 с.
6. Смирнов В. И. Курс высшей математики. Т. 2. / В. И. Смирнов. – М. : Гос. издат. тех. теор. лит., 1956. – 628 с.
7. Кошляков Н. С. Уравнения в частных производных математической физики / Н. С. Кошляков, Э. Б. Глинер, М. М. Смирнов. – М. : Высшая школа, 1970. – 712 с.
8. Волков Е. А. Численные методы : учебное пособие для вузов / Е. А. Волков. – М. : Наука, 1987. – 248 с.

REFERENCES

1. Konvenciya o trude v morskome sudokhodstve (KTMS) №186 (angl. : Maritime Labour Convention (MLC)). – Zheneva, 2006/2013. – 239 s.
2. Kodeks bezopasnoy praktiki dlya moryakov togovihkh sudov (angl. : Code of Safe Working Practices for Merchant Seamen). Glava 34. Shum, vibraciya i drugie fizicheskie tela (angl. : Noise, vibration and other physical agents). – London, 2010. – 545 s.
3. Strett Dzh. V. (Lord Rehleyj). Teoriya zvuka. T. 1 – M. : Gos. izdat. tekhn. teor. lit., 1955. – 503 s.
4. Korneev S. A. Tekhnicheskaya teoriya sterzhneyj. Primenenie obobthyonnikh funkciy dlya resheniya zadach soprotivleniya materialov : ucheb. posobie / S. A. Korneev. – Omsk : Izd'vo OmGTU, 2011. – 83 s.
5. Vardanyan G. S. Soprotivlenie materialov s osnovami teorii uprugosti i plastichnosti : ucheb. posobie / G. S. Vardanyan, V. I. Andreev, N. M. Atarov, A. A. Gorshkov. – M., 1995. – 567 s.
6. Smirnov V. I. Kurs vihsshey matematiki. T. 2. / V. I. Smirnov. – M. : Gos. izdat. tekhn. teor. lit., 1956. – 628 s.
7. Koshlyakov N. S. Uravneniya v chastnikh proizvodnikh matematicheskoy fiziki / N. S. Koshlyakov, Eh. B. Gliner, M. M. Smirnov. – M. : Vihsshaya shkola, 1970. – 712 s.
8. Volkov E. A. Chislenniye metodih : uchebnoye posobie dlya vuzov / E. A. Volkov. – M. : Nauka, 1987. – 248 s.

Гусєв В.М., Сєліванов С.Є. ВІБРАЦІЯ ЗМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ ЩОГЛИ

У роботі розглядається теоретичне завдання – змушені поперечні коливання щогли (стрижня), яка робить малі гармонійні коливання (вібрації) з якоюсь амплітудою в напрямку, перпендикулярному його осі, при цьому виникає стаціонарне звукове поле. Звичайно під терміном стрижень в акустику називають матеріальну масу подовженої циліндричної форми. Якщо стрижень робить змушені коливання, тобто працює на вигин, то шуканою функцією є ордината $y(x,t)$ деформованої осі стрижня з абсцисою x й у момент часу t . Для розв'язання завдання вважаємо, що один кінець стрижня закріплений, тоді крайовими умовами можуть бути нерухомість стрижня та вертикальність дотичній. Попередньо знаходимо власні значення й функції рівняння вільних коливань стрижня для двох змінних x і t . Фізичне завдання про коливання стрижня зводиться до математичного завдання: знайти розв'язок рівняння, яке задовольняло б початковим умовам і граничним умовам. Провівши ряд математичних дій, у підсумку одержали формулу амплітуди змушених поперечних коливань щогли (у вигляді кругового циліндра) під дією гармонійної сили частоти ω . У висновку в середовищі Mathcad 15 обчислювалися залежності від часу відхилень $y(x,t)$ для трьох різних перетинів сталєвої щогли та при трьох різних частотах.

Ключові слова: теоретичне завдання, вібрація, щогла, звукове поле, вигин, стрижень, вільні коливання, амплітуда.

Gusev V.N., Selivanov S.E. VIBRATION OF THE COMPELLED FLUCTUATIONS OF THE MAST

In work the theoretical problem – compelled cross – section mast fluctuation is considered (Core) which makes small harmonious fluctuations (vibration) with any amplitude in Direction, perpendicular its axis, thus there is a stationary sound field. Usually under The term a core in acoustics name material weight of the extended cylindrical form. If the core makes the compelled fluctuations, i.e. works on a bend, as required function Ordinate $y(x,t)$ of the deformed axis of a core with absciss x and at the moment of time t . For problem decisions we consider, that one end of a core is fixed, then regional conditions will be Immovability of a core and vertical position of a tangent. Preliminary we find the own Values and functions of the equation of free fluctuations of a core for two variables x and t . Physical The problem about core fluctuations is reduced to a mathematical problem: to find the decision of the equation, which Would satisfy to entry conditions and boundary conditions. Having spent a number of mathematical actions, in Result have received the formula of amplitude of the compelled cross-section fluctuations of a mast (in the form of the circular The cylinder) under the influence of harmonious force of frequency ω . In the conclusion in the environment of Mathcad 15 were calculated Dependences on time of deviations $y(x,t)$ for three various sections of a steel mast and at three Various frequencies.

Keywords: a theoretical problem, vibration, a mast, a sound field, a bend, a core, free Fluctuations, amplitude.

© Гусєв В.М., Сєліванов С.Є.

Статтю прийнято
до редакції 09.06.15